

Un examen de 5 heures est composé de 4 questions indivisibles, chaque question i a une note n_i et nécessite un temps de réponse t_i en heures. Ces détails sont récapitulés dans le tableau suivant :

Question i	1	2	3	4
Note n_i	7	6	5	8
Temps t_i	2	1	2	3

On désire déterminer quelles questions choisir pour avoir une note totale maximale.

- Quel est le problème modèle vu cours qui est similaire à celui-ci ?
- Déterminer l'espace de recherche et calculer sa taille (nombre de solutions candidates).
- Ecrire la formulation mathématique de ce problème d'optimisation.
- Donner la solution de cette instance en utilisant un algorithme de programmation dynamique.
- Ecrire l'algorithme correspondant.
- Evaluer les complexités temporelle et spatiale de cet algorithme.

Réponses :

1. Problème du sac-à-dos (KSP).0.5pt

2. Espace de recherche S = ensemble des parties de $\{1,2,3,4\}$ et $|S| = 2^4$1pt

3. Formulation mathématique : $\begin{cases} \max \sum_{i=1}^4 x_i n_i \\ x_i \in \{0,1\} \\ \sum_{i=1}^4 x_i t_i \leq 5 \end{cases}$ 1.5pts

4. Resolution par l'algo de PD2.5pts

		cj	0	1	2	3	4	5	
Item	ni	ti	0	0	0	0	0	0	
1	7	2	0	0	7	7	7	7	x1=1
2	6	1	0	6	7	13	13	13	x2=1
3	5	2	0	6	7	13	13	18	x3=1
4	8	3	0	6	7	13	14	18	x4=0

La solution optimale est 1110 et $f(1110) = n_1 + n_2 + n_3 = 18$0.5pt

5. Algorithme3pt

```

For (i=0; i<=n; i++) Tab[i][0]=0;
For (j=0; j<=C; j++) Tab[0][j]=0;
For (i=0; i<=n; i++)
    For (j=0; j<=C; j++)
        If w[j] <= j
            Tab[i][j] = Tab[i-1][j];
        Else
            Tab[i][j] = max (Tab[i-1][j]; Tab[i-1][j-w[j]]+v[j])
l=n; j=C;
While (i>0)
    { If (Tab[i][j] == Tab[i-1][j]) { x[j]= 1 ; j=j-w[j]; }
      i--; }
return x, Tab[n,C];
    
```

6. Complexité temporelle = Complexité spatiale = $O(n.T)$ 1pt