الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية سطيف

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة : ماي 2025

ثانويات مقاطعة سطيف 2 — الشعبة : ثالثة تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات — المـــدة : 4 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقطة)

يحتوي كيس على 12 كريّة متماثلة لا نفرّق بينها باللمس موزعة كمايلي: ثلاث كريّات حمراء مرقمة بـــ:1،2،3 وخمس كريّات بيضاء مرقمة بـ: 1،1،2،2،3 وأربع كريّات خضراء مرقمة بـ:1،1،2،3 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريّات من الكيس ونعتبر الأحداث التالية .

A : " الحصول على ثلاث كريّات تحمل نفس الرقم" B : " الحصول على ثلاث كريّات تحمل ألوان العلم الوطني"

C : " الحصول على كريّة على الأقل بيضاء و كريّة على الأقل حمراء"

1) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ثم بيّن أنّ : $P(C)=\frac{21}{44}$.

2) أ) أثبت أنّ احتمال الحصول على ثلاث كريّات تحمل ألوان العلم الوطني وتحمل نفس الرقم يساوي $\frac{7}{220}$.

ب) استنتج احتمال الحصول على ثلاث كريّات تحمل ألوان العلم الوطني أوتحمل نفس الرقم .

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب ،عدد الكريّات المتبقية في الكيس التي تحمل عددا أوليا .

أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{4;5;6;7\}$.

ب) عيّن قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(12X+1962)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(u_n)_{n\geq 1}$ المتتالية العددية المعرّفة بـــ : $u_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1}=\frac{3}{2\sqrt{3}-u_n}$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه : من أجل كلّ عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_n<\sqrt{3}$.

ب) بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة تماما ثم استنتج أنّها متقاربة .

2) المتتالية العددية $(v_n)_{n\geq 1}$ معرّفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي : $v_n=\frac{u_n}{\sqrt{3}-u_n}$.

أ) أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ حسابية أساسها 1 يطلب تعيين وحدّها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_n=\frac{\sqrt{3}n}{n+1}$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{\sqrt{3}-u_1}+\frac{1}{\sqrt{3}-u_2}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{3}-u_n}$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $T_n=\ln u_1+\ln u_2+\cdots+\ln u_n$.

• بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $T_n=\frac{1}{2}n\ln 3-\ln(n+1)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{T_n}{n}$.

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

نعتبر المعادلة $(E)\cdots 104x-16y=280$ ذات المجهولين الصحيحين x و y .

1) أ) جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 16 و 104 ثم استنتج أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.

ب) بيّن أنّه إذا كانت $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فان $y\equiv 2[13]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E).

2) عيّن مجموعة الثنائيات $(x;y)$ ، حلول المعادلة (E) بحيث : $\frac{y}{x}\in\mathbb{N}$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta\beta\gamma}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 ويكتب $\overline{1\alpha\beta 13}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6.

• عيّن الأعداد الطبيعية α ، β و γ ثم أكتب N في النظام العشري .

4) أ) حلّل العدد 2025 إلى جداء عوامل أولية ثم استنتج الأعداد الطبيعية التي مكعب كلّ منها تقسم العدد 2025.

ب) عيّن جميع الثنائيات $(a;b)$ من $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ التي تحقق : $m^3+11d^2=2025$ حيث $d=PGCD(a;b)$ و $d=PPCM(a;b)$.

التمرين الرابع: (07,5 نقطة)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$
$g(x)$	1 ↗	$1+\frac{1}{e}$	↘ $-\infty$

I) يمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x)=a-(x+b)e^{x-2}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

1) بالإستعانة بجدول التغيّرات ، بيّن أنّ : $a=1$ و $b=-2$.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=-1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,85<\alpha<2,86$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)+1$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=2x+(3-x)e^{x-2}$ ، (C_f) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(o;\vec{i};\vec{j})$. (حيث $\|\vec{j}\|=1cm$ و $\|\vec{i}\|=2cm$).

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=g(x)+1$ ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

ب) بيّن أنّ للمنحني (C_f) نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ(C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

4) (T) مماس للمنحني (C_f) في النقطة A معادلته $y=2x+1$ ، احسب إحداثيي النقطة A.

5) أ) بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_1 و x_2 حيث $-0,2<x_1<-0,1$ و $4,1<x_2<4$.

ب) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحني (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 6$).

6) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $me^{2-x}+x-3=0$ حلّين موجبين تماما .

7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، بين أن : $\int_2^{\alpha}(x-3)e^{x-2}dx=(\alpha-4)e^{\alpha-2}+2$.

ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ المساحة بـ:cm^2 للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها :

$y=2x$ ، $x=2$ و $x=\alpha$.

• تحقق أنّ: $\mathcal{A}(\alpha)=8\left(\frac{1}{\alpha-2}-1\right)cm^2$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقطة)

يحتوي صندوق على 11 كريّة متماثلة لا نفرّق بينها باللّمس موزعة كمايلي: ثلاث كريّات بيضاء مرقمة بـ: 1،1،1 وأربع كريّات حمراء مرقمة بـ: 1،2،2،2 وأربع كريّات سوداء مرقمة بـ: 2،3،3،3.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريّتين من الصندوق ونعتبر الأحداث التالية .

A : "الكريّتان المسحوبتان من لونين مختلفين" B : "الكريّتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم"

C : "الكريّتان المسحوبتان من لونين مختلفين وتحملان نفس الرقم"

1) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ وبيّن أنّ : $P(C)=\frac{6}{55}$ ثم استنتج $P(A\cup B)$.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريّتين ، مجموع رقميهما إذا كانت الكريّتين تحملان رقمين مختلفين وجداء رقميهما إذا كانت الكريّتين تحملان نفس الرقم .

أ) برّر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1;3;4;5;9\}$ ثم بيّن أنّ : $P(X=4)=\frac{18}{55}$.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

3) نسحب الآن من الصندوق عشوائيا 3 كريّات على التوالي وبدون إرجاع .

• احسب احتمال الحدث D :"الكريّات المسحوبة تحمل أرقاما مجموعها فردي" .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في كل مماثلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

•عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير:

1) الشكل الجبري للعدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{5\pi}{6}$ عمدة له هو : **أ)** $1-i\sqrt{3}$ **ب)** $-\sqrt{3}+i$ **جـ)** $1-i\sqrt{3}$

2) الشكل الأسي للعدد المركب $z=-\sin\frac{\pi}{5}+i\cos\frac{\pi}{5}$ هو : **أ)** $e^{i\frac{7\pi}{10}}$ **ب)** $e^{i\frac{3\pi}{10}}$ **جـ)** $e^{i\frac{6\pi}{5}}$

3) العدد المركب $\left(\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}+i}\right)^{1446}$ يساوي : **أ)** 1 **ب)** $-i$ **جـ)** i

4) المجموع : $1-i+i^2-i^3+\cdots+i^{2024}-i^{2025}$ يساوي : **أ)** 0 **ب)** $1+i$ **جـ)** $1-i$

التمرين الثالث: (04,5 نقطة)

1) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 10^n على 13 .

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1446^{2025} على 13 .

2) بين أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $1962^{1954}+2025^{18n+10}+1446^{2024}$ مضاعفا للعدد 13 .

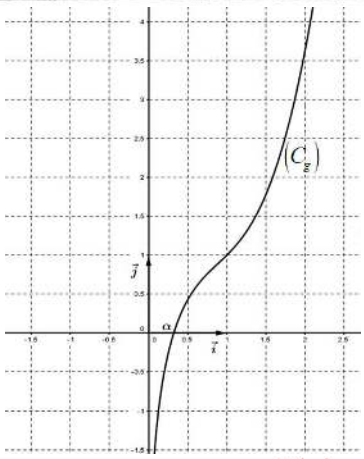
3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=7$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=10u_n+18$.

أ) برهن بالتراجع أنّه : من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=9\times10^n-2$.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

• بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n=10^{n+1}-2n-3$

4) عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث : $\begin{cases}n\equiv2025[6]\\S_n+2025^n\equiv1446[13]\end{cases}$



التمرين الرابع: (07,5 نقطة)

I) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=1+(x\ln x)^2+\ln x$

(C_g) تمثيلها البياني يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها α

(لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

2) تحقق أنّ $0,32<\alpha<0,33$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $D=]0;1[\cup]1;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x-\dfrac{1}{x\ln x}$

(C_f) التمثيل البياني لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أن $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$ و فسّر النتائج هندسيا .

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من D ، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x\ln x)^2}$.

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها .

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) .

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيم (Δ).

4) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـــ (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

5) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $1,53<\beta<1,54$.

6) أنشئ (Δ) ، (T) والمنحني (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 3$).

7) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $A(n)=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\left(x-f(x)\right)dx$.

أ) اعط تفسيرا هندسيا للعدد $A(1)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $A(n)=\ln\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$ ثم استنتج قيمة $A(1)$.

جـــ) برهن أن : $A(1)+A(2)+\cdots+A(2024)=\ln 2025$ ثم فسّر هذه النتيجة بيانيا .

انتهى الموضوع الثاني