استعد لبكالوريا 2025

الموضوع رقم02

نهائي علوم تجريبية
الأستاذ: محمد علالو

➢ التمرين الأول (04 نقاط) :

عين الجملة الصحيحة و الجملة الخاطئة من بين الاقتراحات التالية، مبررا ذلك:

1) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n \, dx$

إن : $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$

2) إذا كانت الدالة h حل لمعادلة التفاضلية $(E).....y' + 2y = 2$ و يحقق $h(0) = 0$، فإن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right) = \frac{1}{2}$

3) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، نضع : $u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$ و $S_n = u_1 + u_2 + u_3 ... + u_n$

إن : $S_n = \ln(n+1)$

4) A و B حدثين من مجموعة الإمكانيات Ω و $\overline{B}$ هو الحدث العكسي للحدث B، P احتمال معرف على Ω

إذا كان $P(A) = 0.4$ و $P(\overline{B}) = 0.2$ و $P(A \cap B) = 0.28$ فإن $P(A \cup B) = 0.92$

5) إذا كانت (u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1} = 3u_n - 4$

فإن من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n = 3^n + 2$

➢ التمرين الثاني(05 نقاط) :

(I) برهن أنه : إذا كانت الأعداد الحقيقية a ، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a+b+c)(a-b+c)$$

(II) (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الاول u_0 بحيث : $\begin{cases} u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 756 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 42 \end{cases}$

1) أحسب u_2، ثم استنتج u_1 و u_3

2) استنتج قيمة q أساس المتتالية العددية (u_n) و حدها الأول u_0

3) عين عبارة u_n بدلالة n

4) أ. عين بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

ب. عين قيمة n بحيث $S_n = 3069$

➢ التمرين الثالث(04 نقاط) :

يحتوي صندوق على ثماني كريات تحمل الأرقام: 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 ، 3 لا نفرق بينها باللمس

نسحب عشوائيا على التوالي و بدون إرجاع كريتين من الصندوق

ليكن A الحدث : " الحصول على كريتين تحملان الرقم 2 "

B الحدث : " " الحصول على كريتين إحداهما على الأقل تحمل الرقم 3 "

1) احسب $p(A)$، احتمال الحدث A

2) بين أن $p(B) = \frac{13}{28}$

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب بالكيفية السابقة، عدد الكريات التي تحمل عددا فرديا

عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب $E(X)$ أمله الرياضياتي

4) نقوم الآن بإلقاء قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة بحيث :

- إذا ظهر الوجه F نسحب من الصندوق عشوائيا كريتين على التوالي دون ارجاع
- إذا ظهر الظهر P نسحب من الصندوق عشوائيا كريتين في آن واحد

نعتبر C الحدث : " الحصول على كريتين تحملان نفس الرقم "

أ.أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية

ب.أحسب $p(C)$ ، احتمال الحدث C

➢ **التمرين الرابع(07 نقاط) :**

(I) g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=2(x-2)e^x+4$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1;+\infty[$ ، ثم تحقق أن $1,5<\alpha<1,6$

3) أحسب $g(0)$ و استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$

(II) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}$ ،نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$، بحيث : $\|\vec{i}\|=2cm$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و عند $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، فسر هندسيا النتائج المحصل عليها.

2) أ . بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{(e^x-2x)^2}$

ب .أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها

3) أ . بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2-\alpha}{\alpha-1}$ ثم عين حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$

ب.عين معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ . أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيم (D) الذي معادلته $y=-1$

د. أرسم المماس (T) ، المستقيم (D) و المنحني (C_f).

4) λ عدد حقيقي من المجال $]-\infty;0[$.

احسب بـ cm^2 المساحة $S(\lambda)$ ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=\lambda$ ، $x=0$ و $y=-1$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$

5) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\dfrac{|2x-2|}{e^x-2x}$ ، نسمي (C_h) المنحني الممثل لها

أ. أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

ب.أرسم في معلم آخر المنحني (C_h) موضحا كيفية الرسم

جـ .عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m ، بحيث تقبل المعادلة $\left|\dfrac{2x-2}{e^x-2x}\right|=|m|$ ثلاث حلول متمايزة

انتهى

✓ **التمرين الأول :**

1) الاقتراح صحيح ؛ **التبرير** : لدينا $I_{n+1}=\int_1^e x(\ln x)^{n+1}\,dx$

نستعمل المكاملة بالتجزئة : نضع $u(x)=(\ln x)^{n+1}$ و $v'(x)=x$ نجد $u((x)=(n+1)\times\frac{1}{x}(\ln x)^n$ و $v(x)=\frac{1}{2}x^2$

ومنه $I_{n+1}=\left[\frac{x^2}{2}(\ln x)^{n+1}\right]_1^e-\int_1^e\frac{n+1}{2}x^2\times\frac{1}{x}\times(\ln x)^n\,dx$ وعليه $I_{n+1}=\frac{e^2}{2}-\frac{n+1}{2}\int_1^e x\times(\ln x)^n\,dx$

أي أن : $I_{n+1}=\frac{e^2}{2}-\frac{n+1}{2}I_n$

2) الاقتراح صحيح ؛ **التبرير** :

حلول المعادلة التفاضلية (E) تكافئ $y'=-2y+2$ ، إذن حلول المعادلة التفاضلية (E) هي الدوال h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=ke^{-2x}+1$ مع k ثابت حقيقي و بما أن $h(0)=0$ فإن $k=-1$ وعليه $h(x)=-e^{-2x}+1$

لنتحقق أن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right)=\frac{1}{2}$: $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right)=-e^{-\ln 2}+1$ ومنه $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right)=-\frac{1}{e^{\ln 2}}+1$ أي أن $h\left(\frac{\ln 2}{2}\right)=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

3) الاقتراح صحيح؛ **التبرير**:

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n=\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$ و $S_n=u_1+u_2+u_3...+u_n$

لدينا : $u_n=\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$ ومنه $u_1=\ln(2)$ ، $u_2=\ln\left(\frac{3}{2}\right)$ ، $u_3=\ln\left(\frac{4}{3}\right)$ ،.....، $u_n=\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

ومنه $S_n=\ln(2)+\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\ln\left(\frac{4}{3}\right)..+\ln\left(\frac{n}{n-1}\right)+\ln\left(\frac{n+1}{n}\right)$

إذن $S_n=\ln\left(2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times...\times\frac{n}{n-1}\times\frac{n+1}{n}\right)$ أي أن $S_n=\ln(n+1)$

4) الاقتراح صحيح ؛ **التبرير**:

لأن $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ و بما أن $\overline{B}$ هوالحدث المعاكس للحدث B فإن $P(B)=1-P(\overline{B})$

ومنه $P(A\cup B)=P(A)+1-P(\overline{B})-P(A\cap B)$ إذن $P(A\cup B)=0,4+1-0,2-0,28$ وعليه $P(A\cup B)=0,92$

5) الاقتراح صحيح ؛ **التبرير**: **(نوظف الاستدلال بالتراجع)**

أ. من أجل $n=0$: $u_0=3^0+2=3$ محققة حسب المعطيات

ب. ليكن n عدد طبيعي كيفي : لنفرض أن $u_{n+1}=3^{n+1}+2$ و لنبرهن أن $u_{n+1}=3^{n+1}+2$

بما أن فرضا $u_n=3^n+2$ و $u_{n+1}=3u_n-4$ فإن $u_{n+1}=3(3^n+2)-4$ ومنه $u_{n+1}=3^{n+1}+2$

من أ. و ب ينتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n=3^n+2$

✓ **التمرين الثاني :**

(I) لنبرهن أنه : إذا كانت الأعداد الحقيقية a ، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)(a-b+c)$$

ليدنا $(a+b+c)(a-b+c)=a^2-ab+ac+ab-b^2+bc+ac-bc+c^2$

ومنه $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+2ac-b^2+c^2$

بما أن a ، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن $b^2=ac$ ومنه $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+2b^2-b^2+c^2$
و عليه $(a+b+c)(a-b+c)=a^2+b^2+c^2$

(II) (u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الاول u_0 بحيث : $\begin{cases}u_1^2+u_2^2+u_3^2=756\\u_1+u_2+u_3=42\end{cases}$

1) حساب u_2:

بما أن u_1 ، u_2 و u_3 حدود متتابعة من متتالية هندسية فإن حسب (I) : $u_1^2+u_2^2+u_3^2=(u_1+u_2+u_3)(u_1-u_2+u_3)$
و بما أن $u_1^2+u_2^2+u_3^2=756$ و $u_1+u_2+u_3=42$ فإن $u_1-u_2+u_3=18$. و بالتالي نتحصل على

بطرح (1)من (2) نجد $2u_2=24$ ومنه $u_2=12$ $\begin{cases}u_1-u_2+u_3=18\ ...(1)\\u_1+u_2+u_3=42\ ...(2)\end{cases}$

- استنتاج u_1 و u_3 : لدينا $\begin{cases}u_1^2+u_3^2=612\\u_1+u_3=30\end{cases}$ و عليه $\begin{cases}u_1^2+(30-u_1)^2=612\\u_3=30-u_1\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}u_3=30-u_1\\(u_1)^2-30u_1+144=0\end{cases}$

إن $(u_1)^2-30u_1+144=0$ تكافئ $u_1=24$ أو $u_1=6$ و بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما فإن $u_1<u_2$
و بالتالي $u_1=6$ و عليه $u_3=24$ ، ينتج أن $u_1=6$ ، $u_2=12$ و $u_3=24$

2) استنتج قيمة q أساس المتتالية العددية (u_n) و حدها الأول u_0:

بما أن (u_n) متتالية هندسية فإن $u_2=u_1\times q$ أي أن $12=6\times q$ و منه $q=2$

- و بما أن $u_1=u_0\times q$ أي أن $6=u_0\times 2$ ومنه $u_0=3$

3) تعيين عبارة u_n بدلالة n :

بما أن (u_n) متتالية هندسية فإن $u_2=u_1\times q$ من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n=u_0\times q^n$ أي أن $u_n=3\times 2^n$

4) أ. تعيين بدلالة n المجموع S_n بحيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

لدينا $S_n=\frac{u_0}{1-q}\left(1-q^{n+1}\right)$ ومنه $S_n=\frac{3}{1-2}\left(1-2^{n+1}\right)$ أي أن $S_n=3\left(2^{n+1}-1\right)$

ب. تعيين قيمة n بحيث $S_n=3069$:

$S_n=3069$ تكافئ $3\left(2^{n+1}-1\right)=3069$ ومنه $S_n=3069$ تكافئ $2^{n+1}=1024$ وبما أن $2^{10}=1024$ فإن $n=9$

✓ **التمرين الثالث :**

بما أن السحب يتم على التوالي دون إرجاع فإننا نوظف ترتيبات و عليه عدد السحبات الممكنة هو : $A_8^2=56$

1) حساب $p(A)$: عدد الحالات المواتية للحدث A هي $A_3^2=6$ ومنه $p(A)=\frac{6}{56}=\frac{3}{28}$

2) نبين أن $p(B)=\frac{13}{28}$: الحدث B يعني

(الحصول على كريتين تحملان الرقم 3) أو (الحصول على كرية تحمل الرقم 3 و كرية تحمل الرقم 1 أو الرقم 2)

وعليه عدد الحالات المواتية للحدث B هي $A_2^2+\left(A_2^1\times A_6^1\right)\times 2=26$ ومنه $p(B)=\frac{26}{56}=\frac{13}{28}$

3) قيم المتغير العشوائي هي : 0 ، 1 ، 2

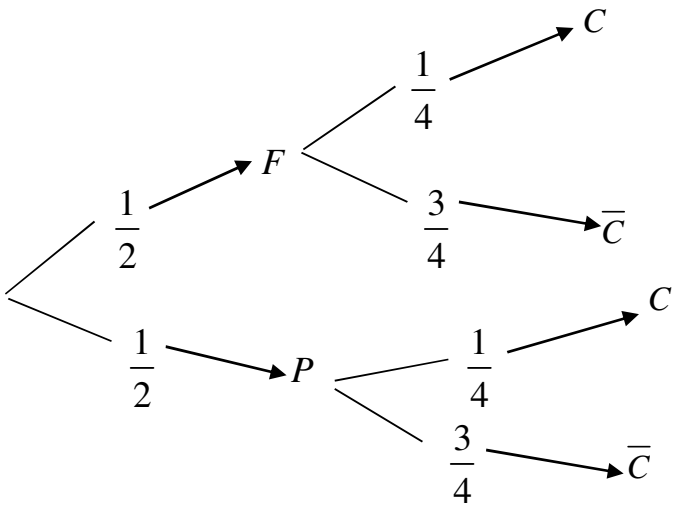
وغليه قانون احتمال المتغير العشوائي يعطى على النحو التالي :

$p(X=0)=\frac{A_3^2}{56}=\frac{3}{28}$ ، $p(X=1)=\frac{\left(A_5^1\times A_3^1\right)\times 2}{56}=\frac{15}{28}$ ، $p(X=2)=\frac{A_5^2}{56}=\frac{5}{14}$

لنلخص النتائج في الجدول التالي :

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

4) أ. انجاز شجرة الاحتمالات :



ب. حساب $p(C)$:

$p(C)=p(F)\times p_F(C)+p(P)\times p_P(C)$ ومنه $p(C)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$

✓ **التمرين الرابع :**

(I) 1) دراسة تغيرات الدالة g :

أ.حساب النهايات :

(1) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2xe^x-4e^x+4\right)=4$ لأن : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$

(2) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-2)=+\infty$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة g : الدالة قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

$g'(x)=2e^x+2(x-2)e^x$ أي أن $g'(x)=2(x-1)e^x$

- بما أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $e^x>0$ فإن إشارة $g'(x)$ من إشارة $x-1$

وعليه تعطى إشارة $g'(x)$ على النحو التالي :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]-\infty;1]$

- جدول التغيرات :

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$-$
$g(x)$	4	$4-2e$	$+\infty$

2) بما أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$ و $g(1)<0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1;+\infty[$.

- $g(1,5)=-0,48$ و $g(1,6)=0,04$ أي أن $g(1,5)<0<g(1,6)$ فإن $1,5<\alpha<1,6$

1) إن $g(0)=0$ من خلال دراسة تغيرات الدالة g و $g(\alpha)=0$ و $g(0)=0$ نتحصل على إشارة $g(x)$

على النحو التالي :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

(II) 1) حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و تفسيرها هندسيا :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(2-\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)}$ ومنه $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(2-\dfrac{2}{x}\right)}{\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)}=0$ لأن :

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x}=0$

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(2-\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)}$ ومنه $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(2-\dfrac{2}{x}\right)}{\left(\dfrac{e^x}{x}-2\right)}=-1$ لأن :

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{e^x}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x}=0$

- التفسير الهندسي :

المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $-\infty$ معادلته $y=-1$ و مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ معادلته $y=0$

1) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{2\left(e^x-2x\right)-\left(e^x-2\right)(2x-2)}{\left(e^x-2x\right)^2}$

ومنه $f'(x)=\dfrac{4e^x-2xe^x-4}{\left(e^x-2x\right)^2}=\dfrac{-\left(2xe^x-4e^x+4\right)}{\left(e^x-2x\right)^2}$ أي أن $f'(x)=\dfrac{-\left[2e^x(x-2)+4\right]}{\left(e^x-2x\right)^2}$

وعليه $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{\left(e^x-2x\right)^2}$

ب. دراسة اتجاه تغير الدالة f :

بما أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\left(e^x-2x\right)^2>0$ فإن إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$ و بالتالي

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

عليه الدالة f متزايدة تماما على $[0;\alpha]$ و متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ و على $[\alpha;+\infty[$

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	$f(\alpha)$	↘	0

3) أ. نبين أن $f(\alpha)=\dfrac{2-\alpha}{\alpha-1}$:

لدينا $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{e^{\alpha}-2\alpha}$. من جهة أخرى $g(\alpha)=0$ أي أن : $2(\alpha-2)e^{\alpha}+4=0$

ومنه $e^{\alpha}=\dfrac{-4}{2(\alpha-2)}$ إذن $e^{\alpha}=\dfrac{-2}{(\alpha-2)}$ و عليه $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{\dfrac{-2}{(\alpha-2)}-2\alpha}$

و بالتالي $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha-2}{\dfrac{-2-2\alpha(\alpha-2)}{(\alpha-2)}}$ أي أن $f(\alpha)=\dfrac{2(\alpha-1)(\alpha-2)}{-2(\alpha^2-2\alpha+1)}$

ينتج أن $f(\alpha)=\dfrac{(\alpha-1)(\alpha-2)}{-(\alpha-1)^2}$ إذن $f(\alpha)=\dfrac{2-\alpha}{\alpha-1}$

- تعيين حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$: بما أن $1,5<\alpha<1,6$ فإن $-1,6<-\alpha<-1,5$ ومنه $0,4<2-\alpha<0,5$

وبما أن $0,5<\alpha-1<0,6$ فإن $\dfrac{1}{0,6}<\dfrac{1}{\alpha-1}<\dfrac{1}{0,5}$ ومنه $\dfrac{0,4}{0,6}<f(\alpha)<1$ أي أن $\dfrac{2}{3}<f(\alpha)<1$

ب. تعيين معادلة للمماس (T) :

معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y=f'(1)(x-1)+f(1)$

وعليه المعادلة $y=\dfrac{2}{e-2}(x-1)$ هي معادلة للمماس (T)

جـ. دراسة الوضع النسبي لكل من (C_f) و (D) : لهذا الغرض نعين إشارة $f(x)+1$

لدينا $f(x)+1=\dfrac{2x-2}{e^x-2x}+1$ أي أن $f(x)+1=\dfrac{e^x-2}{e^x-2x}$

- لنعين إشارة e^x-2 : لدينا $e^x-2\geq 0$ يكافئ $e^x\geq 2$ أي أن $e^x-2\geq 0$ يكافئ $x\geq \ln 2$

ينتج أن $e^x-2<0$ يكافئ $x<\ln 2$

- لنعين إشارة e^x-2x : الدالة $\varphi : x\mapsto e^x-2x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x : $\varphi'(x)=e^x-2$

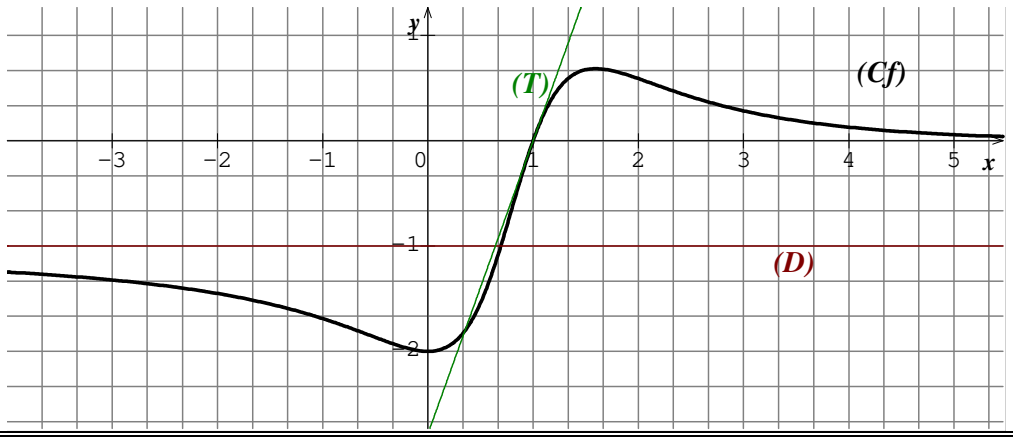
من إشارة e^x-2 ينتج أن $\varphi(\ln 2)=2-\ln 2>0$ قيمة حدية صغرى للدالة φ على $\mathbb{R}$

وبالتالي من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $\varphi(x)>0$ وعليه إشارة $f(x)+1$ من إشارة e^x-2، ينتج من هذا :

x	$-\infty$	$\ln 2$	$+\infty$
$f(x)+1$	$-$	0	$+$
وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)	(C_f) يقع أسفل (D)		(C_f) يقع أعلى (D)

(C_f) و (D) يتقطعان في النقطة $A(\ln 2;-1)$

د. رسم المماس (T) ، المستقيم (D) و المنحني (C_f) :



4) حساب $S(\alpha)$: إن $S(\lambda)=4\left(\int_{\lambda}^{0}(-1-f(x))\ dx\right)cm^2$

لدينا $\int_{\lambda}^{0}(-1-f(x))\ dx=-\int_{\lambda}^{0}(1+f(x))\ dx$ ، إن $\int_{\lambda}^{0}(1+f(x))\ dx=\int_{\lambda}^{0}\frac{e^x-2}{e^x-2x}\ dx$

إذن $\int_{\lambda}^{0}(1+f(x))\ dx=\int_{\lambda}^{0}\frac{\varphi'(x)}{\varphi(x)}\ dx$ مع $\varphi(x)=e^x-2x$ ينتج أن $\int_{\lambda}^{0}(1+f(x))\ dx=\left[\ln\left(\varphi(x)\right)\right]_{\lambda}^{0}$

ومنه $\int_{\lambda}^{0}(1+f(x))\ dx=-\ln\left(e^{\lambda}-2\lambda\right)$ و بالتالي $S(\lambda)=4\ln\left(e^{\lambda}-2\lambda\right)\ cm^2$

- حساب $\lim_{\lambda\to-\infty}S(\lambda)$: $\lim_{\lambda\to-\infty}S(\lambda)=\lim_{\lambda\to-\infty}4\ln\left(e^{\lambda}-2\lambda\right)=+\infty$

5) أ. كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

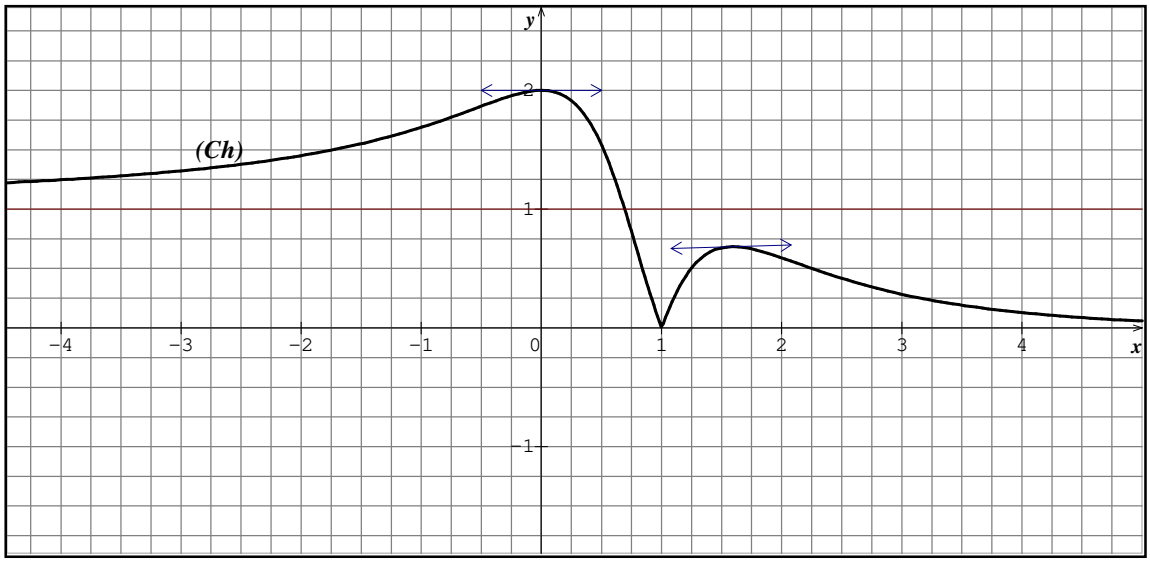
x	$-\infty$		1		$+\infty$
$2x-2$		$-$	0	$+$	
$\lvert 2x-2\rvert$		$-(2x-2)$	0	$2x-2$	
$h(x)$		$\frac{-(2x-2)}{e^x-2x}$	0	$\frac{(2x-2)}{e^x-2x}$	

إذا كان $x\in\left]-\infty;1\right]$: $h(x)=-f(x)$

إذا كان $x\in\left]1;+\infty\right[$: $h(x)=f(x)$

ب. في المجال $\left]1;+\infty\right[$: المنحني (C_h) منطبق على المنحني (C_f)

في المجال $\left]-\infty;1\right[$: المنحني (C_h) نظير المنحني (C_f) بالنسبة لحامل محور الفواصل



جـ. بما أن من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $e^x-2x>0$ فإن $\left|\frac{2x-2}{e^x-2x}\right|=\frac{|2x-2|}{e^x-2x}$

وعليه $\left|\frac{2x-2}{e^x-2x}\right|=|m|$ تكافئ $h(x)=|m|$

ومنه بيانيا تقبل المعادلة $\left|\frac{2x-2}{e^x-2x}\right|=|m|$ ثلاث حلول متمايزة إذا وفقط إذا كان $0<|m|<\alpha$

إذن قيم m هي $]-\alpha;0[\cup]0;\alpha[$