

Université Mohamed Boudiaf de M'sila
Faculté des Mathématique et de l'Informatique
Département d'Informatique

Intitulé du Master : Informatique Décisionnelle et Optimisation

Semestre : S1

Intitulé de l'UE : UEM 1.1

Intitulé de la matière : Programmation linéaire avancée

TD N° 2

Rappels de cours :

Soit le programme linéaire Primal suivant:

$$\begin{array}{ll} \text{P} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } z = c x \\ S C \\ A x \geq b \\ x \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Son Dual est le suivant :

$$\begin{array}{ll} \text{D} & \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } v = w b \\ S C \\ w A \leq c \\ w \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

Où w sont les variables du dual:

Récapitulation des Propriétés liées à la dualité

min	max
primal	dual
dual	primal
variable ≥ 0	contrainte $\leq$
variable ≤ 0	contrainte $=$
variable ≤ 0	contrainte $\geq$
contrainte $\leq$	variable ≤ 0
contrainte $=$	variable ≤ 0
contrainte $\geq$	variable ≥ 0

Exercice n° 1 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Min } z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

$$\text{Sujet à } x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0.$$

Exercice n° 2 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Maximiser } 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4$$

Sous les contraintes :

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 8$$

$$3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 7$$

$$x_1; x_2; x_3; x_4 \geq 0$$

Exercice n° 3 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Minimiser } 4y_1 + 2y_2 + 5y_3$$

Sous les contraintes :

$$2y_1 - 4y_2 + 3y_3 \geq 1$$

$$-y_1 + 3y_2 - 2y_3 \geq -3$$

$$y_1 - y_3 \geq 3$$

$$y_1; y_2; y_3 \geq 0$$

Exercice n° 4 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Maximiser } 7x_1 + 9x_2$$

$$\text{Sous : } x_1 + x_2 \leq 8$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 19$$

$$x_2 \leq 4$$

$$x_1; x_2 \geq 0$$

Exercice n° 5 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Min} Z = 2x_1 + x_3$$

$$\text{Sous : } x_1 + x_2 - x_3 \geq 5$$

$$x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 8$$

$$x_1 \geq 0 ; \dots ; x_3 \geq 0$$

Exercice n° 6 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Max } Z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

$$\text{Sous : } 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 60$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 80$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Exercice n° 7 :

Construire le dual du problème primal suivant:

$$\text{Min } Z = 20x_1 + 24x_2$$

Sous :

$$x_1 + x_2 \geq 30$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$