

Examen de module : $\text{\LaTeX}$

S2, master, Ana. Fonct. et A.M.D

Nom et Prénom

date

Résumé

L'examen consiste à reproduire, en utilisant $\text{\TeXstudio}$, les deux pages du sujet. Utiliser la classe article avec les options a4paper, 12pt. Les marges de la page sont 2cm à droite, 2cm à gauche, 2cm en haut et 2cm en bas.

Table des matières

1	Quelques propriétés des L^p	1
1.1	Convergence simple	1
1.2	Inégalité d'interpolation	1
2	Une EDP	2
3	Négation	2
	Références	2

1 Quelques propriétés des L^p

Pour les démonstrations voir [1].

1.1 Convergence simple

Proposition 1.1 Soit $f \in L^1(\mathbb{R})$ et $(f_n) \subset L^1(\mathbb{R})$ telle que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_{\mathbb{R}} f_n dx = \int_{\mathbb{R}} f dx. \quad (1.1)$$

Si $\forall n \geq 1$, f_n est positive et f_n converge p.p. vers f .

1.2 Inégalité d'interpolation

Théorème 1.1 Soit $p, q \in [1, +\infty]$ avec $q < p$. Si $f \in L^p \cap L^q$. Alors $f \in L^r$ pour tout $r \in [p, q]$, et on a :

$$\|f\|_r \leq \|f\|_q^\alpha \cdot \|f\|_p^{1-\alpha}. \quad (1.2)$$

où $\alpha \in [0, 1]$ est défini par $\frac{1}{r} = \frac{\alpha}{q} + \frac{1-\alpha}{p}$.

L'inégalité (1.2) est une généralisation de l'inégalité de Hölder.

2 Une EDP

Lemme 2.1 Pour $\varepsilon > 0$ et $f \in L^2(\Omega)$, on considère le problème elliptique suivant¹

$$\begin{cases} -\varepsilon \Delta_{X_1} u - \Delta_{X_2} u = f & \text{in } \Omega, \\ u = 0 & \text{on } \partial\omega, \end{cases} \quad (2.1)$$

Ce problème a une solution unique.

3 Négation

Définition 1 Le tableau de vérité de la négation est :

P	F	V
$\overline{P}$	V	F

Pour plus de détail voir [2].

Références

- [1] L. C. EVANS, *Partial Differential Equations*, AMS, Providence, RI, **2010**.
- [2] A. DERIOU, *Cours d'algebre1*, Univ. de M'sila, **2017**.

Bonne chance

1. avec des Dirichlet.