



Exercice 1. (5 pts)

I $A = [\text{zeros}(5,1), \pi * \text{eye}(5), \text{ones}(5,1)]$ (0.5 pt)

1. $B = A(1 : \text{end}, 2 : 6)$ ou $B = A(:, 2 : 6)$ (0.5 pt)

II) Soit M une matrice d'ordre n , donner l'instruction MATLAB pour chacun des traitements suivants sont :

1. Pour supprimer tous les éléments de la $i^{\text{ème}}$ ligne de M on utilise :
 $M(i, :) = []$ (0.25 pt)

2. Pour supprimer tous les éléments de la $j^{\text{ème}}$ colonne de M on utilise :
 $M(:, j) = []$ (0.25 pt)

3. Pour ajouter deux lignes $L1$ et $L2$ au début de la matrice M on utilise :
 $M = [L1; L2; M]$ % $L1$ et $L2$ sont deux vecteurs lignes (0.5 pt)

4. Pour ajouter deux colonnes $C1$ et $C2$ à la fin de la matrice M on utilise :
 $A = [M, C1, C2]$ % $C1$ et $C2$ sont deux vecteurs colonnes (0.5 pt)

5. l'instruction pour créer la matrice $B = [6 \ 5 \ 5; 5 \ 6 \ 5; 5 \ 5 \ 6]$ est :
 $B = 5 * \text{ones}(3) + \text{eye}(3)$ (0.5 pt)

6. L'instruction pour créer la matrice $C = [7 \ 1 \ 1; 1 \ 9 \ 1; 1 \ 1 \ 14]$ est :
 $p = [3 \ 2 \ 5];$
 $C = (\text{ones}(3) + \text{diag}([p \ 10])) + 3 * \text{eye}(3);$ (0.5 pt)

7. Lorsqu'on exécute l'instruction : $Q = \text{diag}(\text{diag}(\text{ones}(\text{diag}(3))))$ on obtient : $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (0.5 pt)

8. Le résultat de la matrice B pour des deux opérations matricielles suivantes est :
 $A = [1 \ 2; 2 \ 1; 3 \ 0]; B = [A, [1; 2; 3]]$

(a) $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ (0.5 pt)

(b) $B = \begin{pmatrix} 5 & 9 & -1 \\ 9 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (0.5 pt)

Exercice 2. (4 pts)

1. La valeur des variables A , B et C après exécution du code on obtient :
 $A = \text{fonc}(34) = 17$ $B = \text{fonc}(52) = 13$ $C = \text{fonc}(60) = 3$ (2 pts)

2. Meme question on trouve :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 \\ 4 & 8 & 12 & 16 & 20 \\ 5 & 10 & 15 & 20 & 25 \end{pmatrix} \quad (2 \text{ pts})$$

Exercice 3. (6 pts) Soit le problème

$$(P) \begin{cases} \frac{d^2y}{dt^2} + y = t^2 \\ y(0) = 0 \\ \frac{dy}{dt}(0) = 1 \end{cases}$$

1. Résolution par le calcul symbolique

a . Première méthode : On utilise la commande `dsolve` c.à.d

```
y=dsolve('D2y+y=t^2','t'), ça donne C1*cos(t)+C2*sin(t)+t^2-2 (1 pt)
```

```
syms t C1 C2
```

```
s=solve(subs(y,t,0)==sym(0),subs(diff(y,t),t,0)==sym(1),C1,C2)
```

```
Sol=subs(y,{C1,C2},{s.C1,s.C2}), ça donne 2*cos(t) + sin(t) + t^2 - 2 (1 pt)
```

b . Deuxième méthode :

(a) Solution de l'équation homogène

```
syms r
```

```
l=solve(r^2+1,r)
```

```
syms t C1 C2
```

```
yh=C1*cos(imag(l(1))*t)+C2*sin(imag(l(2))*t) (0.5 pt)
```

(b) Solution particulière

```
syms a b c % on pose
```

```
yp=a*t^2+b*t+c
```

```
diff(yp,2,'t')+yp==t^2 % ça donne a*t^2 + b*t + 2*a + c = t^2 (1 pt)
```

Par identification terme à terme (manuellement)

```
eq=solve(a-1,b,c+2*a,'a','b','c')
```

On trouve $a=3$, $b=0$ et $c=-6$ (1 pt)

En substituant les valeurs de a , b et c dans l'équation

on trouve la solution particulière

```
yp=subs(y,{a b c},{eq.a eq.b eq.c}) (0.5 pt)
```

on trouve $yp=t^2 - 2$

La solution générale s'écrit :

```
yg=C1*cos(t)+C2*sin(t)+t^2-2 (0.5 pt)
```

Pour déterminer les constantes $C1$ et $C2$ on écrit

```
c=solve(subs(yg,t,sym(0)),subs(diff(yg,t),t,sym(0))-1,C1,C2) (0.5 pt)
```

```
Sol=subs(yg,{C1,C2},{c.C1,c.C2}) (0.5 pt)
```

Exercice 4. (5 pts) On souhaite approcher la solution du problème

$$(P) \begin{cases} -u''(x) + \frac{1}{1+x}u' = f(x), & 0 < x < 1 \\ u(0) = 0, & u(1) = 0. \end{cases}$$

1. Avec un schéma centré, on a. (0.5 pt)

$$u''(x_i) = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + O(h^2)$$

$$u'(x_i) = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} + O(h^2)$$

L'équation discrète s'écrit : (0.5 pt)

$$\begin{cases} -\frac{u_{i+1}-2u_i+u_{i-1}}{h^2} + \left(\frac{1}{1+ih}\right) \frac{u_{i+1}-u_{i-1}}{2h} = f(ih), & (x_i = ih) \quad i = 1, \dots, N, \\ u_0 = a \\ u_{N+1} = b \end{cases}$$

ou (1 pt)

$$\begin{cases} -\left(\frac{1}{h^2} + \frac{1}{2h(1+ih)}\right) u_{i-1} + \frac{2}{h^2} u_i + \left(\frac{1}{2h(1+ih)} - \frac{1}{h^2}\right) u_{i+1} = f_i, (x_i = ih) & i = 1, \dots, N, \\ u_0 = a \\ u_{N+1} = b. \end{cases}$$

dont la forme matricielle est donnée par (3 pts)

$$\begin{bmatrix} \frac{2}{h^2} & \left(\frac{1}{2h(1+h)} - \frac{1}{h^2}\right) & & & \\ -\left(\frac{1}{2h(1+2h)} + \frac{1}{h^2}\right) & \frac{2}{h^2} & \left(\frac{1}{2h(1+2h)} - \frac{1}{h^2}\right) & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ & & & -\left(\frac{1}{2h(1+Nh)} + \frac{1}{h^2}\right) & \frac{2}{h^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_{N-1} \\ u_N \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} f_1 + \left(\frac{1}{2h(1+h)} + \frac{1}{h^2}\right) a \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N-1} \\ f_N - \left(\frac{1}{2h(1+Nh)} - \frac{1}{h^2}\right) b \end{bmatrix}$$