الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديـــــــــرية التربية لولاية البيض

امتحان البكالوريا التجريبي — ثانوية حميتو الحاج علي-الشـــلالة

الشعبة: علوم تجريبية — دورة: مـــــــــــاي 2025

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات ونصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:**

## الموضوع الأول(20ن)

### التمرين الأول(04ن)

لتكن المتتالية $(v_n)$ هندسية حدودها موجبة تماما وهي معرفة على $\mathbb{N}$ بحيث: $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$ و $v_1 - v_3 = \frac{7}{16}$

1) احسب الحد $v_2$ ثم الأساس $q$ لهذه المتتالية واكتب بدلالة $n$ عبارة الحد العام $v_n$

2) نعتبر المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = \frac{-2}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$

أ) أحسب الحدود $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$

ب) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \succ -2$

ت) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ واستنتج تقاربها

3) نضع $w_n = u_n - v_n$

أ) اثبت أنه من اجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ : $w_n = -2$

ب) اكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} u_n$

ت) احسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + ... + \frac{u_n}{v_n}$

### التمرين الثاني:(04ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\left(z^2 + \sqrt{3}z + 1\right) = 0$

2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ، $z_B = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ و $z_C = \overline{z_B}$

أ) أكتب الاعداد $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الاسي

ب) بين أنه يوجد تشابه مباشر $S$ مركزه $B$ ويحول $C$ الى $A$ يطلب تعيين عناصره المميزة

3) أ) عين لاحقة النقطة $D$ حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي اضلاع ثم حدد بدقة طبيعته.

ب) عين $(E)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق: $|z - z_A| = |\overline{z} - z_B|$ مع $\overline{z}$ مرافق $z$

ج) عين $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ والتي تحقق: $z = z_B + \sqrt{3}e^{\theta i}$ عندما يمسح $\theta$ كل $\mathbb{R}$

**اقلب الصفحة**

**التمرين الثالث (05ن)**

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء تحمل الأرقام: $-2$ ; $-1$ ; $0$ ; $1$ ; $2$ وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام: $-1$ ; $0$ ; $1$ وكرتان سوداوان تحملان الرقمين: $-1$ ; $0$ (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس).

1) نسحب عشوائيا ودون إرجاع كريتين من هذا الكيس وليكن الحدثان:

$A$:"الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان", $B$:"الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما"

- أحسب $p(A)$ و $p(B)$ ثم بين أن $p(A \cup B)=\frac{32}{45}$ .

2) نعيد الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين في آن واحد

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث $x$ و $y$ هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس.

أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ ثم أكتب قانون احتماله.

ب) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

**التمرين الرابع: (07نقاط)**

$I$) لتكن الدالة $g$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة $g$ على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $\mathbb{R}$ يحقق $0,34<\alpha<0,36$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ .

$II$) نعتبر الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$

و $(C_f)$ المنحنى البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) **أ)** أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

**ب)** بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقارب مائلا $(\Delta)$ معادلته $y=x-1$ بجوار $+\infty$

**ج)** أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$.

2) **أ)** بين أن من اجل كل عدد حقيقي $x$ فإن: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$

**ب)** حدد اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة 0.

4) نضع $f(\alpha)=0,85$ أرسم $(T)$، $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$

5) الدالة $h$ معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$

**أ)** عين الأعداد $a$, $b$ و $c$ الحقيقية بحيث تكون الدالة $h$ دالة أصلية للدالة المعرفة بالشكل $x\mapsto(x^2+2)e^{-x}$

**ب)** أحسب بـ $cm^2$ مساحة الحيز $S$ من المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها: $x=1$ و $x=4$ و $y=0$ .

انتهى الموضوع الاول

## الموضوع الثاني (20ن)

### التمرين الأول:( 04ن)

$(u_n)$ متتالية عددية بحدها الأول $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}=\dfrac{u_n^2}{2u_n-1}$

1) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}-1=\dfrac{(u_n-1)^2}{2u_n-1}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ أنّ: $u_n-1\succ 0$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة

3) لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي $n$: $v_n=\ln\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$

أ) بين أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها 2 ثم احسب حدها الأول $v_0$

ب) اكتب $v_n$ بدلالة $n$ واستنتج $u_n$ بدلالة $n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) احسب بدلالة $n$ الجداء $P_n$ حيث: $P_n=\left(1-\dfrac{1}{u_0}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{u_1}\right)\times\ldots\times\left(1-\dfrac{1}{u_n}\right)$

### التمرين الثاني(04ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z-i)\left(z^2+2z+2\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O;\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A=i$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1-i$ و $z_D=1-2i$

أ) تحقق أن النقطة $D$ مرجح للجملة: $\{(A,1),(B,-1),(C,-1)\}$

ب) اكتب العدد $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي ثم فسر النتيجة هندسيا وحدد طبيعة الرباعي $ABCD$

ت) اكتب العدد $-4+4i$ على الشكل الأسي ثم احسب $(-4+4i)^{2019}$

3) من أجل كل نقطة $M$ من المستوي ذات اللاحقة $z$ والتي تختلف عن $B$ نرفق النقطة $M'$ ذات اللاحقة $z'$ بحيث: $z'=\dfrac{iz-4+2i}{z-2}$

أ) تحقق أن $z'-i=\dfrac{-4+4i}{z-2}$ واستنتج أن: $AM'\times BM=4\sqrt{2}$ وأن: $\left(\vec{u},\overrightarrow{AM}\right)+\left(\vec{u},\overrightarrow{BM}\right)=\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$

### التمرين الثالث:( 05ن)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينهم باللمس، سبع كريات بيضاء مرقمة بالأعداد من 1 إلى 7، وثلاث كريات سوداء مرقمة بالأعداد من 1 إلى 3، نسحب عشوائيا كرتين في ان واحد من الكيس

اقلب الصفحة

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية:

$A$ : "الحصول على كرتين بيضاوين" $B$ : " الحصول على كرتين تحملان رقمان فرديان"

$C$:"المعادلة $x^2-2\alpha x+\beta=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا مضاعفا، حيث $\alpha$ و $\beta$ هما رقمي الكرتين المسحوبتين"

2) احسب $P(A\cap B)$ ثم استنتج $P(A\cup B)$ و $P(\overline{A}\cup\overline{B})$

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات البيضاء المحصل عليها

أ) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) استنتج: $E(5X+2016)$ و $P(X^2-X\leq 0)$

**التمرين الرابع (07ن)**

I) $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x-1+e^{-x}$ .

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد معدوم.

ب) استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ .

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=\ln\left(x-1+e^{-x}\right)$ .

نسمي $(C_f)$ المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أحســـب: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}f(x)$ . فسر النتيجة هندسيا.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) أثبت أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}^*$ : $f(x)=-x+\ln\left(xe^x-e^x+1\right)$ .

ب) استنتج أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مستقيما مقاربا $(\Delta)$ بجوار $-\infty$ يطلب تعيين معادلته.

ج) ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة إلى المستقيم $(\Delta)$ .

5) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما $\alpha$ ; $\beta$ حيث: $-1.2\prec\alpha\prec-1.1$ و $1.8\prec\beta\prec1.9$

6) أ) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 1.

ب) أنشئ المستقيمين $(\Delta)$ و $(T)$ و $(C_f)$.

7) $m$ عدد حقيقي

- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة $\ln(x-1+e^{-x})-(e-1)x=m...(E)$

**انتهى الموضوع الثاني**

**مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا2025**