

Présentation de l'interface:



Type: **aX1 + bX2 ≤ ou ≥ c** (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)

Les deuxième et troisième (3 et 4) lignes peuvent contenir un coefficient en X1 ou en X2 nul

Type: $aX1 + bX2 \leq$ ou $\geq c$ (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)
 $aX1 + 0X2 \leq$ ou $\geq c$ (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)
 $0X1 + bX2 \leq$ ou $\geq c$ (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)

Les quatrième et cinquième (5 et 6) lignes doivent, si elles sont utilisées, contenir un coefficient en X1 non nul

Type: $aX1 \leq$ ou $\geq c$ (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)

Les sixième et septième (7 et 8) lignes doivent, si elles sont utilisées, contenir un coefficient en X2 non nul

Type: $aX2 \leq$ ou $\geq c$ (le signe est déterminé par la position du curseur à gauche)

Remarque: Si le coefficient en X1 ou X2 est nul dans les lignes (5), (6), (7) et (8), les droites associées sont évidemment ignorées dans la zone de graphique.

Enfin, la ligne 12 contient les coefficients de la fonction objectif.

Type: $aX1 + bX2 = 0$ (le zéro n'est pas introduit)

La zone de graphique:

C'est la zone où les résultats issus de la feuille de calcul sont mis sous forme graphique et nous permettent de les analyser.

Les demi-plans solutions, images des 3 premières inéquations, sont coloriés et la zone de couleur est choisie en fonction du signe de celle-ci.

Les demi-plans solutions, images des 4 inéquations suivantes, ne sont pas coloriés, mais une flèche indique sens choisi.

Le **domaine solution** est l'intersection de tous les demi-plans résultant de l'énoncé. Et un de ses sommets (intersection de deux droites résultat des inéquations) représente la solution optimum choisie en fonction des critères suivants:

Le vecteur normal de la droite définissant la fonction objectif indique le sens dans lequel on doit la translater pour trouver le point optimal, la translation est effectuée à l'aide du curseur **n**.

Si le vecteur normal indique un déplacement vers le haut, la fonction objectif doit couper l'axe Ox2 le plus haut possible dans le cas d'une maximisation, et le plus bas possible dans le cas d'une minimisation, tout en touchant le domaine D.

Si le vecteur normal indique un déplacement vers le bas, la fonction objectif doit couper l'axe Ox2 le bas possible dans le cas d'une maximisation, et le plus haut possible dans le cas d'une minimisation, tout en touchant le domaine D.

Si le vecteur normal est un vecteur horizontal (cas rare mais possible), la fonction objectif ne coupera pas l'axe Ox2. Le point optimal sera, selon les cas, le plus éloigné ou le plus proche de l'axe Ox2.

Exemple 1:

À l'approche des fêtes de Pâques, un artisan chocolatier décide de confectionner des œufs en chocolat.

En allant inspecter ses réserves, il constate qu'il lui reste 18 kg de cacao, 8 kg de noisettes et 14 kg de lait.

Il a deux spécialités : l'œuf Extra et l'œuf Sublime.

Un œuf Extra nécessite 1 kg de cacao, 1 kg de noisettes et 2 kg de lait.

Un œuf Sublime nécessite 3 kg de cacao, 1 kg de noisettes et 1 kg de lait.

Il fera un profit de 20 fr. en vendant un œuf Extra, et de 30 fr. en vendant un œuf Sublime.

Combien d'œufs Extra et Sublime doit-il fabriquer pour faire le plus grand bénéfice possible ?

Formulation du problème

Notons X_1 le nombre d'œufs « Extra » et X_2 le nombre d'œufs « Sublime » à produire.

Le chocolatier cherche à maximiser la fonction objectif :

$$\max z = 20 X_1 + 30 X_2$$

Étant données les réserves du chocolatier, les contraintes suivantes devront être satisfaites :

$$X_1 + 3 X_2 \leq 18$$

$$X_1 + X_2 \leq 8$$

$$2 X_1 + X_2 \leq 14$$

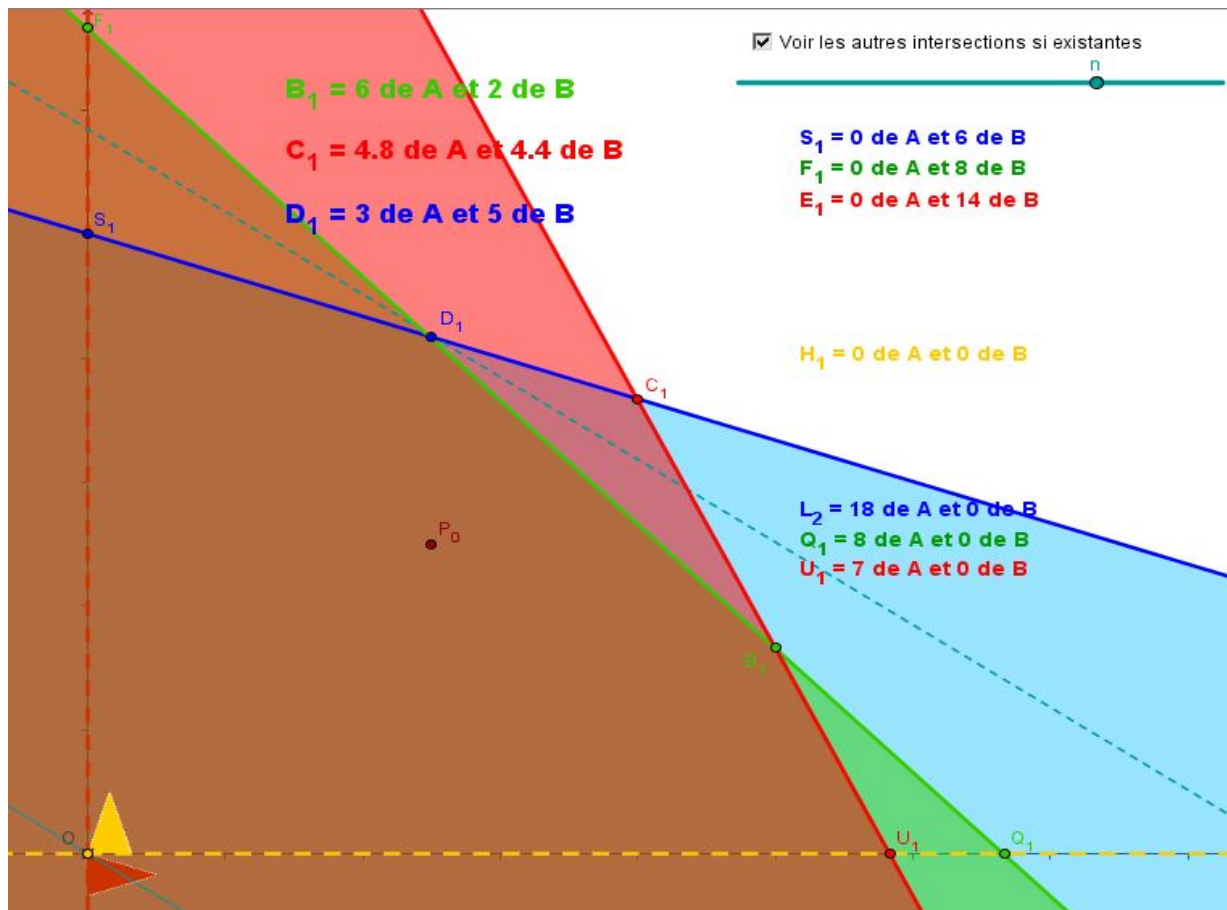
Évidemment, on a encore les deux contraintes :

$$X_1 \geq 0 \text{ et } X_2 \geq 0$$

Introduisons ces données dans la feuille de calcul, comme ceci :

		A	B	C
< >	1	X1	X2	C
•	2	1	3	18
•	3	1	1	8
•	4	2	1	14
•	5	1	*****	0
•	6	0	*****	0
•	7	*****	1	0
•	8	*****	0	0
	9		P_o	150
	10			
	11	Z(X1)	Z(X2)	
	12	20	30	

Après validation de la dernière entrée, nous obtenons le graphique suivant:



Analyse du graphique

Le domaine solution est le polygone OU₁B₁D₁S₁, la translatée de la droite objectif d'une fraction du vecteur normal à la droite objectif qui coupe OX₂ le plus haut possible (maximisation) passe par le point D₁, c'est donc l'optimum, et en lisant la ligne de D₁, on peut conclure que:

L'artisan peut fabriquer 3 œufs « Extra » et 5 œufs « Sublime »

Pour un bénéfice de 210 francs

Les autres points ne conviennent pas, B₁, U₁ et S₁, bien que faisant partie du domaine, ne maximise pas le bénéfice

Le point P₀, mobile à la souris donne pour tous les couples nombre d'œufs les possibles bénéfices

**En utilisant 18 kg de cacao
8 kg de noisettes
11 kg de lait**

	Résultat	Objet 1	Objet 2	Objet 3
B_1	180	12	8	14
C_1	228	18	9.2	14
D_1	210	18	8	11
E_1	420	42	14	14
F_1	240	24	8	8
G_1	?	?	?	?
H_1	0	0	0	0
I_1	?	?	?	?
J_1	?	?	?	?
K_1	?	?	?	?
L_1	?	?	?	?
L_2	360	18	18	36
M_1	?	?	?	?
M_2	?	?	?	?
O_1	?	?	?	?
Q_1	160	8	8	16
S_1	180	18	6	6
T_1	?	?	?	?
U_1	140	7	7	14

Exemple 2:

Une entreprise suisse fabrique deux produits qu'elle désire vendre aux USA.

Le produit A rapporte 400 fr./kg et le produit B rapporte 600 fr./kg.

Ayant des moyens financiers limités, la société ne peut affréter qu'un seul avion. Celui-ci ne peut transporter que 50'000 kg et a un volume de 2000 m³

Le produit A a un volume de 0.032 m³ par kg ; le produit B a un volume de 0.1 m³ par kg.

Combien de kg de chaque produit l'entreprise doit-elle mettre dans l'avion afin de maximiser ses gains ?

Formulation du problème

Notons X1 le nombre de kg de produit A et X2 le nombre de kg de produit B à produire.

L'entreprise cherche à maximiser la fonction objectif :

$$\max z = 400 X1 + 600 X2$$

Étant données les moyens financiers de l'entreprise, les contraintes suivantes devront être satisfaites :

$$\begin{aligned} X1 + X2 &\leq 50000 \\ 0.032 X1 + 0.1 X2 &\leq 2000 \end{aligned}$$

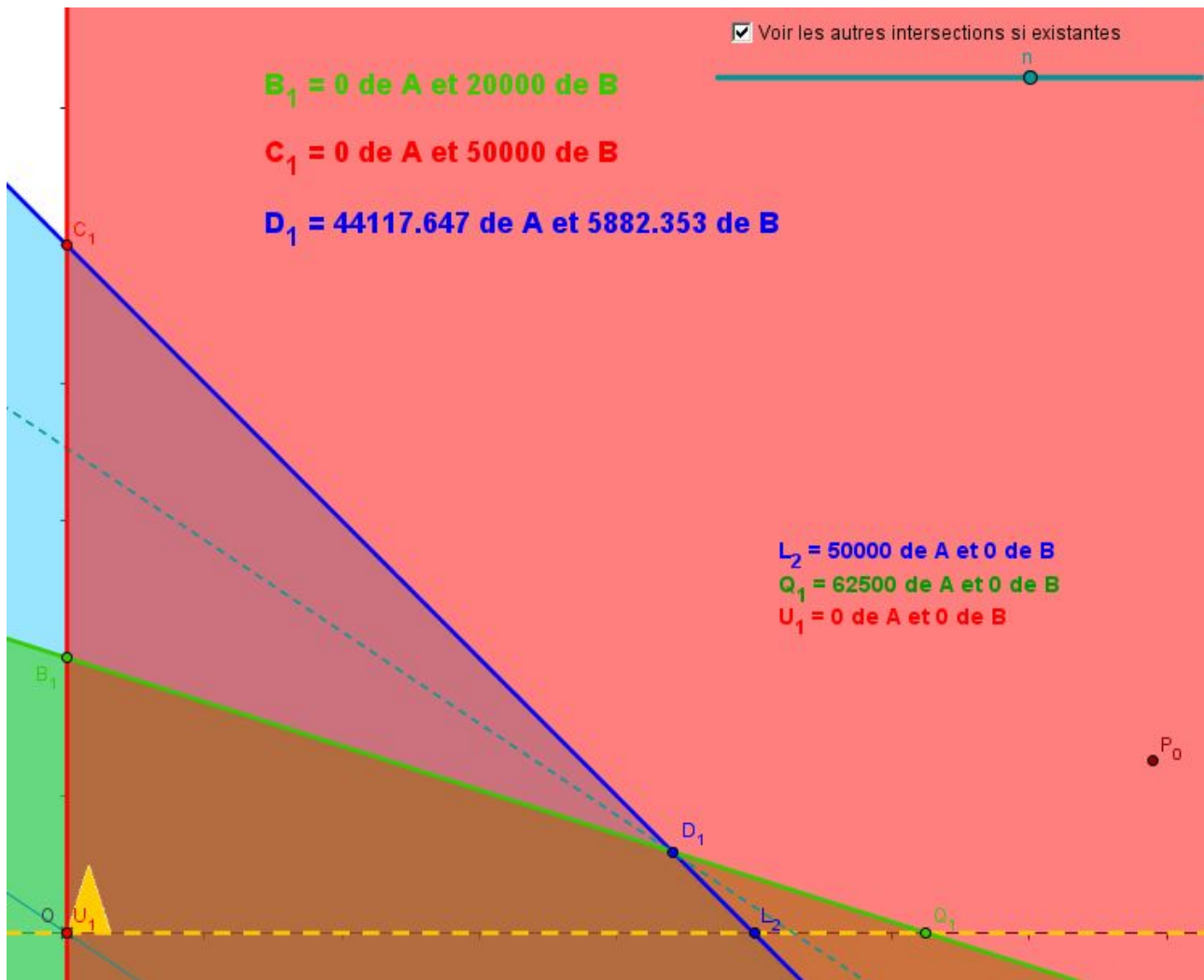
Et évidemment:

$$\begin{aligned} X1 &\geq 0 \\ X2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Introduisons ces données dans la feuille de calcul, comme ceci :

	A	B	C	D	E
< >	1	X1	X2	C	échelle
2	1	1	50000	50000	0
3	0.032	0.1	2000		
4	1	0	0		
5	0	*****	0		
6	0	*****	0		
7	*****	1	0		
8	*****	0	0		
9		P_o	391000...	79000	12500
10					
11	Z...	Z(X2)			
12	400	600			

Après validation de la dernière entrée, nous obtenons le graphique suivant:



Analyse du graphique

Le domaine solution est le polygone OL2D1B1, la translatée de la droite objectif d'une fraction du vecteur normal à la droite objectif qui coupe OX2 le plus haut possible (maximisation) passe par le point D1, c'est donc l'optimum, et en lisant la ligne D1 on peut conclure que:

L'entreprise doit fabriquer 44'117.65 kg de produit A et 5882.35 kg de produits B

Pour un rapport de 21'176'471 francs

Il utilisera toute la charge 50'000 kg

Et tout le volume disponible de l'avion 2'000 m³

les autres sommets du domaine solution ne maximisent pas le bénéfice, comme on le voit ci-dessous

13		Résultat	Objet 1	Objet 2	Objet 3
14	B_1	12000000	20000	2000	0
15	C_1	30000000	50000	5000	0
16	D_1	21176471	50000	2000	44118
17	E_1	?	?	?	?
18	F_1	?	?	?	?
19	G_1	?	?	?	?
20	H_1	?	?	?	?
21	I_1	?	?	?	?
22	J_1	?	?	?	?
23	K_1	?	?	?	?
24	L_1	?	?	?	?
25	L_2	20000000	50000	1600	50000
26	M_1	?	?	?	?
27	M_2	?	?	?	?
28	O_1	?	?	?	?
29	Q_1	25000000	62500	2000	62500
30	S_1	?	?	?	?
31	T_1	?	?	?	?
32	U_1	0	0	0	0

Exemple 3:

Un teinturier dispose de deux différents produits sous forme de poudre pour colorer du tissu brut en couleur indigo. Ces deux produits, IND1 et IND2, contiennent trois substances différentes :

La substance A est contenue à raison de 500 g par kg de poudre dans IND1 et à raison de 400 g par kg de poudre dans IND2.

La substance B est contenue à raison de 150 g par kg de poudre dans IND1 et à raison de 50 g par kg de poudre dans IND2.

La substance C n'est contenue que dans le produit IND1 et ceci à raison de 20 g par kg.

Dans un bain qui permet de teindre 10 kg de tissu, il faut au moins 500 g de la substance A, 100 g de B et 5 g de C. De plus, la quantité de substance C ne doit pas dépasser 15 g par bain.

Sachant que le produit IND1 coûte 20.- par kg et que le produit IND2 coûte 40.- par kg, quel est le prix minimal que le teinturier devra payer pour pouvoir colorer 10 kg de tissu ?

Formulation du problème

Notons X1 le nombre de kg de produit A et X2 le nombre de kg de produit B à produire.

L'entreprise cherche à minimiser la fonction objectif :

$$\min z = 20 X1 + 40 X2$$

D'après l'énoncé, les contraintes suivantes devront être satisfaites :

$$\begin{aligned} &500 X1 + 400 X2 \geq 500 \\ \text{(a) } &20 X1 \leq 15 \quad \text{ou} \quad \text{(b) } 20 X1 \geq 5 \\ &150 X1 + 50 X2 \geq 100 \end{aligned}$$

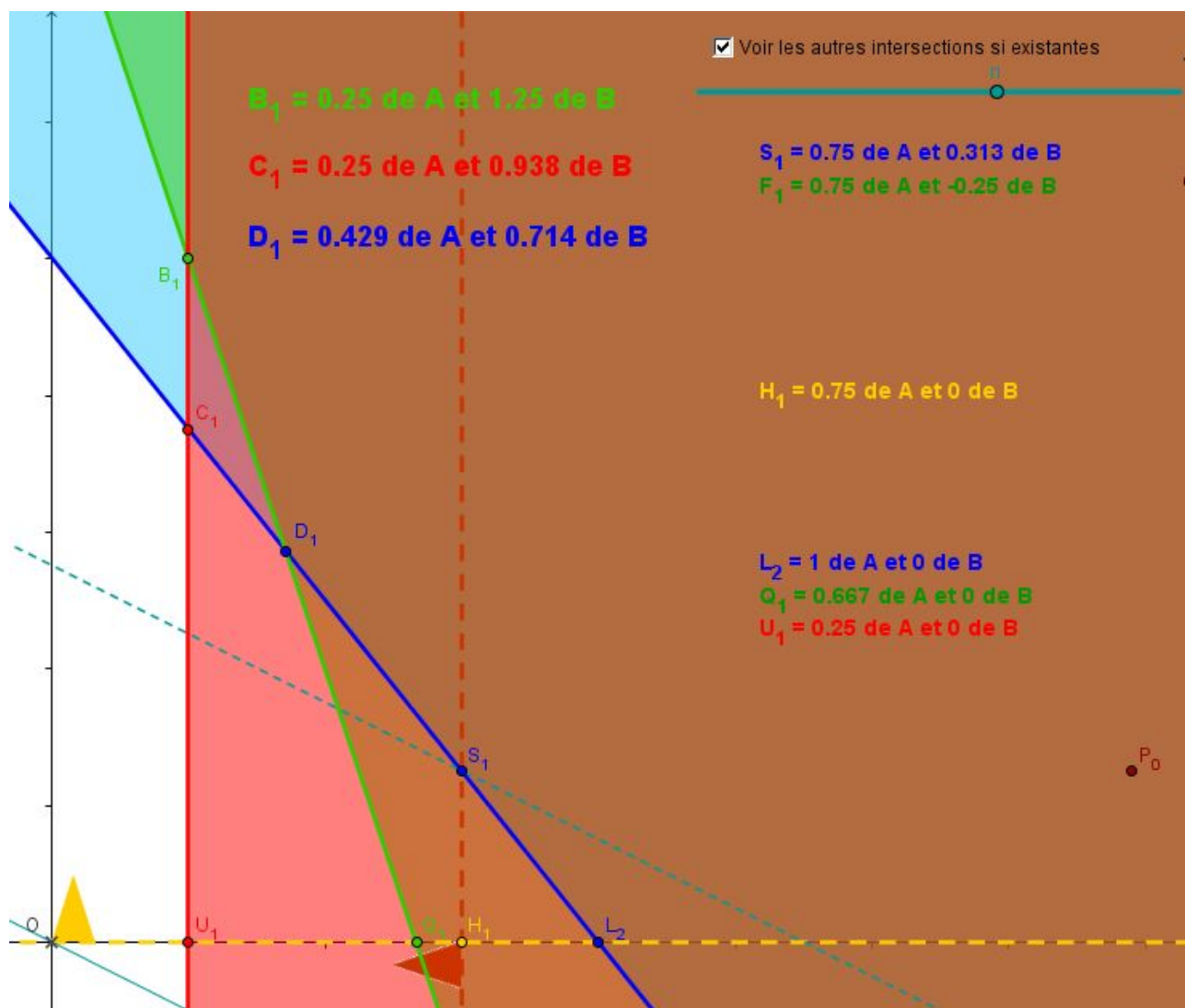
Et encore:

(a) $X1 \geq 5$ ou (b) $X1 \leq 15$

Introduisons ces données (a) dans la feuille de calcul, comme ceci :

	A	B	C	D	E
< >	1	X1	X2	C	échelle
	2	500	400	500	1.25
	3	150	50	100	
	4	20	0	5	
	5	20	*****	15	
	6	0	*****	0	
	7	*****	1	0	
	8	*****	0	0	
	9		P_o	52	1.975
	10				
	11	Z(X1)	Z(X2)		
	12	20	40		

Après validation de la dernière entrée, nous obtenons le graphique suivant:



Analyse du graphique

Le domaine solution est le plan brun foncé délimité par la droite rouge $X_1 \geq 5$, B1D1S1 et la droite brune $X_1 \leq 15$, la droite la translatée de la droite objectif d'une fraction du vecteur normal à la droite objectif qui coupe OX2 le plus bas possible (minimisation) passe par le point S1, c'est donc l'optimum, et en lisant la ligne S1, on peut conclure que:

Le teinturier doit acheter 0,75 kg soit 750 g de produit IND1 et 0,3125 kg soit 312.5 g de produit IND2 pour obtenir le bain souhaité, comme on le voit ci-dessous.



		Résult...	Objet 1	Objet 2	Objet 3
13					
14	B_1	55	625	100	5
15	C_1	42.5	500	84.375	5
16	D_1	37.143	500	100	8.571
17	E_1	?	?	?	?
18	F_1	5	275	100	15
19	G_1	?	?	?	?
20	H_1	15	375	112.5	15
21	I_1	?	?	?	?
22	J_1	?	?	?	?
23	K_1	?	?	?	?
24	L_1	?	?	?	?
25	L_2	20	500	150	20
26	M_1	?	?	?	?
27	M_2	?	?	?	?
28	O_1	?	?	?	?
29	Q_1	13.333	333.333	100	13.333
30	S_1	27.5	500	128.125	15
31	T_1	?	?	?	?
32	U_1	5	125	37.5	5

Pour un coût minimal de **27,5 francs**, il obtient un bain contenant **500 g** de substance A, **128,125 g** de substance B et **15 g** de substance C.

Exemple 4:

Un fabricant de raquettes de tennis fait un bénéfice de 8 fr. sur chaque raquette ordinaire et de 15 fr. sur chaque grande raquette.

Pour satisfaire à la demande des vendeurs, la production journalière de raquettes ordinaires devrait se situer entre 30 et 80, et la production journalière de grandes raquettes entre 10 et 30.

Pour maintenir une bonne qualité, le nombre total de raquettes produites ne devrait pas dépasser 80 par jour.

Combien de raquettes de chaque type faudrait-il fabriquer quotidiennement pour réaliser un bénéfice maximum ?

Formulation du problème

Notons X_1 le nombre de raquettes ordinaires et X_2 le nombre de grandes raquette à produire.

L'entreprise cherche à maximiser la fonction objectif :

$$\max z = 8X_1 + 15 X_2$$

D'après l'énoncé, les contraintes suivantes devront être satisfaites :

$$X1 + X2 \leq 80$$

$$X1 \geq 30$$

$$X1 \leq 80$$

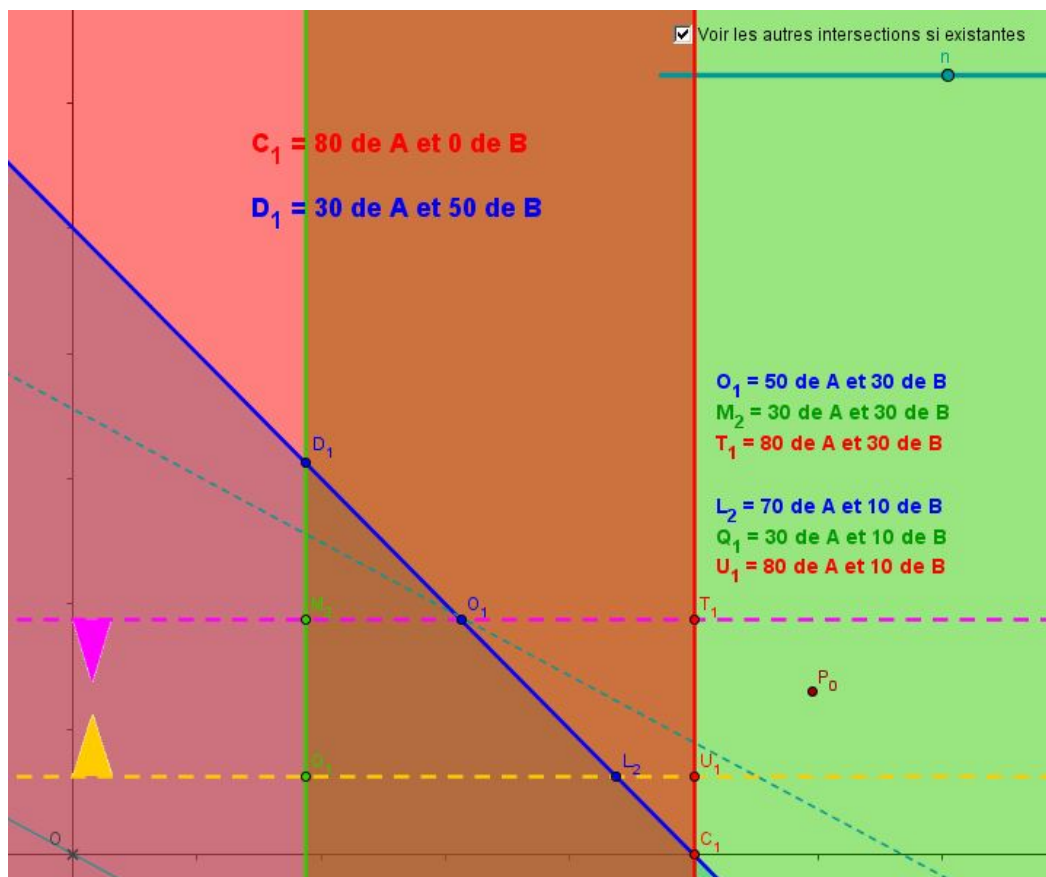
$$X2 \geq 10$$

$$X2 \leq 30$$

Introduisons ces données dans la feuille de calcul, comme ceci :

	A	B	C	D	E
< >	1	X1	X2	C	échelle
	2	1	1	80	80
	3	1	0	30	
	4	1	0	80	
	5	0	*****	0	
	6	0	*****	0	
	7	*****	1	10	
	8	*****	1	30	
	9	P_o	1073.6	95.2	20.8
	10				
	11	Z(X1)	Z(X2)		
	12	8	15		

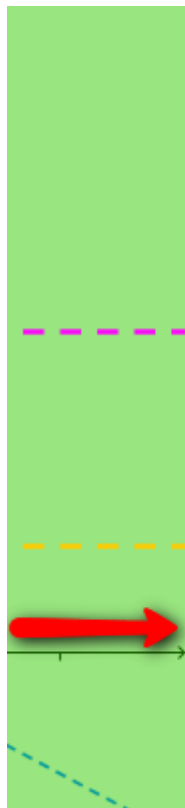
Après validation de la dernière entrée, nous obtenons le graphique suivant:



Analyse du graphique

Le domaine solution est le polygone brun foncé Q1L2O1M2, la droite la translatée de la droite objectif d'une fraction du vecteur normal à la droite objectif qui coupe OX2 le plus haut possible (maximisation) passe par le point O1, c'est donc l'optimum, et en lisant la ligne O1, on peut conclure que:

Le fabricant doit produire 50 raquettes ordinaire et 30 grandes raquettes, pour un bénéfice de 850 francs, comme on le voit ci-dessous. (les colonnes Objet sont ici sans signification et sont ignorées)



		Résult...	Objet 1	Objet 2	Objet 3
13					
14	B_1	?	?	?	?
15	C_1	640	80	80	80
16	D_1	990	80	30	30
17	E_1	?	?	?	?
18	F_1	?	?	?	?
19	G_1	?	?	?	?
20	H_1	?	?	?	?
21	I_1	?	?	?	?
22	J_1	?	?	?	?
23	K_1	?	?	?	?
24	L_1	?	?	?	?
25	L_2	710	80	70	70
26	M_1	?	?	?	?
27	M_2	690	60	30	30
28	O_1	850	80	50	50
29	Q_1	390	40	30	30
30	S_1	?	?	?	?
31	T_1	1090	110	80	80
32	U_1	790	90	80	80

Exemple 5:

Pour nourrir sa vache, un paysan dispose de deux poudres alimentaires P1 et P2 composées d'ingrédients A, B et C.

Un sac de poudre P1 pèse 900 g et contient 100 g d'ingrédients A, 200 g de B et 600 g de C.

Un sac de poudre P2 pèse 600 g et contient 200 g de chacun des trois ingrédients.

Chaque jour, la vache doit consommer au moins 300 g de A, 500 g de B et 700 g de C.

Les prix respectifs par kg de P1 et P2 sont respectivement 3 fr. et 2 fr.

Quelle dépense journalière minimale le paysan doit-il envisager, de sorte que sa vache reçoive une nourriture suffisante ?

Formulation du problème:

Notons X1 le nombre sacs de poudre P1 et X2 le nombre de sacs de poudre P2

Le paysan cherche à minimiser la fonction objectif :

$$\min z = 3X1 + 2X2$$

D'après l'énoncé, les contraintes suivantes devront être satisfaites : Attention, un sac de poudre P1 pèse 900 g et un sac de poudre P2 pèse 600 g, de sorte que 100 g de P1 représente 1/9 de sac P1 et 200 g de P2 1/3 de sac P2

$$\frac{1}{9} X1 + \frac{1}{3} X2 \geq \frac{3}{10}$$

$$\frac{2}{9} X1 + \frac{1}{3} X2 \geq \frac{5}{10}$$

$$\frac{6}{9} X1 + \frac{1}{3} X2 \geq \frac{7}{10}$$

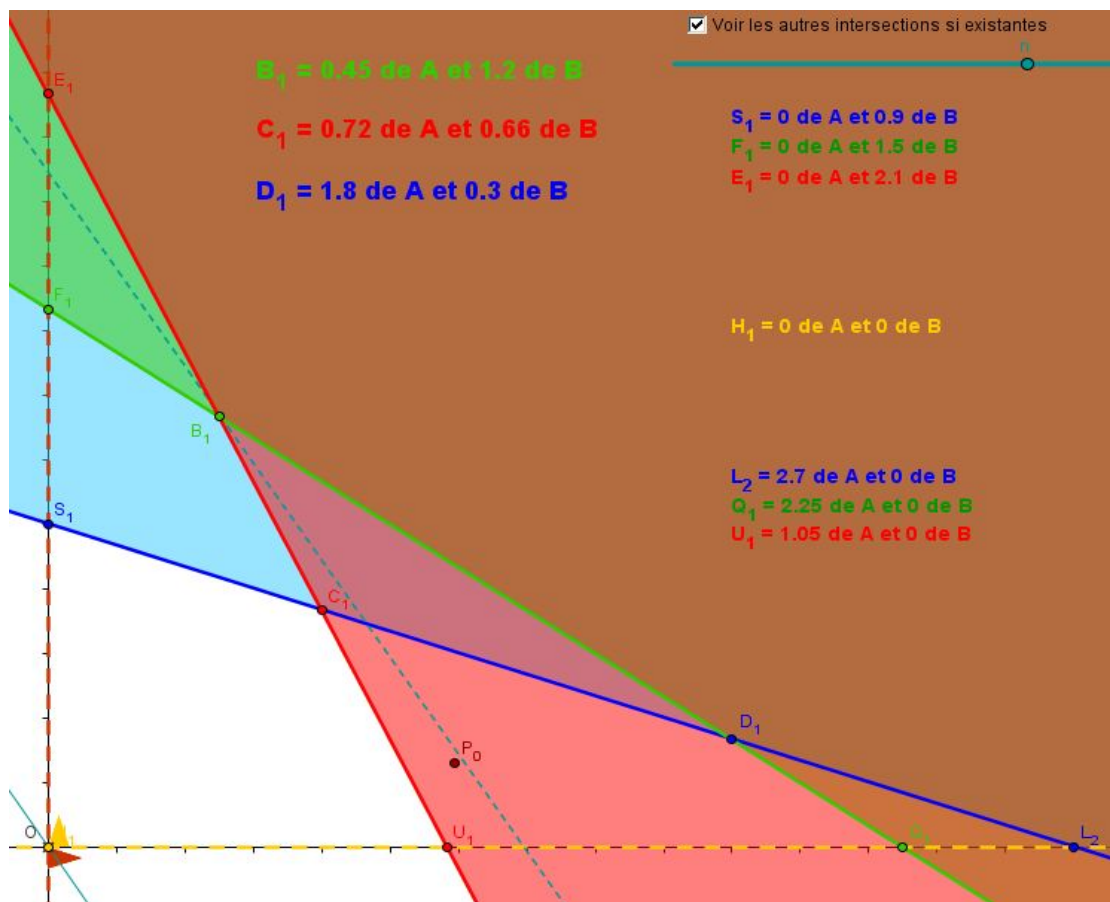
$$X1 \geq 0$$

$$X2 \geq 0$$

Introduisons ces données dans la feuille de calcul, comme ceci :

<	>	1	X1	X2	C	échelle	Pas
		2	0.111	0.333	0.3	0.9	1.111
		3	0.222	0.333	0.5		
		4	0.667	0.333	0.7		
		5	1	*****	0		
		6	0	*****	0		
		7	*****	1	0		
		8	*****	0	0		
		9		P_o	3.681	1.071	0.234
		10					
		11	Z(X1)	Z(X2)			
		12	3	2			

Après validation de la dernière entrée, nous obtenons le graphique suivant:



Analyse du graphique

Le domaine solution est ici la fraction du plan délimité par $X_1 = 0$, $L_1B_1D_1L_2$ et $X_2 = 0$, la translatée de la droite objectif d'une fraction du vecteur normal à la droite objectif qui coupe OX_2 le plus bas possible (minimisation) passe par le point B_1 , c'est donc l'optimum, et en lisant la ligne B_1 , on peut conclure que:

Le paysan doit acheter 450 g de poudre P_1 et 1200 g de poudre P_2 par jour pour nourrir correctement sa vache.

Et pour un coût journalier de 3,75 francs, elle mangera 450 g d'ingrédients A, 500 g d'ingrédients B et 700 g d'ingrédients C, ce qui correspond aux contraintes comme on le voit ci-dessous.



		Résult...	Objet 1	Objet 2	Objet 3
13					
14	B_1	3.75	0.45	0.5	0.7
15	C_1	3.48	0.3	0.38	0.7
16	D_1	6	0.3	0.5	1.3
17	E_1	4.2	0.7	0.7	0.7
18	F_1	3	0.5	0.5	0.5
19	G_1	?	?	?	?
20	H_1	0	0	0	0
21	I_1	?	?	?	?
22	J_1	?	?	?	?
23	K_1	?	?	?	?
24	L_1	?	?	?	?
25	L_2	8.1	0.3	0.6	1.8
26	M_1	?	?	?	?
27	M_2	?	?	?	?
28	O_1	?	?	?	?
29	Q_1	6.75	0.25	0.5	1.5
30	S_1	1.8	0.3	0.3	0.3
31	T_1	?	?	?	?
32	U_1	3.15	0.117	0.233	0.7

REMARQUES:

- Bien que l'appliquette optimise la zone graphique, il est tout de même possible qu'il faille déplacer l'origine du système ou agrandir celle-ci, c'est possible avec les outils GeoGebra :



Déplacer



Zoom +



Zoom -

- Cette appliquette ne vous dispense pas de chercher par vous même les systèmes d'inéquations découlant de l'énoncé.
- Vous pouvez copier, modifier, distribuer cette appliquette librement mais en citant la source
- Si vous trouvez des erreurs dans les résultats merci de m'en faire part en message privé sur

- le forum de GeoGebra (il faut vous inscrire sur le site):
- <http://www.geogebra.org/cms/> rubrique forum utilisateur.

 - Vous trouverez d'autres exercices aux adresses suivantes:
 - L'excellent site: <http://apprendre-en-ligne.net/index.php>
Rubrique: <http://apprendre-en-ligne.net/MADIMU2/INDEX.HTM>
Algèbre: <http://apprendre-en-ligne.net/MADIMU2/ALGEB/INDEX.HTM>, Chapitre 5
duquel je me suis largement inspiré et dont j'ai tiré les exemples de ce document

 - <http://homeomath.imingo.net/proglin.htm>
 - <http://www.maths-express.com/bac-exo/spe-es/geometrie/liste1-exos.htm>
 -