

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول

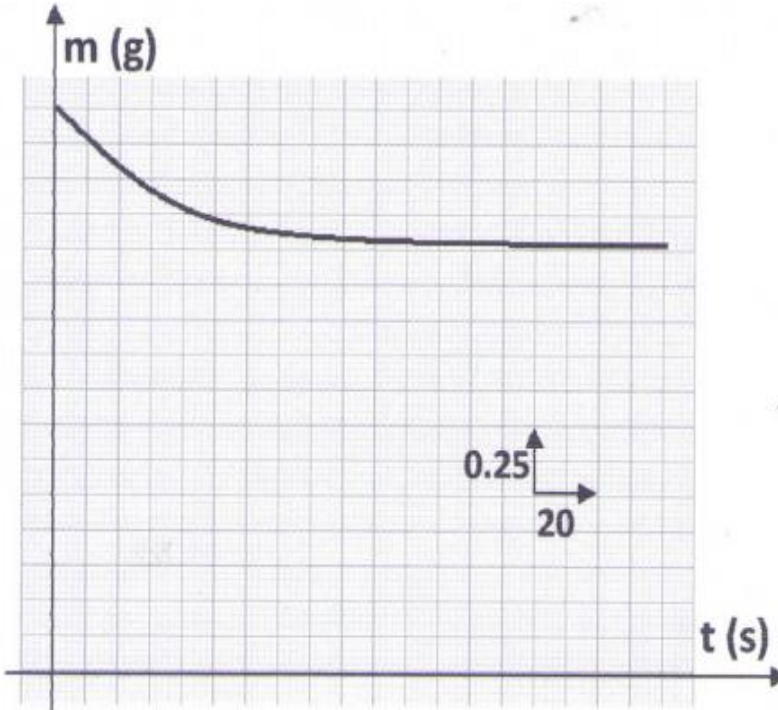
التمرين الأول : (04 نقاط)

بهدف تتبع التحول الكيميائي التام بين حمض كلور الماء ($H^+ + Cl^-$) و كربونات الكالسيوم الصلب .

ندخل عند اللحظة $t = 0$ كتلة مقدارها m_0 من كربونات الكالسيوم $CaCO_{3(s)}$ داخل حجم $V = 100ml$ من حمض كلور الماء تركيزه C

ينمذج التفاعل الكيميائي الحاصل بالمعادلة : $CaCO_3 + 2H_3O^+ = Ca^{+2} + CO_2 + 3H_2O$

المتابعة الزمنية لتطور الجملة الكيميائية مكنت من حساب كتلة كربونات الكالسيوم m المتبقية في كل لحظة حيث يوضح البيان تغيرات m بدلالة t



1- أنجز جدولا لتقدم التفاعل

2- بين أن عبارة $m(t)$ في أي لحظة تعطى بالعلاقة :

$$m(t) = m_0 - 10[Ca^{+2}]$$

3- أوجد مقدار التقدم الأعظمي

4- أحسب التركيز المولي الابتدائي لمحلول حمض كلور الماء C

5- عرف سرعة للتفاعل واكتب عبارتها بدلالة M ، m

حيث M الكتلة المولية لـ $CaCO_3$

أ) أحسب قيمتها عند اللحظة $t = 40$

ب) إستنتج سرعة تشكل الشاردة Ca^{+2} عند $t = 40s$

6- عرف زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

7- بين أنه : $m(t = t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$ ثم استنتج قيمة زمن نصف التفاعل بيانيا

المعطيات : $Ca = 40g/mol$ ، $H = 1g/mol$ ، $C = 12g/mol$ ، $O = 16g/mol$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

البولونيوم عنصر مشع و نادر الوجود في الطبيعة . اكتشف عام 1889م في احد الخامات ، النظير الوحيد الموجود في الطبيعة هو $^{210}_{84}Po$

1- يتفكك البولونيوم $^{210}_{84}Po$ معطيا نواة الرصاص $^{206}_{82}Pb$ مع انبعاث إشعاعات .

أ) حدد تركيب النواة $^{210}_{84}\text{Po}$

ب) اكتب معادلة التفكك النووي الحادث مع توضيح كل الإشعاعات .

2- تحوي عينة من عنصر مشع ^A_ZX عند اللحظة $t = 0$ كتلة m_0 ، عند اللحظة t تتفكك الكتلة m_d و تبقى الكتلة m دون تفكك

أ) أوجد عبارة قانون التناقص الإشعاعي للكتلة m بدلالة m_0 ، λ و t

ب) أوجد عبارة m_d بدلالة m_0 ، λ و t

ج) أوجد العلاقة التي تربط $\frac{dm_d}{dt}$ ، m و τ

3- بواسطة وسيط معلوماتي تمكنا من رسم المنحنى

$$\frac{dm_d}{dt} = f(m)$$

أ) بالإعتماد على العلاقة البيانية و العلاقة النظرية

في السؤال 2- ج

❖ أوجد قيمة ثابت الزمن τ

❖❖ عرّف زمن نصف العمر وحدد قيمته

❖❖❖ تعرف على النواة المشعة ^A_ZX

4- نعتبر كتلة هذه العينة معدومة عندما تصبح

مساوية لـ 1% من قيمتها الابتدائية

❖ أحسب بدلالة ثابت الزمن τ المدة الزمنية اللازمة لإنعدام كتلة العينة .

❖❖ هل يمكن تعميم هذه النتيجة لكل نواة مشعة . علل ؟

المعطيات :

الجدول مستخرج من الجدول الدوري للعناصر

النواة	^{83}Bi	^{53}I	^{84}Po
الزمن $t_{1/2}$	60min	8journs	138,9journs

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر التركيب التجريبي الممثل جانبا و المتكون من مولد مثالي للتوتر قوته المحركة E و ناقلين أوميين R_1 و R_2

حيث $R_2 = 2R_1 = 1K\Omega$ و مكثفة سعتها C و بادلة .

بعد شحن المكثفة كلياً نؤرجح البادلة للموضع الآخر لإنجاز عملية تفريغ المكثفة . عند لحظة

نعتبرها مبداء للزمن $t = 0$

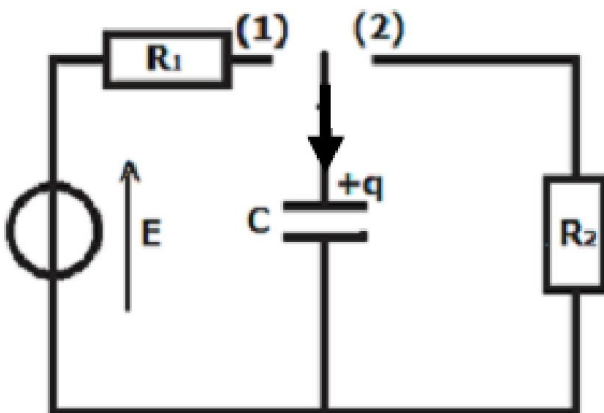
1- في أي الموضعين ثم وضع البادلة عند اللحظة $t = 0$

2- أحسب $u_{R_2}(t = 0)$ و $u_C(t = 0)$

3- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{R_2}(t)$ بين طرفي

الناقل الأومي R_2 هي : $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$ محددًا عبارة τ بدلالة

مميزات الدارة



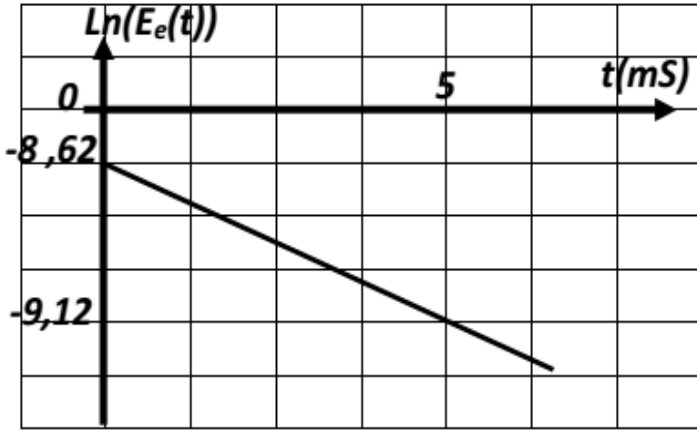
4- بين أن : $u_{R_2}(t) = Ae^{-t/\tau}$ حل للمعادلة التفاضلية محددًا عبارة الثابت A

5- استنتج عبارة التوتر $u_C(t)$

6- خلال عملية تفريغ المكثفة ، أكتب عبارة $E_C(t)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة t بدلالة

الزمن t ، ثابت الزمن τ و $E_C(0)$ الطاقة المخزنة في المكثفة عند اللحظة $t = 0$

أ) بواسطة وسيط معلوماتي نعاين تغيرات $\ln(E_C(t))$ بدلالة الزمن t فنحصل على المنحنى التالي



❖ اعتمادًا على المنحنى و العلاقة النظرية التي يطلب إيجادها

أوجد قيمة كل من : $E_C(0)$ و τ .

❖ استنتج قيمة كل من :

القوة المحركة للمولد E و سعة المكثفة C

7- نريد تركيب مكثفة أخرى سعتها C' في دائرة التفريغ

لتقليص مدة التفريغ إلى نصف مدة الشحن دون تغييرها .

❖ بين أن : $C' = \frac{C}{3}$

التمرين الرابع : (04 نقاط)

جميع القياسات تمت عند الدرجة $25C^0$

المعطيات : الحجم المولي : $V_M = 24L/mol$ ، الجداء الشاردي للماء : $K_e = 10^{-14}$

ثابت الحموضة للشثائية CH_3COOH / CH_3COO^- $pK_{a2} = 4,8$

1- نذيب حجمًا $V_0 = 0,12 l$ من غاز النشادر NH_3 في الماء المقطر فنحصل على محلول مائي S_1

حجمه $V = 0,5L$ و تركيزه المولي C ، نقيس pH المحلول S_1 فنجد $pH = 10,6$

1-1- عبر عن التركيز المولي C للمحلول S_1 بدلالة V_0 ، V و V_M . أحسب قيمة C

2-1- أكتب معادلة التفاعل الحاصل

3-1- أنشئ جدولًا لتقدم التفاعل

4-1- عبر عن نسبة التقدم النهائي τ_1 للتفاعل بدلالة K_e ، C و pH . أحسب قيمة τ_1 ماذا تستنتج ؟

5-1- أوجد عبارة ثابت التوازن k بدلالة C و τ_1 . أحسب k

6-1- استنتج أن قيمة ثابت الحموضة pK_{a1} للشثائية NH_4^+ / NH_3 هي $pK_{a1} = 9,2$

2- نمزج حجمًا V_1 من المحلول S_1 مع حجمًا $V_2 = \frac{V_1}{2}$ من محلول مائي لحمض الإيثانويك CH_3COOH له نفس

التركيز المولي C فيحدث تفاعل ينمذج بالمعادلة : $CH_3COOH + NH_3 = NH_4^+ + CH_3COO^-$

1-2- بالإعتماد على جدول التقدم لهذا التفاعل ، أثبت أن نسبة التقدم النهائي τ للتحويل

$$\tau = \frac{V_1}{V_2(1+10^{pH-pK_{a1}})} \quad \text{تحقق العلاقة :}$$

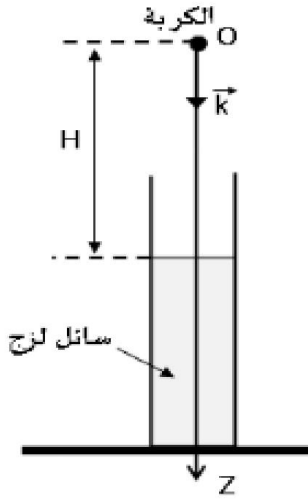
2-2- أحسب τ علما أن pH المزيج هو $pH = pK_{a1}$ ، ماذا تستنتج ؟

3-2- أوجد K ثابت التوازن المقرون بمعادلة تفاعل النشادر مع حمض الإيثانويك بدلالة pK_{a1} و pK_{a2}

أحسب قيمة K . هل تتوافق هذه القيمة مع نتيجة السؤال السابق .

التمرين التجريبي : (04 نقاط)

تعتبر حركة السقوط الشاقولي أكثر الحركات المستقيمة المعاينة في الحياة اليومية ، ندرس في هذا التمرين السقوط الشاقولي لكروية من الفولاذ في الهواء وفي سائل لزج شفاف يوجد داخل أنبوب شاقولي شفاف و مدرج نحرر عند اللحظة $t = 0$ كروية من فولاذ متجانسة كتلتها m و نصف قطرها r ومركز عطالتها G



الشكل 1

بدون سرعة ابتدائية من الموضع O يوجد على ارتفاع H من السطح الحر

للسائل (الشكل 1) فتسقط في الهواء ثم في سائل (L) كتلته الحجمية ρ_L

معطيات : نصف قطر الكروية $r = 5.10^{-3}m$ ، $g = 9,8m/s^2$ ،

الكتلة الحجمية للفولاذ $\rho_a = 7800Kg/m^3$ ، $H = 0,46m$

1- ندرس حركة الكروية في معلم $(O, \vec{K})$ مرتبط بسطح الأرض نعتبره غاليليا ، نختار المستوى الأفقي الذي يشمل السطح الحر للسائل مرجعا لقياس الطاقة الكامنة الثقالية.

1-1- أوجد تغير الطاقة الكامنة الثقالية للكروية بين لحظة إنطلاقها ولحظة وصولها إلى السطح الحر للسائل

1-2- أوجد بطريقتين مختلفتين تحريكية و طاوقية قيمة v_1 سرعة الكروية عند وصولها إلى السطح الحر للسائل

1-3- حدد قيمة الطاقة الميكانيكية للجسملة (كروية - أرض)

2- نمذج تأثير السائل على الكروية أثناء الحركة في السائل بقوة احتكاك $\vec{f} = -6\pi\eta r v \vec{K}$ حيث v سرعة G عند اللحظة t و η لزوجة السائل ، ونعتبر أن دافعة أرخميدس غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكروية نختار لحظة وصول الكروية إلى السطح الحر للسائل مبداء جديدا للزمن ($t = 0$)

1-2- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v تكتب على الشكل : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B$

2-2- حدد عبارة τ و B بدلالة المعطيات ، ماهو مدلولهما الفيزيائي

2-3- بين أن : $v(t) = (v_1 - \tau B)e^{-t/\tau} + \tau B$ حل للمعادلة التفاضلية السابقة .

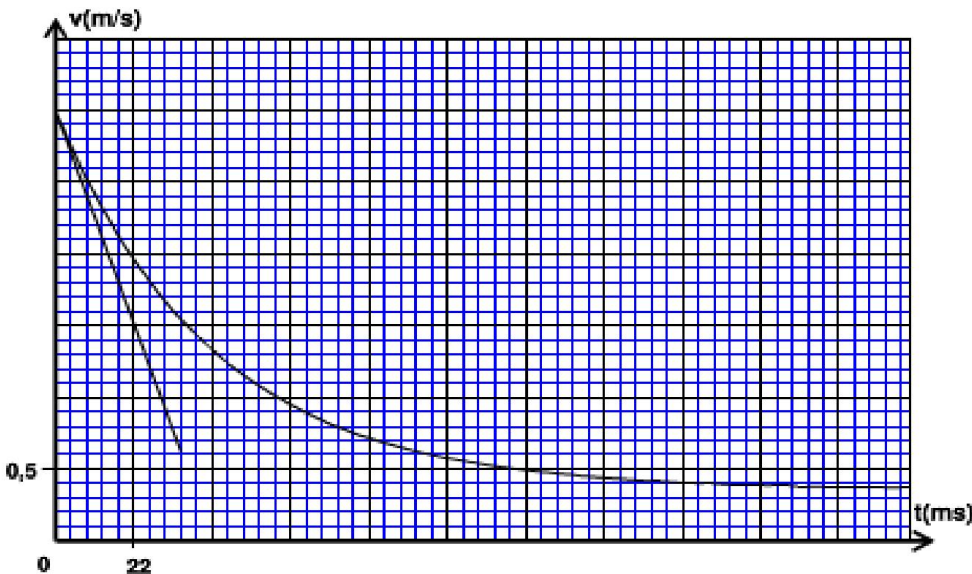
2-4- أكتب عبارة $v(t)$ بدلالة v_1 و τ والسرعة الحدية v_{lim} لمركز عطالة الكروية .

3- تم بواسطة وسيط معلوماتي الحصول على منحنى الشكل 2 والمثل لتغيرات السرعة v بدلالة الزمن .

❖ أوجد كل من السرعة الحدية v_{lim}

❖ معامل اللزوجة η

❖ الكتلة الحجمية ρ_L للسائل .



الشكل 2

التمرين الأول : (04 نقاط)

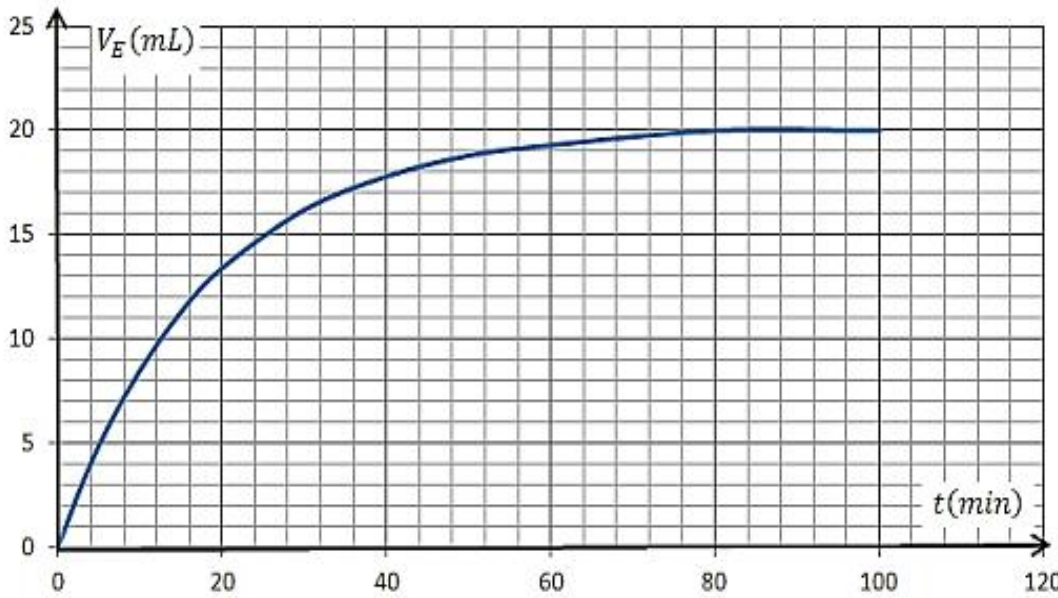
إن أكسدة شوارد اليود I^- بواسطة البيروكسوديسولفات $S_2O_8^{2-}$ هو تفاعل تام وبطيء ، ينمذج عذا التفاعل بالمعادلة التالية :

$$2I^- + S_2O_8^{2-} = I_2 + 2SO_4^{2-}$$

في اللحظة $t = 0$ ندخل $V_1 = 20ml$ من محلول بيروكسوديسولفات ذو التركيز المولي C_1 في بيشر و نضيف إليه $V_2 = 80ml$ من محلول يود البوتاسيوم ذو التركيز المولي $C_2 = 0,2mol/L$ و نقوم برجه ثم نقوم بتقسيم المزيج على 20 أنبوب اختبار كل أنبوب يحتوي على 5ml من المحلول الأصلي .

في كل لحظة مختارة نأخذ أنبوب ونسكبه في بيشر سعة 150ml مع إضافة ماء وقطع جليد و بعض القطرات من صمغ النشاء حتى يصبح لون المحلول أزرق ، ثم نعاير I_2 ثنائي اليود المتشكل بمحلول لثيوكبريتات الصوديوم $(2Na^+ + S_2O_3^{2-})$ ذو التركيز المولي $C_0 = 0,025mol/L$ ثم نسجل الحجم المضاف عند التكافؤ V_E فنحصل على

البيان التالي :



1- أ) أكتب المعادلات النصفية للتفاعل

ب) انجز جدولاً لتقدم هذا التفاعل .

ج) لماذا يجب إضافة الماء و الجليد

قبل المعايرة ؟

2- الثنائيات الداخلة في تفاعل المعايرة

هي : I_2/I^- ، $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$

أ) أعط رسم للبروتوكول التجريبي

لتفاعل المعايرة

ب) أكتب معادلة تفاعل المعايرة و ماهي

مميزاته ؟

3- أثبت أن تقدم التفاعل x يعطى بالعلاقة : $x = 10C_0V_E$ ثم استنتج التقدم الأعظمي و المتفاعل المحد

4- أستنتج التركيز المولي الابتدائي لمحلول بيروكسوديسولفات C_1

5- أ) عرف السرعة الحجمية للتفاعل و اكتب عبارتها بدلالة C_0 ، V_E و V_T حجم المزيج التفاعلي

ب) أحسب السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظتين $t = 0$ و $t = 40$ ن فسر مجهرية هذا التغير

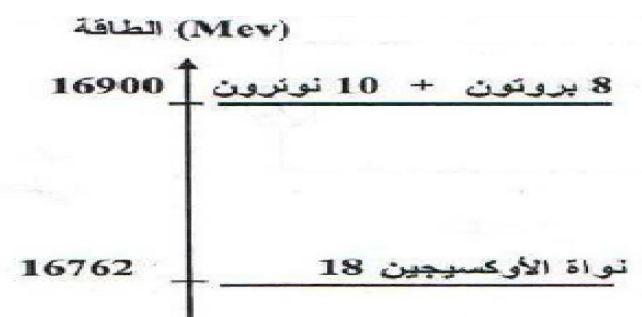
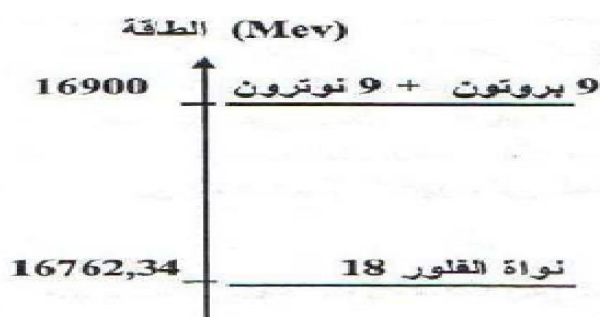
6- عرف زمن نصف التفاعل و عين قيمته

التمرين الثاني : (04 نقاط)

بالنسبة لأمراض السرطان ، العنصر الإشعاعي المستعمل في الرسم الطبي هو الغلوكوز المعلم بالفلور 18

لكونه يتراكم بشكل أفضل في الخلايا السرطانية المستهلكة جيداً لمادة السكر ، يتميز الفلور 18 بكونه ذو نشاط

إشعاعي نصف عمره $t_{1/2} = 110 min$ فيتولد عنه الأوكسجين 18 ، نعطي مخططات الطاقة التالية :



نهمل كتلة الإلكترون و نعتبر كتلة البروتون مساوية لكتلة النوترون

1- أوجد طاقتي الربط بالنسبة لكل نوية للنواتين $^{18}_9F$ ، $^{18}_8O$

❖ أي النواتين أقل إستقراراً . علل ؟

2- أكتب معادلة تفكك نواة $^{18}_9F$ محددا نمط و آلية التفكك .

3- أوجد بوحدة الـ MeV الطاقة الناتجة عن تفكك نواة واحدة من الفلور 18

4- عند التاريخ : الخميس 21 ماي 2015 وعلى الساعة 08h 00min حقن مريض بجرعة من الغلوكوز

المعلم بالفلور 18 نشاطها الإشعاعي $A_0 = 260 \times 10^6 Bq$ على أن يحقن مرة ثانية عند بلوغ نسبة

الأنوية المتفككة من الجرعة الأولى 75%

4-1 حدد تاريخ أو ساعة الحقنة الثانية .

4-2 بين أن عبارة الطاقة E_T الناتجة عن تفكك عدد N_1 من أنوية الفلور عند اللحظة $t = nt_{1/2}$

تكتب على الشكل التالي : $E_T = EN_0(1 - \frac{1}{2^n})$

أوجد بوحدة الـ MeV الطاقة المكتسبة من طرف جسد المريض عند تمام الساعة 11h 40min

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لدينا وشيعةتين حقيقتين ($b_1(r_1 = 5\Omega$ ، $L_1 = \text{؟}$) ، $b_2(r_2 = \text{؟}$ ، $L_2 = 0,5H$) ، مولد مثالي قوته المحركة E

و ناقل أومي $R = 90\Omega$ ، أسلاك توصيل وقاطعة . نحقق التركيب المبين أسفله

1- بتطبيق قانون جمع التوترات على الجزء AB وقانون أوم بين طرفي الناقل الأومي

بين أنه يمكن تعويض الوشيعةتين b_1 و b_2 بوشيعة مكافئة تحقق : $b(r = r_1 + r_2$ ، $L = L_1 + L_2)$

2- أعد رسم الدارة بتعويض b_1 و b_2 بـ b

❖ بين على الدارة كيفية وصل أقطاب راسم

الاهتزاز المهبطي لمعاينة تغيرات شدة التيار المار في الدارة مع التعليل

3- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين طرفي الوشيعة

4- البيان 1- يمثل تغيرات $u_b(t)$ التوتر بين طرفي الوشيعة بدلالة

الزمن ، بالإعتماد على البيان : جد

(أ) ثابت الزمن τ

(ب) قيمة القوة المحركة E

5- علما أن شدة التيار المار في الدارة في النظام $I_0 = 0,1A$ أحسب :

(أ) قيمة المقاومة r ثم قيمة المقاومة r_2

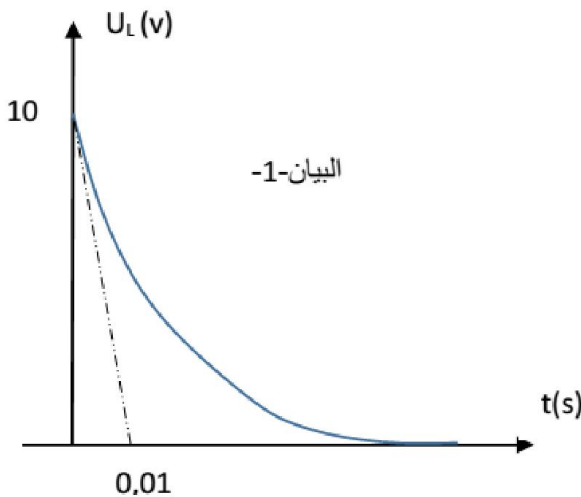
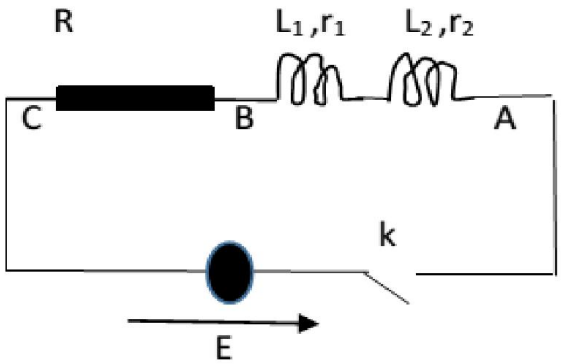
(ب) قيمة الذاتية L ثم قيمة الذاتية L_1

6- بعد بلوغ النظام الدائم نفتح القاطعة فتصبح عبارة شدة التيار

المار في الدارة : $i(t) = I_0 e^{-t/\tau}$

(أ) أكتب العبارة الزمنية للطاقة المخزنة في الوشيعة $E_b(t)$

(ب) بين أن زمن تناقص شدة التيار i إلى النصف يعطى بالعلاقة $t_1 = \tau \cdot \ln 2$

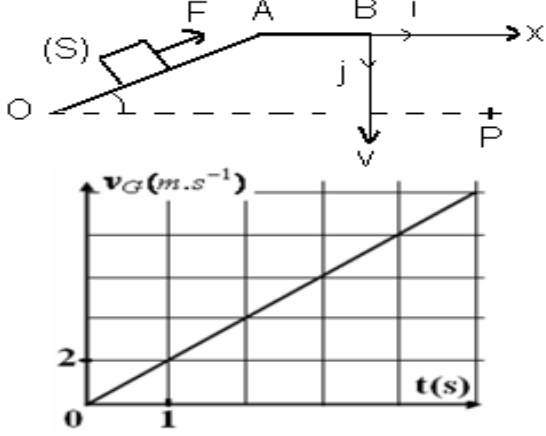


(ت) بين أنه من أجل $t = nt_1$ تصبح عبارة الطاقة المخزنة $E_b(t) = \frac{E_0}{2^n}$ حيث E_0 الطاقة العظمى

(د) أحسب E_b من أجل $n = 8$. ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع : (04 نقاط)

ينطلق جسم (S) كتلته $m = 100g$ من النقطة O في اللحظة $t = 0$ بدون سرعة ابتدائية، فيتحرك وفق مسار مستقيم على المستوى المائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$. خلال حركته على المستوى المائل يخضع الجسم الى قوة F ثابتة (الشكل 1). نهمل الاحتكاكات ونأخذ $g = 10m.s^{-2}$ و $OA = 1m$



1- دراسة حركة الجسم على المستوى المائل.

1-1- بتطبيق قانون نيوتن الثاني اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها v_x .

2-1- يمثل منحنى الشكل 2 تغيرات السرعة بدلالة الزمن.

1-2-1- ما طبيعة حركة الجسم (S) على المستوى المائل.

2-2-1- احسب شدة القوة F .

3-1- احسب R القوة المطبقة على الجسم من طرف المستوى المائل.

4-1- اوجد المعادلتان الزنيتان $x(t)$ و $v(t)$.

5-1- حدد t_A اللحظة التي يصل فيها الجسم (S) الى النقطة A. استنتج v_A سرعة الجسم في النقطة A.

2- نحذف القوة F في النقطة A. يتابع الجسم (S) حركته على المستوى الافقي

1-2- ما طبيعة الحركة على المستوى الافقي

2-2- استنتج v_B سرعة الجسم (S) في النقطة B.

3- يغادر الجسم (S) المستوى الافقي في النقطة B بسرعة افقية v_B في لحظة $t = 0$ نعتبرها مبداء جديدا للزمن ليسقط في مجال الثقالة.

1-3- اوجد معادلة المسار $y = f(x)$ في المعلم المتعامد $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

2-3- حدد t_p لحظة سقوط الجسم (S) في النقطة P.

التمرين التجريبي : (04 نقاط)

الترسبات الكلسية اليومية التي تحدث بداخل إبريق القهوة هي عديمة الفائدة كما تسبب تغير نكهة القهوة، للمحافظة على هذه الأواني تنصح الشركات المصنعة لها بإستعمال مُقْلَح يحتوي أساسا على حمض اللاكتيك

نعطى الصيغة النصف مفصلة لحمض اللاكتيك : $C_2H_4OHCOOH$

1- يسوّق مقلح حمض اللاكتيك على شكل سائل في قارورات صغيرة وتشير بيانات الإستعمال إلى إفراغ محتواها في

خزان الإبريق و إضافة الماء لتحضير حجم $0,6 L$ من محلول لحمض اللاكتيك تركيزه $C = 1mol/L$ ، بعد

الرج يعطى قياس pH المحلول القيمة $pH = 1,9$

1-1- أكتب معادلة تفاعل حمض اللاكتيك مع الماء

2-1- لتبسيط الكتابة نرمز بـ AH لجزيء حمض اللاكتيك و A^- لشاردة اللاكتات

(أ) بين أن ثابت التوازن K للتفاعل يكتب على الشكل : $K = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$. أحسب قيمة K

(ب) إستنتج قيمة pKa للشائية (AH / A^-)

ج) أحسب النسبة $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$. إستنتج النوع المهيمن في المحلول

2- تحمل قنينة محلول تجاري للملح أساسه حمض اللاكتيك المعلومات التالية :

النسبة المئوية الكتلية : $p = 40\%$ ، الكتلة المولية للحمض : $M = 90g/mol$

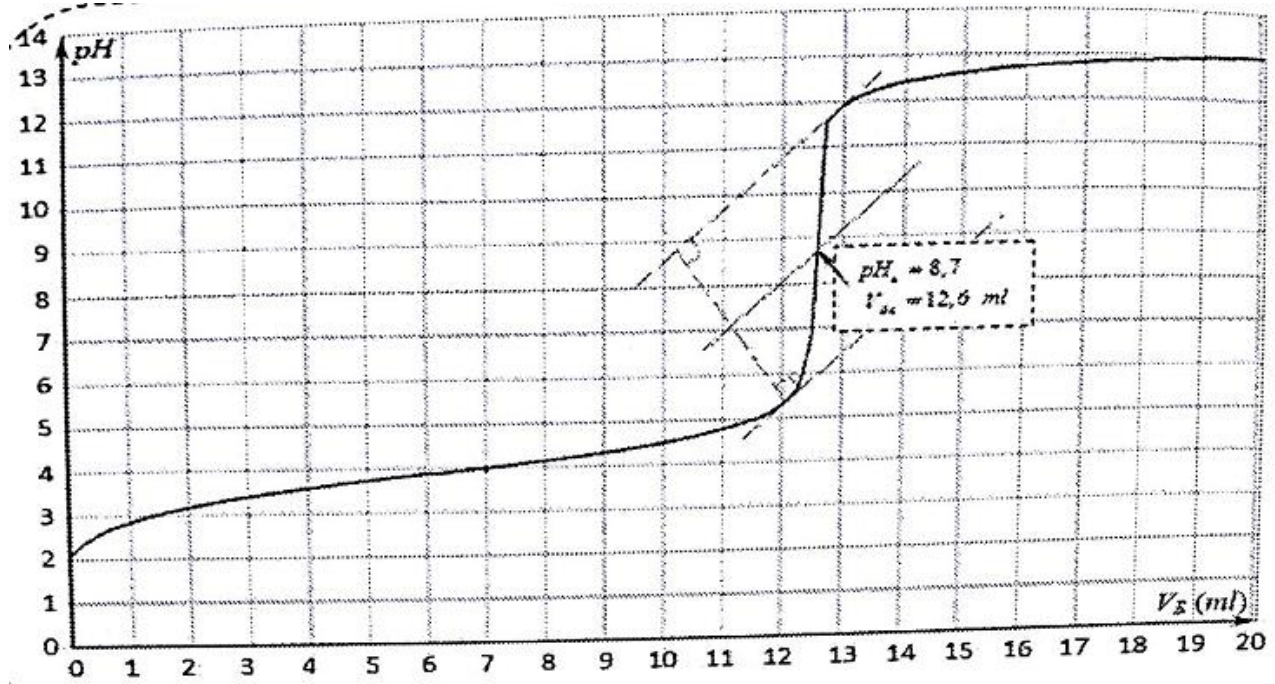
الكتلة الحجمية للمحلول : $\rho = 1,13Kg/L$

نعطى : $K_e = 10^{-14}$ عند الدرجة $25C^0$

لتحديد التركيز C_a للحمض في المنتج ، نخفف المحلول التجاري 10 مرات ثم نعاير حجما $V_a = 10ml$ من المحلول

المخفف بمحلول هيدروكسيد الصوديوم $(Na^+ + HO^-)$ تركيزه $C_b = 0,4mol/l$

يمثل المنحنى التالي منحنى المعايرة المحصل عليه بالنسبة لتغيرات pH المزيج



1-2- أكتب معادلة تفاعل المعايرة

2-2- أحسب النسبة $\frac{[A^-]_f}{[AH]_f}$ عند التكافؤ . إستنتج النوع المهيمن

3-2- أحسب تركيز الحمض C_a في المحلول المعاير ثم إستنتج تركيز المحلول التجاري C

4-2- تحقق من صحة قيمة النسبة المئوية الكتلية $p = 40\%$ للحمض في المحلول

$$AN: x_{max} = \frac{2 - 1,5}{100} = \frac{0,5}{100}$$

$$\Rightarrow (x_{max} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol})$$

(4) التركيز المولي الابتدائي C :

اعتمادا على البيان فإن $CaCO_3$ لا يمثل المتفاعل المحد لان : $n_f(CaCO_3) \neq 0$
 باعتبار الخول تام فإن شارد H_3O^+ تمثل المتفاعل المحد ومنه : $n_f(H_3O^+) = 0$

$$\Rightarrow CV - 2x_{max} = 0$$

$$\Rightarrow (C = \frac{2}{V} x_{max})$$

$$AN: C = \frac{2 \times 5 \cdot 10^{-3}}{0,1}$$

$$(C = 0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}})$$

(5) تعريف سرعة التفاعل

سرعة التفاعل v هي مشتق التفاعل في وحدة الزمن ونكتب : $v = \frac{dx}{dt}$
 عارثا بدلالة m و M

من جدول التقدم : الحالة الوسطية

$$x(t) = \frac{m_0}{M} - \frac{m(t)}{M}$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = (\frac{dm_0}{dt} - \frac{dm}{dt}) \times \frac{1}{M}$$

$$\Rightarrow (v = -\frac{dm}{M dt})$$

(أ) قيمتها عند اللحظة $t = 40s$

$$v(t=40s) = -\frac{dm}{M dt} / t=40s$$

$$v(t=40) = -\frac{\Delta m}{M \Delta t}$$

برسم ماس عند اللحظة $t = 40s$

$$v(t=40s) = -\frac{1}{100} \frac{(7,25 - 6,5)}{0 - 40}$$

$$(v(t=40s) = 4,7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{mol}}{s})$$

1. جدول تقدم التفاعل

المعادلة	$CaCO_3 + 2H_3O^+ = Ca^{2+} + CO_2 + 3H_2O$					
كمية المادة (mol)	التقدم	المعك	المعك	المعك	المعك	المعك
1	0	m_0/M	CV	0	0	2
2	x	$\frac{m_0}{M} - x$	CV - 2x	x	x	3
3	x_f	$\frac{m_0}{M} - x_f$	CV - 2x _f	x_f	x_f	0

2. تبين أن : $m(t) = m_0 - 10[Ca^{2+}]$

من جدول التقدم : الحالة الوسطية

$$n_e(CaCO_3) = \frac{m_0}{M} - x(t)$$

$$\frac{m(t)}{M} = \frac{m_0}{M} - x(t)$$

$$\Rightarrow m(t) = m_0 - Mx(t) \text{--- (1)}$$

من جهة : $n_e(Ca^{2+}) = x(t)$

$$\Rightarrow x(t) = [Ca^{2+}] \cdot V \text{--- (2)}$$

نغوض (1) في (2) نجد :

$$(m(t) = m_0 - MV[Ca^{2+}])$$

$$AN: m(t) = m_0 - 100 \times 0,1 [Ca^{2+}]$$

$$\Rightarrow (m(t) = m_0 - 10[Ca^{2+}])$$

3. صوالمطلوب تبينه

3. إيجاد مقدار التقدم الأعظمي

باعتبار الخول المدرس تام $x_f = x_{max}$

من الجدول : الحالة النهائية

$$n_f(CaCO_3) = \frac{m_0}{M} - x_{max}$$

$$\Rightarrow \frac{m_f}{M} = \frac{m_0}{M} - x_{max}$$

$$\Rightarrow (x_{max} = \frac{m_0 - m_f}{M})$$

$$\begin{cases} m_0 = 2g \\ m_f = 1,5g \end{cases} \text{ من البيان :}$$

1 استنتاج قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$

$$m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}$$

$$AN: m(t_{1/2}) = \frac{2 + 1,5}{2} = \frac{3,5}{2}$$

$$(m(t_{1/2}) = 1,75g)$$

$$m(t_{1/2}) = \frac{1,75}{0,25} : \text{باستعمال السهم نجد}$$

$$\Rightarrow m(t_{1/2}) = 7$$

$$(t_{1/2} = 25s) : \text{بالإسقاط نجد}$$

2 استنتاج سرعة تشكل الشاردة

Ca^{2+} عند اللحظة $t = 40s$

$$v(t = 40s) = v(Ca^{2+})_{t=40s}$$

$t = 40s$: سرعة التفاعل عند $t = 40s$

$v(Ca^{2+})_{t=40s}$: سرعة تشكل الشاردة

Ca^{2+} عند اللحظة $t = 40s$

$$\Rightarrow (v(Ca^{2+}) = 4,7 \cdot 10^{-5} \frac{mol}{l \cdot s})$$

6 تخريف زمن نصف التفاعل

هو الزمن اللازم لبلوغ التفاعل

نصف تقدمه النهائي

$$x(t = t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} : \text{نكتب}$$

$$m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2} : \text{بتبيان أن}$$

$$m(t) = m_0 - M \cdot x(t) : \text{من ①}$$

$$t = t_f : m(t_f) = m_0 - M x(t = t_f)$$

$$\Rightarrow m_f = m_0 - M x_{max} : \text{①}$$

$$t = t_{1/2} : m(t_{1/2}) = m_0 - M x(t_{1/2})$$

$$m(t_{1/2}) = m_0 - M \frac{x_{max}}{2} : \text{②}$$

$$x_{max} = \frac{m_0 - m_f}{M} : \text{من ①}$$

لغرض عن x_{max} في ② نجد :

$$m(t_{1/2}) = m_0 - \frac{M}{2} \left(\frac{m_0}{M} - \frac{m_f}{M} \right)$$

$$= m_0 - \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

$$= \frac{m_0}{2} + \frac{m_f}{2}$$

$$(m(t_{1/2}) = \frac{m_0 + m_f}{2}) : \text{ومنه}$$

5 صواب المطلوب تبين

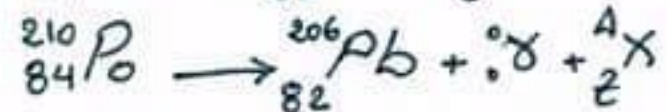
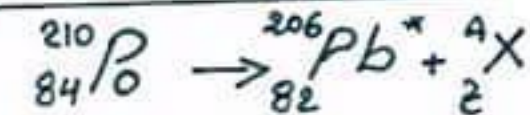
(أ) تحديد تركيب النواة $^{210}_{84}\text{Po}$

$$\begin{cases} Z = 84 \\ N = 210 - 84 = 126 \end{cases}$$

تتكون نواة Po من :

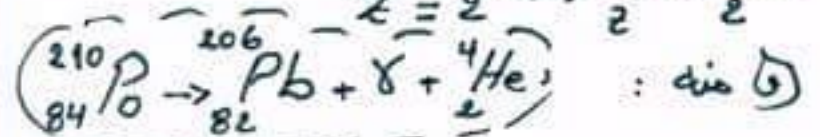
$\left. \begin{array}{l} 84 \text{ بروتون} \\ 126 \text{ نوترون} \end{array} \right\}$

(ب) كتابة معادلة التفكك النووي



بتطبيق قانوني الانحفاظ نجد :

$$A = 4 \Leftrightarrow ^4_2\text{X} = ^4_2\text{He}$$



(2) (أ) عبارة قانون التناقص للكتلة m

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

$$N_0 = \frac{m_0}{M} \cdot N_A \text{ : من حصة :}$$

$$N(t) = \frac{m(t)}{M} \cdot N_A$$

$$\Leftrightarrow \frac{m(t)}{M} N_A = \frac{m_0}{M} N_A e^{-t/\tau} \Rightarrow \left(m(t) = m_0 e^{-t/\tau} \right)$$

(ب) عبارة m_d بدلالة m_0 ، λ ، t

$$m_d(t) = m_0 - m(t) \text{ : لدينا :}$$

$$m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-\lambda t}$$

$$\Rightarrow \left(m_d(t) = m_0 (1 - e^{-\lambda t}) \right) \dots \textcircled{*}$$

العلاقة التي تربط $\frac{dm_d}{dt}$ و m و τ

$$m_d(t) = m_0 - m_0 e^{-t/\tau} \text{ من } \textcircled{*}$$

بالاشتقاق بالنسبة للزمن نجد :

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m_0 e^{-t/\tau}$$

$$\left(\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m(t) \right)$$

(1.3) إيجاد قيمة ثابت الزمن τ

- البيان خط مستقيم يمر من المبدأ

$$\frac{dm_d}{dt} = a m \text{ : معادلة :}$$

$$\frac{dm_d}{dt} = \frac{1}{\tau} m \text{ : نظريا :}$$

لمطابقة العلاقتين نجد :

$$\frac{1}{\tau} = a \Rightarrow \tau = \frac{1}{a}$$

حيث a : ميل المستقيم

$$a = \frac{\Delta \frac{dm_d}{dt}}{\Delta t} = \frac{0,8 \cdot 10^{-7}}{1,4}$$

$$a = 0,57 \cdot 10^{-7} \dots \textcircled{SI}$$

$$\left(\tau = 1,75 \cdot 10^7 \text{ s} \right) \text{ : ومنه :}$$

تعريف زمن نصف العمر $t_{1/2}$:

صوالمة الزمنية اللازمة لتفكك

نصف عدد الأنوية الابتدائية

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 \text{ قيمته :}$$

$$AN : t_{1/2} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ s}$$

$$t_{1/2} = \frac{1,2 \cdot 10^7}{86400} = \tau \left(t_{1/2} = 138,9 \text{ j} \right)$$

$\Leftrightarrow$ النواة ^4_2X المشعة هي : $^{210}_{84}\text{Po}$

(4) المدة الزمنية لإعدام كتلة العينة

$$m(t) = 1\% m_0 \Rightarrow m(t) = \frac{1}{100} m_0$$

$$m_0 e^{-t/\tau} = \frac{1}{100} m_0 \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{1}{100}$$

$$\ln e^{-t/\tau} = \ln \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{t}{\tau} = \ln 100$$

$$\Rightarrow t = \tau \ln 100 \Rightarrow t = 4,6 \tau$$

$$\left(t \approx 5 \tau \right)$$

هذه النتيجة يمكن تفسيرها لجميع الأنوية

المشعة لأن عبارة اللحظة لا تحوي

مقادير خاصة ببعض الأنوية

$$- A e^{t/\tau} + A e^{t/\tau} = 0$$

$$0 = 0$$

$$u_{R_2} = A e^{t/\tau} \dots \text{حل للمعادلة (1)}$$

عبارة الثابت A

$$u_{R_2} = A e^{t/\tau}$$

باستعمال الشروط الابتدائية:

$$u_{R_2}(t=0) = -E$$

$$u_{R_2}(t=0) = A e^0 = A$$

$$\Rightarrow (A = -E)$$

$$(u_{R_2}(t) = -E e^{t/\tau}) \text{ : ومنه}$$

5. استنتاج عبارة التوتر: $u_c(t)$

حسب قانون جمع التوترات عند لحظة t :

$$u_c(t) + u_{R_2}(t) = 0$$

$$\Rightarrow u_c(t) = -u_{R_2}(t)$$

$$\Rightarrow (u_c(t) = E e^{t/\tau})$$

6. عبارة $E_c(t)$ بدلالة t , τ و $E_c(0)$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t) \text{ : بالتقريب}$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C E^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$t=0 \Rightarrow E_c(0) = \frac{1}{2} C E^2$$

$$(E_c(t) = E_c(0) e^{-\frac{2t}{\tau}}) \text{ : ومنه}$$

ايجاد قيمة كل من $E_c(0)$ و τ

البيان $\ln(E_c(t)) = f(t)$ عبارة عن خط مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته:

$$\ln(E_c(t)) = at + b$$

حيث a : ميل المستقيم

1. لتفريغ المكثفة نضع

البادلة في الوضع (2)

2. حساب $u_c(t=0)$, $u_{R_2}(t=0)$

$$\begin{cases} u_c(t=0) = E \\ u_{R_2}(t=0) = -E \end{cases}$$

$$u_{R_2}(t=0) = -E$$

3. بتبيان أن: $\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0$

حسب قانون جمع التوترات:

$$u_c + u_{R_2} = 0$$

باشتقاق المساواة بالنسبة للزمن

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

$$\frac{du_c}{dt} = -\frac{u_{R_2}}{\tau}$$

حسب قانون أوم:

$$u_{R_2} = R_2 i \Rightarrow i = \frac{u_{R_2}}{R_2}$$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} = \frac{u_{R_2}}{R_2 C}$$

$$\frac{u_{R_2}}{R_2 C} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0 \text{ : ومنه}$$

نضع: $\tau = R_2 C$ نجد

$$\frac{u_{R_2}}{\tau} + \frac{du_{R_2}}{dt} = 0$$

$$\times \tau : (\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0)$$

(هو المطلوب)

$$(\tau = R_2 C) \text{ : حيث}$$

4. بتبيان أن: $u_{R_2}(t) = A e^{-t/\tau}$

حل للمعادلة

$$\tau \frac{du_{R_2}}{dt} + u_{R_2} = 0 \dots (1)$$

$$u_{R_2}(t) = A e^{-t/\tau} \dots (2)$$

$$\frac{du_{R_2}}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} \dots (3)$$

بتعويض (2) و (3) في (1) نجد:

$$\tau \times -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau} + A e^{-t/\tau} = 0$$

لدينا: $E_c(0) = \frac{1}{2} C E^2$

$$\Rightarrow E = \sqrt{\frac{2 E_c(0)}{C}}$$

AN: $E = \sqrt{\frac{2 \times 1,8 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-5}}}$

$(E = 4,24 V)$

7. تبين أن: $C' = \frac{C}{3}$

لتقليص مدة التفريغ يجب ربط المكثفة C' والمكثفة C على التسلسل

لدينا: $\begin{cases} \tau_1 = R_1 C \\ \tau' = R_2 C' \end{cases}$

حسب المعطيات: $\tau' = \frac{1}{2} \tau_1$

$$\Rightarrow R_2 C' = \frac{1}{2} R_1 C$$

$$R_2 = 2 R_1 \Rightarrow 2 R_1 C' = \frac{1}{2} R_1 C$$

$$\Rightarrow C' = \frac{1}{4} C$$

C' : السعة المكافئة للسعتين C و C' الموصولتين على التسلسل حيث:

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow C' = \frac{C \cdot C'}{C + C'}$$

وهذه:

$$\frac{C \cdot C'}{C + C'} = \frac{1}{4} C$$

$$\Rightarrow \frac{C'}{C + C'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4 C' = C + C'$$

$$\Rightarrow 3 C' = C$$

$$\Rightarrow (C' = \frac{C}{3})$$

وهو المطلوب.

$$a = \frac{\Delta \ln(E_c(t))}{\Delta t}$$

AN: $a = \frac{-9,12 - (-8,62)}{5 \cdot 10^{-3} - 0}$

$$a = \frac{-9,12 + 8,62}{5 \cdot 10^{-3}}$$

$(a = -100)$

من جهة: $(b = -8,62)$

وهذه: $(\ln(E_c(t)) = -100t - 8,62) \dots (1)$

العلاقة النظرية:

$$E_c(t) = E_c(0) e^{-t/\tau}$$

$$\ln(E_c(t)) = -\frac{t}{\tau} + \ln E_c(0)$$

بالمطابقة نجد:

* $\ln E_c(0) = -8,62$

$$\Rightarrow E_c(0) = e^{-8,62}$$

$(E_c(0) = 1,8 \cdot 10^{-4} J)$

* $-\frac{1}{\tau} = -100 \Rightarrow \tau = \frac{1}{100}$

$(\tau = 0,02 s)$

استنتاج قيمة E و C

لدينا: $\tau = R_2 C$

$$\Rightarrow (C = \frac{\tau}{R_2})$$

AN: $C = \frac{0,02}{10^3}$

$$C = 2 \cdot 10^{-5} F$$

$(C = 20 nF)$

(5.1) عبارة K بدلالة C و α_1

$$K = \frac{[H\bar{O}]_f \cdot [NH_4^+]_f}{[NH_3]_f}$$

لدينا: $\alpha_1 = \frac{[H\bar{O}]_f}{C} \Rightarrow [H\bar{O}]_f = \alpha_1 C$

حسب قانون انحفاظ الشحنة:

$$[NH_4^+]_f = [H\bar{O}]_f \Rightarrow [NH_4^+]_f = \alpha_1 C$$

من الجدول: $[NH_3]_f = C - \frac{x_f}{V}$

$$[NH_3]_f = C - [H\bar{O}]_f$$

$$\Rightarrow [NH_3]_f = C - \alpha_1 C$$

وهنا: $K = \frac{\alpha_1^2 \cdot C^2}{C - \alpha_1 C}$

$$\Rightarrow \left(K = \frac{\alpha_1^2}{1 - \alpha_1} \cdot C \right)$$

حساب K: $K = \frac{(0,04)^2}{1 - 0,04} \cdot 10^{-2}$

$$\left(K = 1,67 \cdot 10^{-5} \right)$$

(6.1) استنتاج أقيمة pK_{a1} هي:

$$pK_{a1} = 9,2$$

$$K = \frac{[H\bar{O}]_f \cdot [NH_4^+]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f}$$

$$K = \frac{[NH_4^+]_f}{[H_3O^+]_f \cdot [NH_3]_f} \times [H_3O^+]_f \cdot [H\bar{O}]_f$$

$$K = \frac{K_e}{K_{a1}} \Rightarrow \left(K_{a1} = \frac{K_e}{K} \right)$$

AN: $K_{a1} = \frac{10^{-14}}{1,67 \cdot 10^{-5}}$

$$\left(K_{a1} = 6 \cdot 10^{-10} \right)$$

من جهة: $pK_{a1} = -\log K_{a1}$

$$\Rightarrow \left(pK_{a1} = 9,2 \right)$$

وهو المطلوب.

(1.1) عبارة C بدلالة V_0 , V_m و V

لدينا: $n = CV$

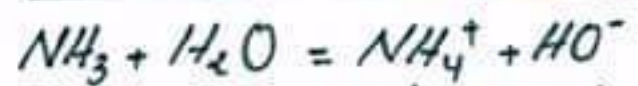
$$\frac{V_0}{V_m} = CV$$

$$\Rightarrow \left(C = \frac{V_0}{V_m \cdot V} \right)$$

قيمة C: $C = \frac{0,12}{24 \times 0,5}$

$$\left(C = 10^{-2} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \right)$$

(2.1) معادلة التفاعل الحاصل



(3.1) جدول التفرع

المادة	$NH_3 + H_2O = NH_4^+ + H\bar{O}^-$			
الكمية	المادة (mol)	النسبة	الجزء	الجزء
أ	0	CV	وفرة	0
ب	x	CV.x	وفرة	x
ج	x _f	CV.x _f	وفرة	x _f
د	x _m	CV.x _m	وفرة	x _m

(4.1) عبارة α_1 بدلالة pH , C , K_e

بالقريب: $\alpha_1 = \frac{x_f}{x_{\max}}$

من الجدول: الحالة النهائية

$$x_f = [H\bar{O}]V \Rightarrow x_f = 10^{pH - K_e} \cdot V$$

باعتبار التفرع تام: $x_{\max} = CV$

$$\Rightarrow \left(\alpha_1 = \frac{10^{pH - K_e}}{C} \right)$$

قيمة α_1 : $\alpha_1 = 10^{-1,4}$

$$\left(\alpha_1 = 0,04 \right)$$

الاستنتاج: $\alpha_1 < 1$

تفاعل الاستمرار NH_3 مع الماء محدود

$$\Rightarrow x_f (10^{pH-pK_{a1}}) = CV_1 - x_f$$

$$x_f (10^{pH-pK_{a1}}) + x_f = CV_1$$

$$x_f (1 + 10^{pH-pK_{a1}}) = CV_1$$

$$\Rightarrow \left(x_f = \frac{CV_1}{1 + 10^{pH-pK_{a1}}} \right)$$

بتعويض عبارة x_{max} و x_f في (*) نجد :

$$x = \frac{V_1}{V_2 (1 + 10^{pH-pK_{a1}})}$$

حساب x

من أجل $pH = pK_{a1}$ و $V_2 = \frac{V_1}{x}$ نجد :

$$(x = 1)$$

الاستنتاج : التفاعل تام

2-3) إيجاد K بدلالة pK_{a1} و pK_{a2}

$$K = \frac{[CH_3COO^-]_f \cdot [NH_4^+]_f \cdot [H_3O^+]_f}{[CH_3COOH]_f \cdot [NH_3]_f \cdot [H_3O^+]_f}$$

$$K = \frac{[H_3O^+]_f \cdot [CH_3COO^-]_f \cdot [NH_4^+]_f}{[CH_3COOH]_f \cdot [H_3O^+]_f \cdot [NH_3]_f}$$

$$K = \frac{K_{a2}}{K_{a1}} = \frac{10^{-pK_{a2}}}{10^{-pK_{a1}}}$$

$$\Rightarrow \left(K = 10^{pK_{a1} - pK_{a2}} \right)$$

حساب قيمة K

$$K = 10^{9,2-4,8} \Rightarrow K = 10^{4,4}$$

$$(K = 2,5 \cdot 10^4)$$

الاستنتاج : $K > 10^4$: التفاعل تام

وتتوافق هذه القيمة مع نتيجة السؤال السابق .

2-1) إثبات أن :

$$x = \frac{V_1}{V_2 (1 + 10^{pH-pK_{a1}})}$$

جدول التفاعل :

المعادلة	$CH_3COOH + NH_3 = NH_4^+ + CH_3COO^-$			
x ابتدائية	CV_2	CV_1	0	0
x انتقالية	$CV_2 - x$	$CV_1 - x$	x	x
x نهائية	$CV_2 - x_f$	$CV_1 - x_f$	x_f	x_f
باعتبار التفاعل تام	$CV_2 - x_m$	$CV_1 - x_m$	x_m	x_m

بالقريب : $x = \frac{x_f}{x_{max}}$.. (*)

تحديد عبارة x_{max}

باعتبار التفاعل تام : $(x_{max} = CV_2)$

تحديد عبارة x_f

من رُجل التثاينة : (NH_4^+/NH_3) لدينا :

$$pH = pK_{a1} + \log \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = 10^{pH-pK_{a1}} \quad \text{--- (1)}$$

من جدول التفاعل : الحالة النهائية

$$[NH_3]_f = \frac{CV_1 - x_f}{V_T}$$

$$[NH_4^+]_f = \frac{x_f}{V_T}$$

$$\Rightarrow \frac{[NH_3]_f}{[NH_4^+]_f} = \frac{CV_1 - x_f}{x_f} \quad \text{--- (2)}$$

$$\text{(1) = (2)} \Rightarrow \frac{CV_1 - x_f}{x_f} = 10^{pH-pK_{a1}}$$

ومنه : $\begin{cases} v = gt \quad \dots (1) \\ \Rightarrow z = \frac{1}{2} gt^2 \quad \dots (2) \end{cases}$
عند بلوغ الكرة السطح الحر للأسفل :
 $z = H$

من (2) $H = \frac{1}{2} gt^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

بتعويض t في (1) نجد سرعة الكرة v_1

$v_1 = g \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$v_1 = \sqrt{2gH}$

AN: $v_1 = \sqrt{2 \times 9,8 \times 0,46}$

$(v_1 = 3 \text{ m/s})$

الدراسة الطاقوية

حسب مبدأ انحفاظ الطاقة :

$E_{C0} + W(\vec{P}) = E_{C1}$

$mgH = \frac{1}{2} mv_1^2$

$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gH}$

AN: $(v_1 = 3 \text{ m/s})$

(3.1) قيمة الطاقة الميكانيكية

عند الإطلاق : $E_m = E_{C0} + E_{P0}$

$E_m = mgH$

$(E_m = 0,018 \text{ J})$

(1.2) بيان أن : $\frac{dv}{dt} + \frac{v}{r} = B$

بتطبيق قانون نيوتن II : $\sum F_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{\pi} + \vec{f} = m\vec{a}$

(1.1) إيجاد تغير الطاقة الكامنة الثقالية

$\Delta E_{pp} = E_{ppf} - E_{ppi}$

$\Delta E_{pp} = - E_{ppi}$

$\Rightarrow (\Delta E_{pp} = - m g H)$

قيمة ΔE_{pp}

لدينا : $\ell_a = \frac{m}{V}$

$\Rightarrow m = \ell_a \cdot V$

مع : $V = \frac{4}{3} \pi r^3$

$\Rightarrow m = \frac{4}{3} \pi r^3 \ell_a$

ومنه : $(\Delta E_{pp} = - \frac{4}{3} \pi r^3 \ell_a g H)$

AN: $(\Delta E_{pp} = - 0,018 \text{ J})$

(2.1) قيمة السرعة v_1

الدراسة الحركية

أثناء سقوط الكرة في الهواء فهي خاضعة فقط لقوة ثقلها .. الكرة في سقوط حر

بتطبيق قانون نيوتن II :

$\sum F_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} = m\vec{a}$

$m\vec{g} = m\vec{a}$

ومنه : $\vec{a} = \vec{g}$

بالإسقاط على المحور الموجب

$a = g$

$a = cte, a > 0$

$\vec{a} \cdot \vec{v} > 0$

حركة الكرة مستقيمة متسارعة بإتجاه

المُحرِّبُ الخَرِبِي (تاج)

ومنه : $v = (v_1 - \tau B) e^{-t/\tau} + \tau B$ حل للمعادلة :

(4.2) عبارة $v(t)$ لدلالة v_1 ، τ ، و v_{lim}

من (*) في النظام الدائم : $v = v_{lim} = c \bar{e}$

$$\Rightarrow \frac{v_{lim}}{\tau} = B$$

$$\Rightarrow (v_{lim} = \tau B)$$

ومنه : $v(t) = (v_1 - v_{lim}) e^{-t/\tau} + v_{lim}$

(3) السرعة الحدية v_{lim}

ببينا نجد : $(v_{lim} = 0,38 \text{ m/s})$

معامل اللزوجة η $v_{lim} = 0,38 \text{ m/s}$

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r} \Rightarrow \eta = \frac{m}{6\pi r \tau}$$

$$\eta = \frac{4/3 \pi r^3 \rho_a}{6\pi r \tau}$$

$$\eta = \frac{2r^2 \rho_a}{9\tau}$$

ببينا : $(\tau = 39,6 \cdot 10^{-3} \text{ s})$

$$\eta = \frac{2(5 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 7800}{9 \times 39,6 \cdot 10^{-3}}$$

$$(\eta = 5 \text{ Kg/m.s})$$

الكثافة الحجمية ρ_L

$$B = g(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a}) \Rightarrow \rho_L = \rho_a(1 - \frac{B}{g})$$

$$B = \frac{v_{lim}}{\tau} \quad \text{من جهة :}$$

$$\Rightarrow \rho_L = \rho_a(1 - \frac{v_{lim}}{\tau \cdot g})$$

$$AN: \rho_L = 7800(1 - \frac{0,38}{39,6 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8})$$

$$\rho_L = 7800 \times 0,02$$

$$(\rho_L = 156 \text{ Kg/m}^3)$$



بالإسقاط على المحور المرجح

$$P - \pi - f = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{P - \pi - f}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{f}{m} = (P - \pi) \frac{1}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = (mg - m \frac{g}{2}) \frac{1}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta r}{m} v = g(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a})$$

وتمثل معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى من الشكل

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \dots (*)$$

(4.2) عبارة τ و B

بالمحاكاة نجد :

$$\tau = \frac{m}{6\pi\eta r}$$

ويمثل الزمن المميز للسقوط

$$B = g(1 - \frac{\rho_L}{\rho_a})$$

ويمثل التسارع الابتدائي

(3.2) ببيان أن :

$$v(t) = (v_1 - \tau B) e^{-t/\tau} + \tau B$$

حل للمعادلة

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = B \dots (1)$$

$$v(t) = (v_1 - \tau B) e^{-t/\tau} + \tau B \dots (2)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v_1}{\tau} e^{-t/\tau} + B e^{-t/\tau} \dots (3)$$

بمقارنة (2) و (3) نجد

$$-\frac{v_1}{\tau} e^{-t/\tau} + B e^{-t/\tau} + \frac{v_1}{\tau} e^{-t/\tau} - B e^{-t/\tau} + B = B$$

$$\Rightarrow B = B$$