➢ التمرين الأول (04 نقاط) :

نعتبر الدالة f المعرفة و المتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{3x+1}{x+3}$

α عدد حقيقي موجب ، (u_n) المتتالية العددية المعرفة على بحدها الأول u_0 حيث :

$u_0=\alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_{n+1}=f(u_n)$

I) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة

II) نضع في كل ما يلي $\alpha=0$

1) أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<1$

ب. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ، ثم برر تقاربها

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$.

أ. بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$.يُطلب تعيين حدها الأول v_0

ب. عيّن عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنهّ : من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n=\dfrac{2}{1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}-1$

جـ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) نضع : من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0+1}+\dfrac{1}{u_1+1}+\ldots+\dfrac{1}{u_n+1}$.

احسب S_n بدلالة n ثمّ بين أنهّ : من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n=\dfrac{n+3}{2}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$

➢ التمرين الثاني(04 نقاط) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1) α عدد حقيقي موجب تماما ، قانون احتمال المتغير العشوائي X معرف كما يلي :

x_i	-2	0	1	3
$p(X=x_i)$	α	$\dfrac{1}{20}$	α^2	$\dfrac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$ يساوي $-\dfrac{3}{20}$ ، من أجل:

أ) $\alpha=\dfrac{3}{2}$ ، ب) $\alpha=1$ ، جـ) $\alpha=\dfrac{1}{2}$

1) القيمة المتوسطة للدالة $x\mapsto(x-1)e^{(x-1)^2}$ على المجال $[0;2]$ هي :

أ) $m=\dfrac{1}{4}$ ، ب) $m=0$ ، جـ) $m=\dfrac{1}{2}$

3) إن حل المعادلة التفاضلية $y'-y=\left(2x^2+1\right)\dfrac{e^x}{x}+2e$ و الذي ينعدم عند القيمة1 للمتغير الحقيقي x هي الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

أ) $H(x)=\left(x^2-\ln x+1\right)e^x-2e$ ، ب) $H(x)=\left(-x^2+\ln x+2\right)e^x-2e$ ، جـ) $H(x)=\left(x^2+\ln x+1\right)e^x-2e$

2) (ω_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\omega_n = \int_n^{n+1} \frac{\ln x}{x} dx$. نضع: $S_n = \omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_n$

أ) $S_n = \ln(n+1)$ ، ب) $S_n = \frac{\ln(n+1)}{2}$ ، جـ) $S_n = \left(\frac{\ln(n+1)}{\sqrt{2}}\right)^2$

➢ التمرين الثالث(04 نقاط) :

يحتوي صندوق 10 كريات لا نفرق بينها باللمس، منها أربع كريات بيضاء مرقمة بـ : 1 ، 2 ، 2 ، 3 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ : 2 ، 2 ، 3 و ثلاث خضراء مرقمة بـ : 2 ، 3 ، 3

نسحب عشوائيا على التوالي 3 كريات دون إرجاع الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي

نعتبر الحدثين التاليين: A " الحصول على كرية من كل لون" ، B " الحصول على ثلاث كريات تحمل نفس الرقم "

1) بين أن احتمال الحدث A هو $\frac{3}{10}$ واحسب احتمال الحدث B

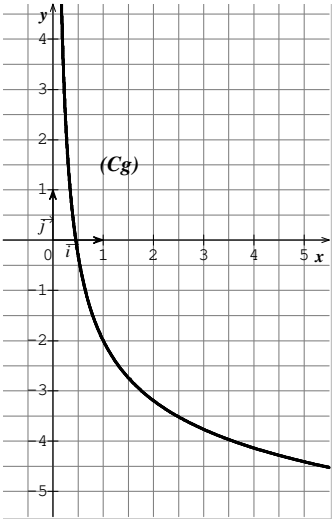
2) احسب $p(A \cap B)$ ، ثم استنتج $p_B(A)$ و $p_A(B)$ و $p(A \cup B)$

3) نسحب الآن عشوائيا من الصندوق 3 كريات في آن واحد ونعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب ، عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس

عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

➢ التمرين الرابع(07 نقاط) :

(I) g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة: $g(x) = \frac{1}{x} - 3 - \ln x$. (C_g) تمثيلها البياني



يقطع حامل محور الفواصل في النقطة التي فاصلتها α (لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$

2) تحقّق أنّ: $0{,}452 < \alpha < 0{,}453$

(II) f الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = (-2 + \ln x)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x \to 0} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا، ثم أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2) أ.بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. بين أن f متناقصة تماما على $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ و متزايدة تماما على $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$ ، ثم انجز جدول تغيراتها

3) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = -2 + \ln x$ وليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق

أ. أحسب $\lim_{x \to +\infty}\left(f(x) - h(x)\right)$ و فسر النتيجة بيانيا

ب. أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_h)

جـ . اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من $(C_{\ln})$ التمثيل البياني للدالة اللوغاريتمية النبيرية

4) أ. عين إحداثيات نقط تقاطع المنحني (C_f) مع محور الفواصل

ب. . أرسم في نفس المعلم المنحنيين (C_h) و (C_f) (نأخذ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = -0.66$)

5) أحسب المساحة S ،مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = e$

انتهى

حل الموضوع رقم 01

✓ **التمرين الأول :**

I) تعيين α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة :

نعلم أنه تكون (u_n) متتالية ثابتة إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n$

وعليه من أجل $n=0$ نجد: $u_1=u_0=\alpha$ أي أن $f(\alpha)=\alpha$ ومنه $\dfrac{3\alpha+1}{\alpha+3}=\alpha$ إذن $\alpha^2=1$ و بما أن $\alpha\geq 0$ فإن $\alpha=1$

II) نعتبر $\alpha=0$

1) أ. البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n<1$

(1) من أجل $n=0$: $0\leq u_0<1$ ، محققة لأن $u_0=0$

(2) من أجل عدد طبيعي n كيفي:

نفرض أن : $0\leq u_n<1$ و لنبرهن أن: $0\leq u_{n+1}<1$

بما أن فرضا $0\leq u_n<1$ و الدالة f متزايدة تماما

على $[0;+\infty[$ فإن $f(0)\leq f(u_n)<f(1)$ ومنه $\dfrac{1}{3}\leq f(u_n)<1$ أي أن $0\leq f(u_n)<1$

و بما أن $u_{n+1}=f(u_n)$ فإن $0\leq u_{n+1}<1$ من (1) و (2) ينتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n<1$

ب. لنبين أن (u_n) متزايدة تماما : من أجل كل عدد طبيعي n ، لدينا : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{3u_n+1}{u_n+3}-u_n$

أي أن $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-{u_n}^2+1}{u_n+3}=\dfrac{-(u_n+1)(u_n-1)}{u_n+3}$ و بما أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n<1$ فإن

$u_n-1<0$ و $u_n+1>0$ ومنه $-(u_n+1)(u_n-1)>0$ و بما أن $u_n+3>0$ فإن $u_{n+1}-u_n>0$ و بالتالي

المتتالية (u_n) متزايدة تماما

- تقارب (u_n) : بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بالعدد 1 فإنها متقاربة

2) أ. نبين أن (v_n) متتالية هندسية :

(v_n) متتالية هندسية أساسها العدد الحقيقي غير المعدوم q إذا وفقط إذا كان من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}=v_n\times q$

من أجل كل عدد طبيعي n : $v_{n+1}=\dfrac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+1}$ وبما أن $u_{n+1}=\dfrac{3u_n+1}{u_n+3}$ فإن $v_{n+1}=\dfrac{\dfrac{3u_n+1}{u_n+3}-1}{\dfrac{3u_n+1}{u_n+3}+1}$ ومنه

$v_{n+1}=\dfrac{2u_n-2}{4u_n+4}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{u_n-1}{u_n+1}\right)$ وعليه $v_{n+1}=\dfrac{1}{2}v_n$ إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0=\dfrac{u_0-1}{u_0+1}=-1$

ب. تعيين عبارة v_n بدلالة n : بما أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ و حدها الأول $v_0=-1$ فإن

من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

استنتاج أنه : من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n=\dfrac{2}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}-1$: لدينا $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$ ومنه $v_n=\dfrac{u_n+1-2}{u_n+1}$ أي أن

$v_n=1-\dfrac{2}{u_n+1}$ و عليه $\dfrac{2}{u_n+1}=1-v_n$ إذن $\dfrac{1}{u_n+1}=\dfrac{1-v_n}{2}$ ينتج أن $u_n=\dfrac{2}{1-v_n}-1$ و بالتالي $u_n=\dfrac{2}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}-1$

جـ حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$: بما أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{2}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}=2$ و عليه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$

4) أ. حساب S_n بدلالة n : إنّ S_n هو مجموع $(n+1)$ حد متتابع من المتتالية الهندسية (v_n) و عليه

$S_n=-\left(\dfrac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}\right)$ أي أن $S_n=-2\left(1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}\right)$ ومنه $S_n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^n-2$

- نبين أنّه : من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $T_n=\dfrac{n+3}{2}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$:

لدينا $T_n=\dfrac{1}{u_0+1}+\dfrac{1}{u_1+1}+...+\dfrac{1}{u_n+1}$ و بما أن $\dfrac{1}{u_n+1}=\dfrac{1-v_n}{2}$ فإن $T_n=\dfrac{1-v_0}{2}+\dfrac{1-v_1}{2}+...+\dfrac{1-v_n}{2}$

ومنه $T_n=\dfrac{1}{2}\left[(1+1+...+1)-(v_0+v_1+...v_n)\right]$ وعليه $T_n=\dfrac{1}{2}\left[n+1-S_n\right]$

و بالتالي $T_n=\dfrac{1}{2}\left[n+1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n+2\right]$ ينتج أن $T_n=\dfrac{n+3}{2}-\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+1}$

✓ **التمرين الثاني :**

1) الاقتراح الصحيح هوجـ) ، لأن : $E(X)=(-2\times\alpha)+\left(0\times\dfrac{1}{20}\right)+\left(1\times\alpha^2\right)+\left(3\times\dfrac{1}{5}\right)$

أي أن $E(X)=-2\alpha+\alpha^2+\dfrac{3}{5}$ و بالتالي $E(X)=-\dfrac{3}{20}$ تكافئ $-2\alpha+\alpha^2+\dfrac{3}{5}=-\dfrac{3}{20}$

ومنه $E(X)=-\dfrac{3}{20}$ تكافئ $4\alpha^2-8\alpha+3=0$ إذن $E(X)=-\dfrac{3}{20}$ تكافئ ($\alpha=\dfrac{3}{2}$ أو $\alpha=\dfrac{1}{2}$)

من جهة أخرى نعلم أن $\alpha+\dfrac{1}{20}+\alpha^2+\dfrac{1}{5}=1$ و عليه :

لما $\alpha=\dfrac{3}{2}$ نجد : $\alpha+\dfrac{1}{20}+\alpha^2+\dfrac{1}{5}=4$ و لما $\alpha=\dfrac{1}{2}$ نجد : $\alpha+\dfrac{1}{20}+\alpha^2+\dfrac{1}{5}=1$ ينتج أن $\alpha=\dfrac{1}{2}$

2) الاقتراح الصحيح هو ب) ، لأن : القيمة المتوسطة للدالة $x\mapsto(x-1)e^{(x-1)^2}$ على المجال $[0;2]$ هي :

$m=\dfrac{1}{2}\int_0^2(x-1)e^{(x-1)^2}\,dx$ ومنه $m=\dfrac{1}{2}\int_0^2\dfrac{1}{2}(2x-2)e^{(x-1)^2}\,dx$ أي أن $m=\dfrac{1}{4}\int_0^2(2x-2)e^{(x-1)^2}\,dx$

و عليه $m=\dfrac{1}{4}\left[e^{(x-1)^2}\right]_0^2=\dfrac{1}{4}\left(e^{(2-1)^2}-e^{(0-1)^2}\right)$ أي أن $m=\dfrac{1}{4}\left(e^{(1)^2}-e^{(-1)^2}\right)=0$

3) الاقتراح الصحيح هو جـ)، لأن : الدالة H قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و لدينا من اجل كل x من $]0;+\infty[$

$H'(x)=\left(x^2+\ln x+1+2x+\frac{1}{x}\right)e^x$ أي أن $H'(x)=\left(2x+\frac{1}{x}\right)e^x+\left(x^2+\ln x+1\right)e^x$

نتج أن $H'(x)-H(x)=\left(x^2+\ln x+1+2x+\frac{1}{x}\right)e^x-\left(\left(x^2+\ln x+1\right)e^x-2e\right)$

ومنه $H'(x)-H(x)=\left(2x+\frac{1}{x}\right)e^x+2e$ و كذلك $H(1)=0$

4) الاقتراح الصحيح هو جـ) ، لأن : $S_n=\int_1^{n+1}\frac{\ln x}{x}dx$ ومنه $S_n=\int_1^2\frac{\ln x}{x}dx+\int_2^3\frac{\ln x}{x}dx+\ldots+\int_n^{n+1}\frac{\ln x}{x}dx$

و عليه $S_n=\int_1^{n+1}\frac{1}{x}\times\ln x\,dx=\left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^{n+1}$ أي أن $S_n=\int_1^{n+1}\frac{1}{x}\times\ln x\,dx=\frac{1}{2}\left(\ln(n+1)\right)^2$

و بالتالي $S_n=\frac{\left(\ln(n+1)\right)^2}{2}=\left(\frac{\ln(n+1)}{\sqrt{2}}\right)^2$

✓ **التمرين الثالث :**

- بما أن السحب يتم على التوالي دون إرجاع فإننا نوظف ترتيبات وعليه عدد الحالات الممكنة هو $A_{10}^3=720$

1) نبين أن احتمال الحدث A هو $\frac{3}{10}$ و حساب احتمال الحدث B :

أ.الحدث A يعني الحصول على كرية من اللون الأبيض و كرية من اللون الأحمر و كرية من اللون الأخضر وعليه

عدد الحالات المواتية للحدث A هي $\left(A_4^1\times A_3^1\times A_3^1\right)\times 6=216$ ومنه $p(A)=\frac{216}{720}=\frac{3}{10}$

ب.الحدث B يعني الحصول على(3 كريات تحمل الرقم 2) أو(3 كريات تحمل الرقم 3) وعليه

عدد الحالات المواتية للحدث B هي $A_5^3+A_4^3=84$ ومنه $p(B)=\frac{84}{720}=\frac{7}{60}$

2) الحدث $A\cap B$ يعني الحصول على 3الكريات مختلفة اللون مثنى ، مثنى و لها نفس الرقم و عليه

عدد الحالات المواتية للحدث $A\cap B$ هي $\left[\left(A_2^1\times A_2^1\times A_1^1\right)\times 6\right]+\left[\left(A_1^1\times A_1^1\times A_2^1\right)\times 6\right]=36$ ومنه $p(A\cap B)=\frac{36}{720}=\frac{1}{20}$

- استنتاج $p_B(A)$: لدينا $p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$ ومنه $p_B(A)=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{7}{60}}$ أي أن $p_B(A)=\frac{3}{7}$
- استنتاج $p_A(B)$: لدينا $p_A(B)=\frac{p(A\cap B)}{p(A)}$ ومنه $p_A(B)=\frac{\frac{1}{20}}{\frac{3}{10}}$ أي أن $p_A(B)=\frac{1}{6}$
- استنتاج $p(A\cup B)$: لدينا $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$

ومنه $p(A\cup B)=\frac{3}{10}+\frac{7}{60}-\frac{1}{20}$ أي أن $p(A\cup B)=\frac{11}{30}$

3) بما أن السحب يتم في آن واحد فإننا نوظف توفيقات وعليه عدد الحالات الممكنة هو $C_{10}^3=120$

أ.تعريف قانون احتمال المتغير العشوائي X وحساب أمله الرياضياتي $E(X)$:

- إن قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 ، 2 ، 3
- $p(X=0)=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ ، $p(X=1)=\frac{C_3^1\times C_7^2}{120}=\frac{21}{40}$ ، $p(X=2)=\frac{C_3^2\times C_7^1}{120}=\frac{7}{40}$ ، $p(X=3)=\frac{C_7^3}{120}=\frac{7}{24}$

$(X=x_i)$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{120}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{7}{24}$

- حساب الأمل الرياضياتي $E(X)$:

لدينا $E(X)=\left(0\times\frac{1}{120}\right)+\left(1\times\frac{21}{40}\right)+\left(2\times\frac{7}{40}\right)+\left(3\times\frac{7}{24}\right)$ ومنه $E(X)=\frac{7}{4}$

✓ **التمرين الرابع :**

(I) 1) باستعمال وضعية المنحني (C_g) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل نستنتج إشارة $g(x)$ على النحو التالي :

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

1) بما أن $g(0.453)\simeq -0.0006$ و $g(0.452)\simeq 0.006$ فإن $g(0.453)<g(\alpha)<g(0.452)$

ومنه $0{,}452<\alpha<0{,}453$

1) حساب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و تفسيرها بيانيا ، ثم حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1-\frac{1}{x}\right)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to 0^+}(-2+\ln x)=-\infty$

ومنه المنحني (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=0$

- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$ ، لأن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(-2+\ln x)=+\infty$

2) أ. الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و لدينا من أجل كل x من $]0;+\infty[$:

$f'(x)=\frac{1}{x}\left(1-\frac{1}{x}\right)+\frac{1}{x^2}(-2+\ln x)$ أي أن $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{\ln x}{x^2}$ ومنه $f'(x)=\frac{x-3+\ln x}{x^2}$

و بما أن $g(x)=\frac{1}{x}-3-\ln x$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{\frac{1}{x}}-3-\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ أي أن $g\left(\frac{1}{x}\right)=x-3+\ln x$ وعليه $f'(x)=\frac{1}{x^2}g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب. إشارة $f'(x)$ من إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$ لأن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $\frac{1}{x^2}>0$ و اعتمادا على إشارة $g(x)$ نجد أن :

* إذا كان $0<\frac{1}{x}\le\alpha$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)\ge 0$ و إذا كان $\frac{1}{x}>\alpha$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$

و عليه : إذا كان $0<x\le\frac{1}{\alpha}$ فإن $f'(x)\ge 0$ و إذا كان $x\ge\frac{1}{\alpha}$ فإن $f'(x)<0$

ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{\alpha}\right]$ ومتزايدة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha};+\infty\right[$

جدول التغيرات:

x	0	$\frac{1}{\alpha}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$	↗ $+\infty$

3) أ. لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}(2-\ln x)\left(\frac{1}{x}\right)$ إذن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

- التفسير الهندسي: بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-h(x)\right]=0$ فإن المنحنيان (C_f) و (C_h) متقاربان عند $+\infty$

ب. لدراسة الوضع النسبي للمنحنيين (C_f)و (C_h) نعين إشارة $f(x)-h(x)$ أي نعين إشارة $\frac{2-\ln x}{x}$

و بما أن $x>0$ فإن إشارة $f(x)-h(x)$ من إشارة $2-\ln x$ لدينا $2-\ln x\geq 0$ يكافئ $\ln x\leq 2$

أي أن $2-\ln x\geq 0$ يكافئ $x\leq e^2$ و عليه نتحصل على الجدول التالي الذي يلخص وضعية (C_f)بالنسبة إلى (C_h) :

x	0		e^2		$+\infty$
$f(x)-h(x)$		$+$	0	$-$	
وضعية (C_f)بالنسبة إلى (C_h)	(C_f)يقع أعلى (C_h)		(C_h) و (C_f) يتقطعان في النقطة $A(e^2;0)$	(C_f)يقع أسفل (C_h)	

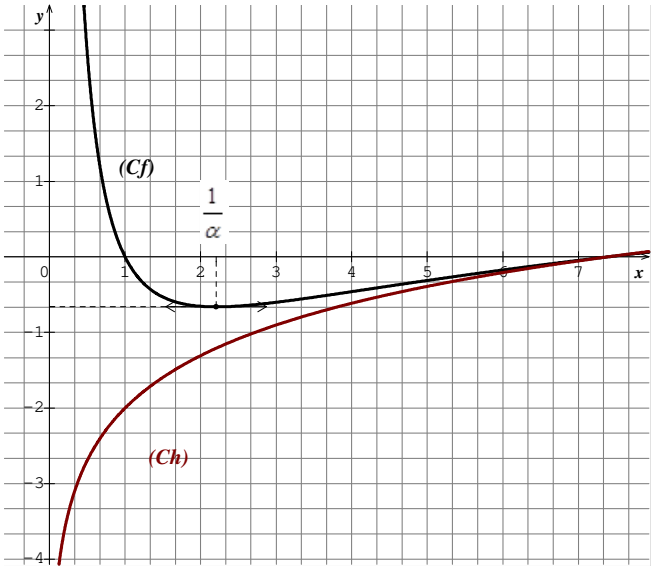
جـ. بما أن من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\ln x-2$ فإننا نرسم (C_h) صورة $(C_{\ln})$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(0;-2)$

4) أ. $M\in(C_f)\cap(Ox)$ يكافئ $x\in]0;+\infty[$ و $f(x)=0$

لدينا $f(x)=0$ تكافئ $(-2+\ln x)\left(1-\frac{1}{x}\right)=0$ ومنه $f(x)=0$ تكافئ $x=1$ أو $x=e^2$

وعليه (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطتين $A(1;0)$ و $B(e^2;0)$

ب. رسم المنحنيين (C_h)و (C_f) :



5) حساب المساحة S : بما أن $x\in[1;e]$ فإن (C_f)يقع أعلى (C_h) و عليه $S=\int_1^e\left[f(x)-h(x)\right]dx$

ومنه $S=\int_1^e\left(\frac{2}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)dx$ و عليه $S=2\int_1^e\frac{1}{x}\,dx-\int_1^e\frac{\ln x}{x}\,dx$ إذن $S=2\left[\ln x\right]_1^e-\left[\frac{1}{2}(lnx)^2\right]_1^e$

ينتج أن $S=\frac{3}{2}$

انتهى