الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المغير
الشعبة: علوم تجريبية

امتحان البكالوريا التجريبي
دورة: ماي 2026

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

**التمرين الأول:** (04 نقاط)

يحتوي كيس على تسع كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، منها ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ 0 ، 0 و $-2$ وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ $-1$ ، $-1$ و 2 وثلاث كريات خضراء مرقمة بـ $-2$ ، 0 و 2.

نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد، ولتكن الحوادث التالية:

$A$ :"الكريات المسحوبة من نفس اللون" $B$ :"مجموع أرقام الكريات المسحوبة معدوم"

$C$ :"جداء أرقام الكريات المسحوبة سالب تماما"

1) احسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحادثتين $A$ و $B$ ثم بين أن: $P(C) = \dfrac{2}{21}$ .

2) احسب $P(A \cap B)$ ، هل الحادثتان $A$ و $B$ مستقلتان؟

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب الرقم الأصغر من بين الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة.

أ- برر أن : $X = \{-2; -1; 0\}$.

ب- عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

جـ- احسب احتمال الحادثة: $e^{X+8} \leq 2026$

**التمرين الثاني:** (04 نقاط)

أجب عن مايلي:

1) $z$ عدد مركب حيث: $z = 2 + i\sqrt{12}$

أ- اكتب $z$ على الشكل الأسي.

ب- اكتب العدد المركب $z^{1962}$ على الشكل الجبري.

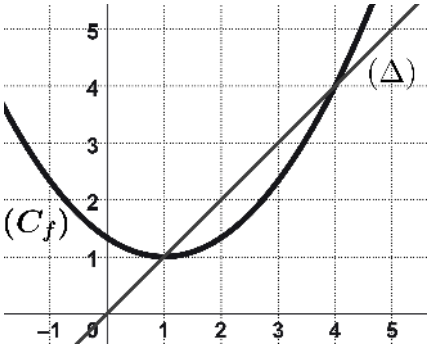
2) نعتبر في المستوي المركب $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطتين $A$ و $B$ ذات اللاحقتين $z_A = 1 + 3i$ و $z_B = -i$ على الترتيب عين $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق $|\overline{z} - 1 + 3i| = |z + i|$ .

3) حل في $\mathbb{C}^2$ الجملة ذات المجهولين $(z_1, z_2)$ ،

$$\begin{cases} 2z_1 + z_2 = 3 \\ 2\overline{z_1} - \overline{z_2} = 1 - 4i \end{cases}$$

**التمرين الثالث:** (05 نقاط)

في الشكل المقابل $(C_f)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 1 + \frac{1}{3}(x-1)^2$ و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة: $y = x$. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـ: $u_0 = 3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} = f(u_n)$




1) أ- أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ .

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير $(u_n)$ وتقاربها.

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1 \leq u_n \leq 4$.

ب- بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(u_n - 1)(u_n - 4)$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.

3) بين أن المتتالية $(u_n)$ متقاربة، وأن: $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 1$

4) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 1}{3}\right)$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدها الأول.

ب- اكتب $v_n$ بدلالة $n$.

جـ- احسب بدلالة $n$ الجداء $P_n$ حيث: $P_n = (u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \cdots \times (u_n - 1)$

**التمرين الرابع:** (07 نقاط)

**I-** $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = ax + b - e^{-2x+1}$ حيث $a$ و $b$ عددان حقيقيان.

$(C_g)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. ( $\|\vec{i}\| = 2cm$ )

1) عين قيمة $a$ و $b$ إذا علمت أن المنحنى $(C_g)$ يقبل في النقطة $A(0; 1-e)$ مماسا معامل توجيهه يساوي $2 + 2e$.

2) نضع $a = 2$ و $b = 1$

أ- ادرس إتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$.

ب- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.27 < \alpha < 0.28$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

**II-** $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = xe^{2x-1} - x + 2$ ، وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم.

1) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = g(x).e^{2x-1}$

ب- استنتج إتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ- احسب $\lim\limits_{x \to -\infty}[f(x) + x - 2]$ مفسرا النتيجة هندسيا.

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = -x + 2$ :.

4) انشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$ . ( نأخذ $f(\alpha) \simeq 1.9$ )

5) $H$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $H : x \longmapsto \frac{1}{2}xe^{2x-1} - \frac{1}{4}e^{2x-1}$

أ- بين أن الدالة $H$ دالة أصلية للدالة $h : x \longmapsto xe^{2x-1}$.

ب- بين أن $S = (4\alpha^2 + e - 1)cm^2$ ، حيث $S$ مساحةالحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات ذات المعادلات $y = -x + 2$ ، $x = -\alpha + 1$ و $x = 1$ .

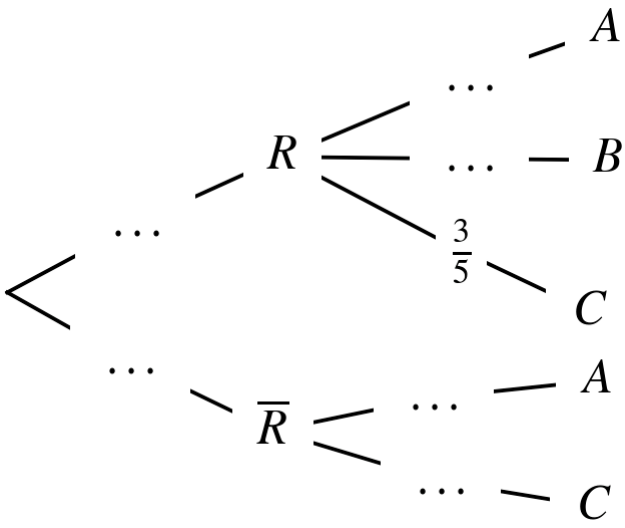
## الموضوع الثاني

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

صندوق غير شفاف به ثلاث كريات حمراء وكريتين بيضاويتين، الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الصندوق ثلاث كريات عشوائيا بالكيفية التالية:

نقوم بسحب كرية واحدة من الصندوق، إذا كانت الكرية حمراء نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد. أما إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء لا نعيدها إلى الصندوق ثم نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.




لتكن الحوادث التالية:

$R$ :"سحب كرية حمراء في السحب الأول"

$A$ :"سحب كريتين حمراوين في السحب الثاني "

$B$ :" سحب كريتين بيضاويتين في السحب الثاني "

$C$ :"سحب كريتين مختلفتي اللون في السحب الثاني"

1) انقل ثم أتمم شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ- احسب $P(A)$ و $P(C)$ احتمال الحادثتين $A$ و $C$.

ب- بين أن: $P_C(R) = \dfrac{9}{14}$

3) ماهو احتمال سحب كرية حمراء على الأقل.

4) $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ- بين أن $X = \{1; 2; 3\}$.

ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$، ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$.

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

أجب عن ما يلي:

1) جد حلول المعادلة التفاضلية $(E)$ حيث: $(E) : y' - y = 1$ .

2) $f$ دالة عددية معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2}$

- باستعمال المكاملة بالتجزئة، عين القيمة المتوسطة للدالة $f$ على المجال $\left[\dfrac{1}{e}; e\right]$ .

3) عين عبارة $h'$ الدالة المشتقة للدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = 2^{2x+3}$ .

4) المستوي منسوب إلى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

$g$ دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ بـ: $g(x) = x^2 - 6x + 8 - \log(x-3)^2$

- بين أن المستقيم ذو المعادلة $x = 3$ محور تناظر لمنحنى الدالة $g$.

**التمرين الثالث:** (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_{n+1} = \frac{3u_n}{3u_n + 4}$

1) باستعمال البرهان بالتراجع، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n > 0$

2) ادرس إتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج تقاربها.

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $0 < u_{n+1} < \frac{3}{4}u_n$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $0 < u_n < \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

4) $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n}{u_n + \alpha}$ ( $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما)

أ- عين قيمة $\alpha$ حتى تكون $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب- بوضع $\alpha = \frac{1}{3}$ ، عبر عن $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ بطريقة أخرى.

جـ- احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n = \frac{2026}{3u_n + 1} + \frac{2026}{3u_{n+1} + 1} + \cdots + \frac{2026}{3u_{n+1447} + 1}$

**التمرين الرابع:** (07 نقاط)

**I-** $g$ الدالة العددية المعرفة على $]0 + \infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 4\ln x - 4$

1) ادرس إتجاه تغير الدالة $g$.

2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $1.52 < \alpha < 1.53$.

ب- إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.

**II-** $f$ الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x + \frac{4\ln x}{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $(\|\vec{i}\| = 1cm)$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2) أ- بين أنه من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ : $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ على $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بين أن: $f(\alpha) = \frac{4}{\alpha} - 2\alpha$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$ .

3) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) + x]$ مفسرا النتيجة هندسيا.

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = -x$ .

جـ- بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ يطلب تعيين معادلة له.

4) أنشئ $(\Delta)$، $(T)$ و $(C_f)$.

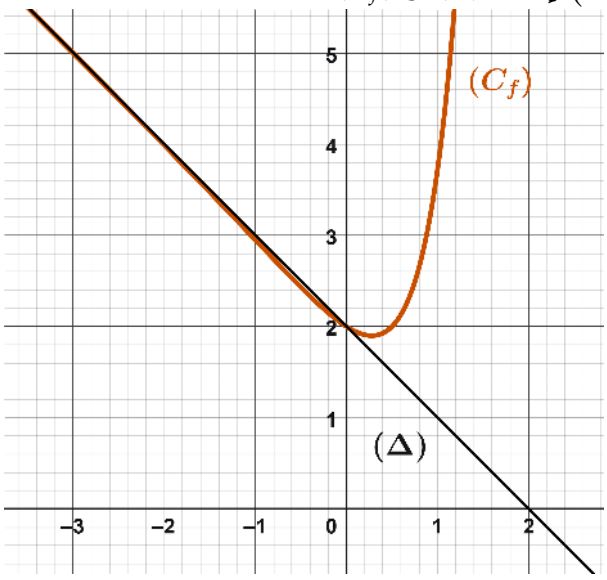
5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة: $4\ln x - mx = 0$

6) احسب بـ $cm^2$ مساحة الحيز المحدد بالنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$ والمستقيمان اللذان معادلتاهما $x = 1$ و $x = \alpha$.

## شبكة التقويم لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات للسنة الثالثة علوم تجريبية

| عناصر الإجابة | العلامة مجزأة | العلامة المجموع |
|---|---|---|
| **التمرين الأول:** | | |
| $card(\Omega) = C_9^3 = 84$ | 0.25 | |
| 1) حساب $P(A)$ و $P(B)$ : | | |
| $P(A) = \dfrac{C_3^3 + C_3^3 + C_3^3}{84} = \dfrac{3}{84} = \dfrac{1}{28}$ | 0.5 | |
| $P(B) = \dfrac{C_3^3 + C_3^1 \times C_2^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^2}{84} = \dfrac{15}{84} = \dfrac{5}{28}$ | 0.5 | |
| تبيان أن $P(C) = \dfrac{2}{21}$: | | |
| $P(C) = \dfrac{C_4^3 + C_4^1 \times C_2^2}{84} = \dfrac{8}{84} = \dfrac{2}{21}$ | 0.5 | 1.75 |
| 2) حساب $P(A \cap B)$: $P(A \cap B) = \dfrac{C_2^2 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{84} = \dfrac{1}{42}$ | 0.25 | |
| - الحادثتان $A$ و $B$ غير مستقلتين لأن: $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$ . | 0.25 | 0.5 |
| 3) أ- تبرير أن: $X = \{-2; -1; 0\}$. | 0.25 | |
| ب- قانون احتمال المتغير العشوائي : | | |
| $x_i$ \| $-2$ \| $-1$ \| $0$ | | |
| $P(X = x_i)$ \| $\frac{49}{84}$ \| $\frac{25}{84}$ \| $\frac{10}{84}$ | 1 | |
| - الأمل الرياضي: $E(x) = \dfrac{-41}{28}$ | 0.25 | |
| جـ - حساب احتمال الحادثة $e^{X+8} \leq 2026$: | | |
| $P(e^{X+8} \leq 2026) = P(X = -2) + P(X = -1) = \dfrac{37}{42}$ | 0.25 | 1.75 |
| **التمرين الثاني:** | | |
| 1) أ- الشكل الأسي للعدد المركب $z$: $z = 4e^{\frac{\pi}{3}i}$ | 1 | |
| ب- كتابة العدد $z^{1962}$ على الشكل الجبري: $z^{1962} = 4^{1962}e^{\frac{1962\pi}{3}i} = 4^{1962}$ | 1 | |
| 2) مجموعة النقط $(\Gamma)$ هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$. . | 1 | |

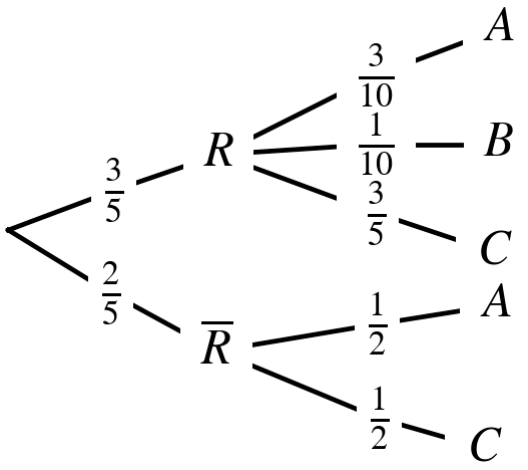
| | | |
|---|---|---|
| 3) الحل في $\mathbb{C}^2$ الجملة ذات المجهولين $(z_1, z_2)$ : $S = \{(1+i; 1-2i)\}$ | 1 | 4 |
| **التمرين الثالث:** | | |
| 1) أ- تمثيل الحدود على حامل محور الفواصل. | 1 | |
| ب- التخمين: المتتالية $(u_n)$ متناقصة ومتقاربة. | 0.5 | 1.5 |
| 2) أ- البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $1 \leq u_n \leq 4$. | 0.75 | |
| ب- التبيان: $u_{n+1} - u_n = 1 + \frac{1}{3}(u_n - 1)^2 - u_n = \frac{1}{3}(u_n - 1)(u_n - 4)$ | 0.25 | |
| الاستنتاج: بما أن $0 \leq u_n - 1 \leq 3$ و $-3 \leq u_n - 4 \leq 0$ فإن: $u_{n+1} - u_n \leq 0$ | | |
| وعليه المتتالية $(u_n)$ متناقصة. | 0.5 | 1.5 |
| 3) بما أن المتتالية $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة. | 0.25 | |
| وعليه: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = l$ أي أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ | 0.25 | 0.5 |
| 4) أ - تبيان أن المتتالية $(v_n)$ هندسية: | | |
| $v_{n+1} = \ln\left(\frac{1 + \frac{1}{3}(u_n - 1)^2 - 1}{3}\right) = \ln\left(\frac{1}{3^2}(u_n - 1)^2\right) = 2.v_n$ | 0.5 | |
| - الحد الأول: $v_0 = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$ | 0.25 | |
| ب- عبارة $v_n$: $v_n = \ln\left(\frac{2}{3}\right).2^n$ | 0.25 | |
| جـ- حساب بدلالة $n$ الجداء $P_n$: | | |
| $P_n = 3e^{v_0} \times 3e^{v_1} \times \cdots \times 3e^{v_n} = 3^{n+1} e^{\ln\left(\frac{2}{3}\right)(2^{n+1}-1)}$ | 0.5 | 1.5 |
| **التمرين الرابع:** | | |
| **I-** 1) تعيين قيمة $a$ و $b$: لدينا: $g(0) = 1 - e$ إذن: $b = 1$ و $g'(0) = 2 = 2e$ | | |
| إذن: $a = 2$ | 0.5 | 0.5 |
| 2) دراسة إتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$: $g'(x) = 2 + 2e^{-2x+1}$ ; $g'(x) > 0$ وعليه | | |
| الدالة $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. | 0.5 | |
| ب- الدالة $f$ مستمرة ورتيبة تماما على $\mathbb{R}$ ولدينا: $g(0.27) \times g(0.28) < 0$ | | |
| ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد $\alpha$. | 0.5 | |
| - اشارة $g(x)$: | | |
| $x$ \| $-\infty$ \| $\alpha$ \| $+\infty$ | | |
| $g(x)$ \| $-$ \| $0$ \| $+$ | 0.5 | 1.5 |
| **II-** 1) حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. | 0.5 | 0.5 |
| 2) أ- تبيان أن: $f'(x) = g(x).e^{2x-1}$ | 0.5 | |

| | | |
|---|---|---|
| | 0.5 | ب- الدالة $f$ متناقصة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.<br>- جدول التغيرات الدالة $f$:<br>$x$ \| $-\infty$ \| $\alpha$ \| $+\infty$<br>$f'(x)$ \| $-$ \| $0$ \| $+$<br>$f(x)$ \| $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ $+\infty$ |
| 1.5 | 0.5 | |
| | 0.5 | 3) أ- $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x-2]=0$، المستقيم ذو المعادلة $y=-x+2$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $-\infty$.<br>ب- الوضع النسبي:<br>$x$ \| $-\infty$ \| $0$ \| $+\infty$<br>$f(x)-(-x+2)$ \| $-$ \| $0$ \| $+$<br>الوضعية \| $(C_f)$ تحت $(T)$ \| $(T)$ يقطع $(C_f)$ \| $(C_f)$ فوق $(T)$ |
| 1 | 0.5 | |
| | 1 | 4) إنشاء $(\Delta)$ و $(C_f)$.<br>  |
| 1 | 1 | |
| | 0.5 | 5) أ- التبيان: $H'(x)=xe^{2x-1}=h(x)$ |
| 1 | 0.5 | ب- التبيان: $S=\int_{-\alpha+1}^{1}(f(x)-(-x+2))\,dx=(4\alpha^2+e-1)cm^2$<br>لأن: $e^{-2\alpha+1}=2\alpha+1$ |

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول

1) اتمام شجرة الاحتمالات:




1 | 1

2) أ- حساب احتمال الحوادث:

$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{10} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{19}{50}$ — 0.5

$P(C) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{14}{25}$ — 0.5

ب- التبيان: $P_C(R) = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}}{\frac{14}{25}} = \frac{9}{14}$ — 0.5 | 1.5

3) احتمال سحب كرية حمراء على الأقل يساوي 1. — 0.25 | 0.25

4) أ- التبرير أن: $X = \{1;2;3\}$ — 0.25

ب- قانون احتمال المتغير العشوائي :

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | $\frac{13}{50}$ | $\frac{28}{50}$ | $\frac{9}{50}$ |

0.75

ج- الأمل الرياضي: $E(x) = \frac{48}{25}$ — 0.25 | 1.25

### التمرين الثاني

1) حلول المعادلة $(E)$ هي الدوال من االشكل: $x \mapsto Ce^x - 1$ حيث: $C \in \mathbb{R}$ — 1 | 1

2) القيمة المتوسطة $m$ للدالة $f$ على المجال $\left[\frac{1}{e};e\right]$ :

$$m = \frac{1}{e - \frac{1}{e}} \int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{\ln x}{x^2}.dx = \left[-\frac{1}{x}\ln x\right]_{\frac{1}{e}}^{e} - \int_{\frac{1}{e}}^{e} \left(-\frac{1}{x^2}\right).dx = -\frac{2}{e^2 - 1}$$

1 | 1

| | | |
|---|---|---|
| 3) عبارة الدالة $h'$ مشتقة الدالة $h$: $h'(x)=2\ln(2).2^{2x+3}$ | 1 | 1 |
| 4) من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{3\}$ لدينا: $(2(3)-x)\in]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ و $g(2(3)-x)=g(x)$<br>وعليه $x=3$ معادلة لحور منحنى الدالة $g$. | 1 | 1 |

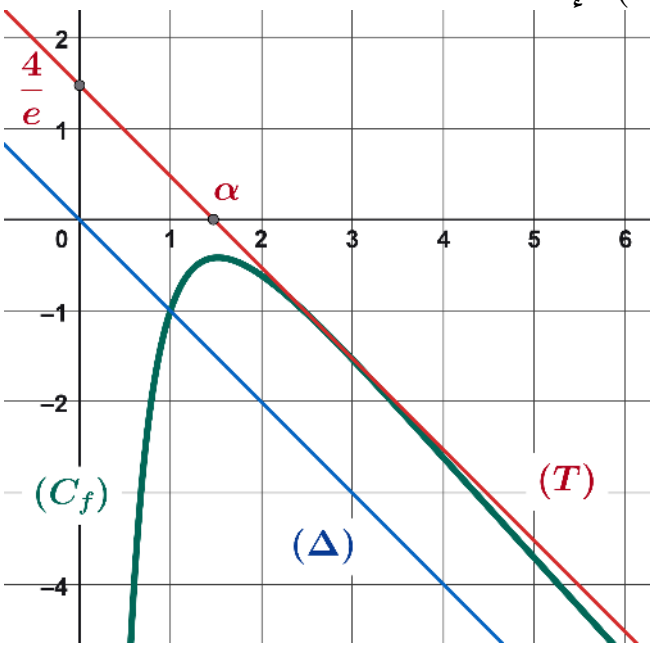
## التمرين الثالث

| | | |
|---|---|---|
| 1) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n>0$ | 0.75 | 0.75 |
| 2) اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$: $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n(3u_n+1)}{3u_n+4}$ | | |
| بما أن: $u_{n+1}-u_n<0$ ، فإن المتتالية $(u_n)$ متناقصة على $\mathbb{N}$. | 0.5 | |
| المتتالية $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل وعليه فهي متقاربة. | 0.25 | 0.75 |
| 3) أ- التبيان: لدينا: $u_{n+1}-\dfrac{3}{4}u_n<0$ وعليه: $0<u_{n+1}<\dfrac{3}{4}u_n$ | 0.5 | |
| ب-الاستنتاج: لدينا: $\left(\dfrac{3}{4}\right)^n\left(\dfrac{1}{3}\right)<\left(\dfrac{3}{4}\right)^n<u_n<0$ وعليه: | | |
| $0<u_n<\left(\dfrac{3}{4}\right)^{n+1}$ | 0.5 | |
| حساب النهاية: باستعمال الحصر نجد: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$. | 0.25 | 1.25 |
| 4) تعيين قيمة $\alpha$: $v_{n+1}=\dfrac{3}{3+\alpha}\left(\dfrac{u_n}{u_n+\dfrac{4\alpha}{3+3\alpha}}\right)$ لدينا: $\dfrac{4\alpha}{3+3\alpha}=\alpha$ وعليه: | | |
| $\alpha=\dfrac{1}{3}$ | 0.5 | |
| ب- عبارة $v_n$ و $u_n$: $v_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$ ; $u_n=\dfrac{-v_n}{3v_n-3}=\dfrac{-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n}{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n-3}$ | 1 | |
| نهاية $u_n$ بطريقة أخرى: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{-\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n}{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n-3}=0$ | 0.25 | |
| ج- حساب المجموع $S_n$: $S_n=2026\left[2\left(\dfrac{3}{4}\right)^{1448}+1446\right]$ | 0.5 | 2.25 |

## التمرين الرابع

| | | |
|---|---|---|
| **I-** 1) اتجاه تغير الدالة $g$: لدينا: $g'(x)=2x+\dfrac{4}{x}$ | | |
| $g'(x)>0$ وعليه الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0+\infty[$. | 0.25 | 0.25 |

| | | |
|---|---|---|
| | 0.5<br><br><br>0.25 | 2) أ- الدالة $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $]0+\infty[$ ولدينا: $g(1.52)\times g(1.53)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$.<br>ب- إشارة $g(x)$:<br>$x$: $0$ | $\alpha$ | $+\infty$<br>$g(x)$: $\|\|$ $-$ $0$ $+$ |
| 0.75 | | |
| 0.5 | 0.5 | **II**- 1) حساب النهايات: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. |
| | 0.5<br>0.5<br><br><br><br>0.5 | 2) أ- تبيان أن: $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x^2}$<br>ب- الدالة $f$ متزايدة تماما على $]0;\alpha]$ ومتناقصة تماما تماما على $[\alpha;+\infty[$.<br>جدول التغيرات الدالة $f$:<br>$x$: $0$ | $\alpha$ | $+\infty$<br>$f'(x)$: $\|\|$ $+$ $0$ $-$<br>$f(x)$: $\|\|$ $-\infty$ ↗ $f(\alpha)$ ↘ $-\infty$ |
| 2 | 0.5 | جـ- تبيان أن: $f(\alpha)=\dfrac{4}{\alpha}-2\alpha$ $\quad$ الحصر: $-0.44<f(\alpha)<-0.41$ |
| | 0.5<br><br><br><br>0.5 | 3) أ- $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x]=0$ ، المستقيم ذي المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$.<br>ب- الوضع النسبي:<br>$x$: $0$ | $1$ | $+\infty$<br>$f(x)-(-x)$: $\|\|$ $-$ $0$ $+$<br>الوضعية: $\|\|$ $(C_f)$تحت$(\Delta)$ ; $(C_f)$يقطع$(\Delta)$ ; $(C_f)$فوق$(\Delta)$ |
| 1.25 | 0.25 | جـ- المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ في النقطة ذات الفاصلة $x=e$ حيث:<br>$(T): y=-x+\dfrac{4}{e}$ |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 4) الإنشاء:<br>  <br> |
| 0.75 | 0.75 | 5) المناقشة البيانية: $f(x) = -x + m$<br>$m < \frac{4}{e}$ حلان مختلفان ; $m = \frac{4}{e}$ حل وحيد ; $m > \frac{4}{e}$ لا توجد حلول. |
| 0.5 | 0.5 | 6) مساحة الحيز: $\int_1^{\alpha} [f(x) - (-x)] .dx = 2 [\ln(\alpha)]^2$ |