

التمرين الأول :

في إطار إنجاز مشروع علمي نجز بعض التجارب الكهربائية، وهذا بغية التحقق من قيم بعض العناصر الكهربائية.

التجربة الأولى : إيجاد ذاتية ومقاومة الداخلية للشعبة (الدائرة RL)

نحقق الدائرة الكهربائية الممثلة في (الشكل-1) باستعمال العناصر الكهربائية التالية :

-مولد للتوتر الكهربائي مثالي قوته المحركة الكهربائية $E = 12V$

-ناقل مقاومته $R = 5\Omega$ -قاطعة K

-وشعبة ذاتيتها L ومقاومتها الداخلية r

1- في اللحظة $t = 0$, نغلق القاطعة.

1-أ- أكتب المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي $i(t)$

1-ب- بين أن $i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية السابقة

1-ج- بين أن : $\ln(I_0 - i) = -\frac{1}{\tau}t + \ln I_0$

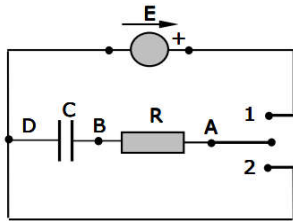
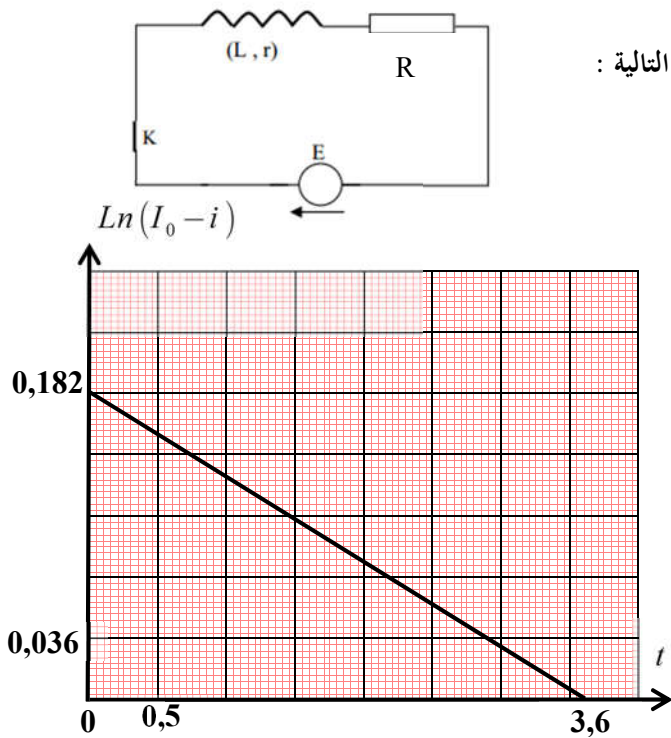
2- وبواسطة تقينة خاصة تمكنا من رسم البيان $\ln(I_0 - i) = f(t)$

2-ج- جد بيانيا قيمة :

أ- ثابت الزمن τ

ب- التيار الأعظمي I_0

ج- المقاومة الداخلية r - ذاتية الشعبة L

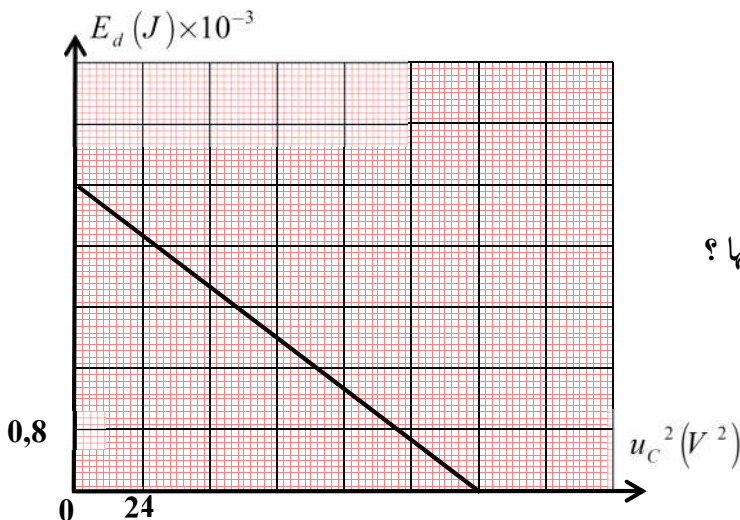


II- التجربة الثانية : إيجاد سعة مكثفة C (الدائرة RC)

نحقق الدائرة الكهربائية الموضحة في الشكل المقابل :

نضع البادلة في الوضع (1), ولما يكتمل شحن المكثفة ننقل البادلة للوضع (2) ونعتبر $t = 0$

و مثلنا بيانيا الطاقة المحولة بفعل جول بدلالة التوتر بين طرفي المكثفة $E_d = f(u_c^2)$ (الشكل - 2)

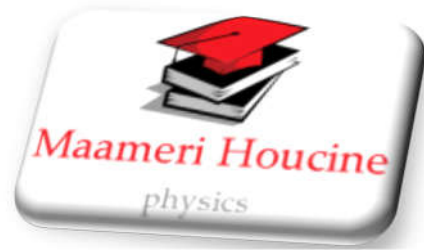


أ- بين أن $E_d(t) = E_{Cmax} - \frac{1}{2}C u_c^2$

ب- أكتب المعادلة الرياضية للبيان .

ج- جد قيمة E جد سعة المكثفة C بطريقتين مختلفتين .

د- كم يكون التوتر بين طرفي المكثفة 40% عندما يتحول من طاقتها ؟



التصحيح

1-أ-كتابة المعادلة التفاضلية للتيار المارة في الدارة

$$u_l(t) + u_R(t) = E \Rightarrow L \frac{di(t)}{dt} + ri(t) + u_R(t) = E \Rightarrow L \frac{di(t)}{dt} + ri(t) + Ri(t) = E$$

حسب قانون جمع التوترات

$$\frac{di(t)}{dt} + \left(\frac{R+r}{L} \right) i(t) = \frac{E}{L} : \text{بالقسمة على } L \text{ نجد}$$

1-ب-بيان أن $i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ هو حل للمعادلة التفاضلية

$$\frac{di(t)}{dt} + \left(\frac{r+R}{L} \right) i(t) - \frac{E}{L} = 0$$

$$i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = \frac{E}{r+R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{di(t)}{dt} = \frac{I_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{r+R}{L} \times \frac{E}{r+R} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{di(t)}{dt} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{L} - \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E}{L} = 0$$

1-ج-بيان أن : $\ln(I_0 - i) = -\frac{1}{\tau}t + \ln I_0$

$$i(t) = I_0 - I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow I_0 - i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \ln(I_0 - i) = \ln \left(I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow \ln(I_0 - i) = -\frac{1}{\tau}t + \ln I_0$$

2-إيجاد بيانيا قيمة :

$$\ln(I_0 - i) = at + b \Rightarrow \ln(I_0 - i) = -50,55t + 0,182 \text{ المعادلة الرياضية للبيان}$$

$$\frac{1}{\tau} = 50,55 \Rightarrow \tau = 0,019 \text{ s} \text{ وبالمطابقة بين العلاقة النظرية والعلاقة البيانية نجد}$$

$$\ln I_0 = 0,182 \Rightarrow I_0 = e^{0,182} \Rightarrow I_0 = 1,19 \text{ A} \text{ وبالمطابقة بين العلاقة النظرية والعلاقة البيانية نجد}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R \Rightarrow r = \frac{12}{1,19} - 5 \Rightarrow r = 5 \Omega \text{ ج-المقاومة الداخلية}$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) = 0,019 \times 10 \Rightarrow L = 0,19 \text{ H} \text{ د-ذاتية الوشعة}$$

II-التجربة الثانية : إيجاد سعة مكثفة C (الدارة RC)

$$E_d(t) = E_{C_{max}} - Ec(t) \Rightarrow E_d(t) = E_{C_{max}} - \frac{1}{2} C u_C^2 \text{ أ-بيان أن } E_d(t) = E_{C_{max}} - \frac{1}{2} C u_C^2$$

$$E_d(t) = -2,77 \times 10^{-5} u_C^2 + 4 \times 10^{-3} \text{ ب-كتابة المعادلة الرياضية للبيان}$$

$$u_{C_{max}}^2 = E^2 = 144 \Rightarrow E = 12 \text{ V} \text{ ج-إيجاد قيمة } E$$

-إيجاد سعة المكثفة C بطريقتين مختلفتين .

$$\frac{1}{2} C = 2,77 \times 10^{-5} \Rightarrow C = 5,54 \times 10^{-5} \text{ F} \text{ ط1 : بالمطابقة بين العلاقة النظرية والعلاقة البيانية نجد}$$

$$E_{C_{max}} = \frac{1}{2} C E^2 \Rightarrow C = \frac{2 E_{C_{max}}}{E^2} = \frac{2 \times 4 \times 10^{-3}}{144} \Rightarrow C = 5,54 \times 10^{-5} \text{ F} \text{ ط2 :}$$

د- يكون التوتر بين طرفي المكثفة 40% عندما يتحول من طاقتها

$$u_C^2 = 86,4 \Rightarrow u_C = 9,29 \text{ V} \text{ نجد } 0,4 E_{C_{max}} = 1,6 \text{ mJ} \text{ وبالإسقاط على محور الفواصل نجد}$$

