الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني — السنة الدراسية : 2025/2024

أركان الجيش الوطني الشعبي — اختبار الثلاثي الثالث

دائرة الاستعمال و التحضير — المستوى: الثالثة ثانوي

مديرية مدارس أشبال الأمة — الشعبة : الرياضيات

المادة : الرياضيات — المدة : 4 ساعات ونصف .

على المترشح أن يعالج أحد الموضوعين الموضوع الأول أو الموضوع الثاني

الموضوع الأول

التمرين الأول: 4 نقاط

I-) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E): [z^2-(4+i)z+2+8i][\bar{z}-1-5i]=0$ ... ...

1°) أ-) بين أن المعادلة $z^2-(4+i)z+2+8i=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا يطلب تعيينه .

ب-) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: (E) .

II-) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ; B ; C ; D التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2i$; $z_B=1-5i$; $z_C=4-i$ و $z_D=\frac{4+3\sqrt{3}}{2}+i\frac{1+4\sqrt{3}}{2}$.

1°) أ-) علم النقط A ; B ; C ثم أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي ، و استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب-) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ، و استنتج طبيعة المثلث ACD .

ج-) عين قيس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})$ ثم علم النقطة D .

2°) نضع : $L=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$. أ-) أكتب العدد المركب L على الشكل الجبري.

ب-) عين طويلة العدد المركب L ، و عمدة له ثم استنتج القيم المضبوطة لكل من : $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

ج-) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد L^n حقيقي سالب صرف .

3°) أ-) عين قيم العدد الحقيقي α حتى يكون العدد المركب z_I لاحقة النقطة I مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha);(B;\alpha)\}$.

ب-) عين لاحقة النقطة K صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه I و زاويته -1 ثم عين طبيعة الرباعي $AKBC$

4°) T التحويل النقطي الذي يحول B إلى C و يحول النقطة C إلى A .

أ-) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة .

التمرين الثاني: 4 نقاط

تحتوي كيس على كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس منها 4 أعضاء تحمل الرقم 1 ، و 3 أشبال تحمل الرقم 2 ، و 5 براعم تحمل الرقم 3 ، و 6 أشبال تحمل الرقم 4 ، و 3 أشبال تحمل الرقم 5 .

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس ، و نعتبر الأحداث التالية :

A : " الحصول على كرات تحمل أرقام مختلفة مثنى مثنى " .

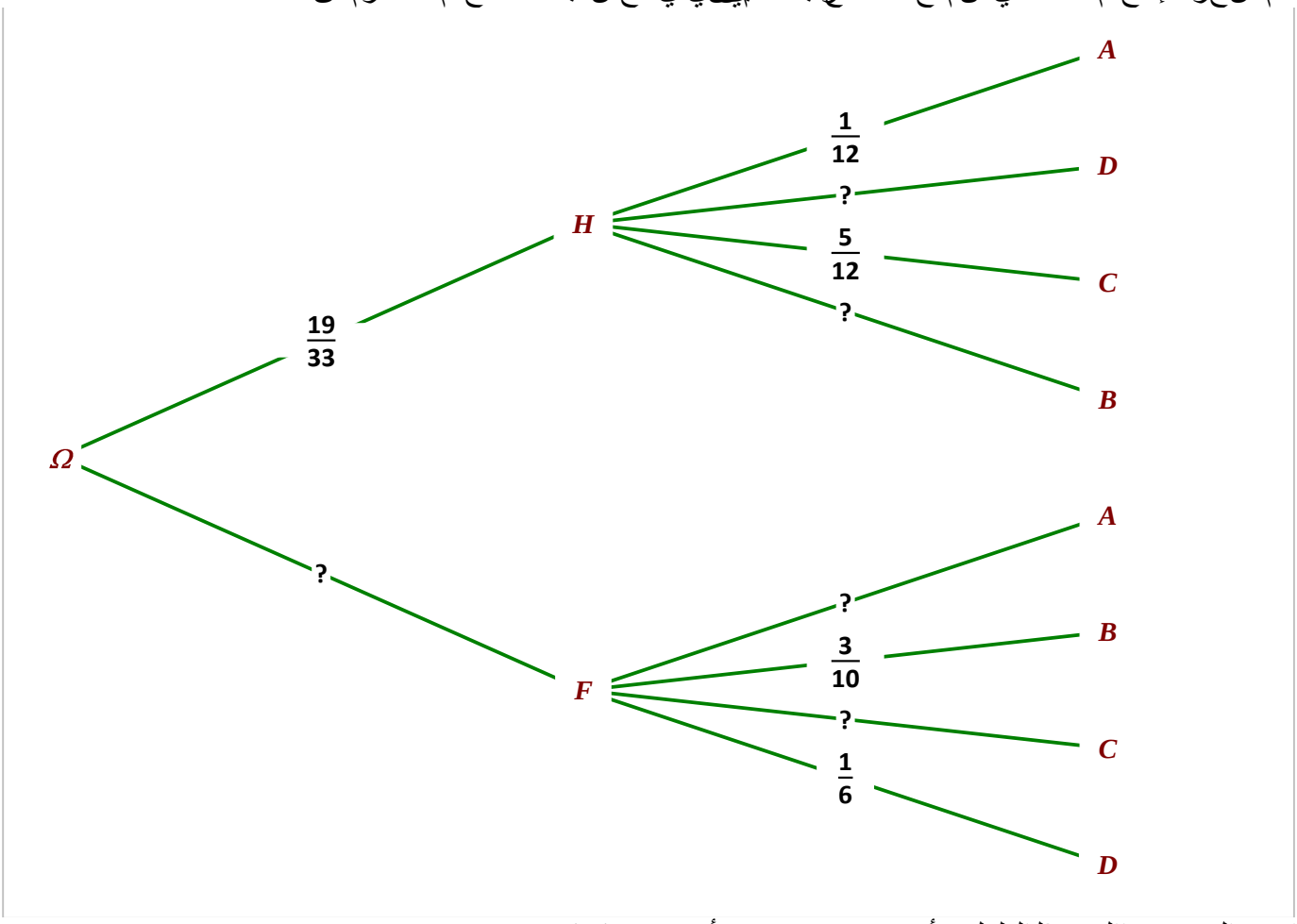
B : " الحصول على كرات تحمل أرقام متتالية " .

C : " الحصول على كرات تحمل أرقام فردية " .

D : " الحصول على كرات تحمل أرقام زوجية " .

www.dzexams.com

1°) أ- أحسب $P(F)$ ثم بين أن : $P_H(A) = \frac{1}{12}$ ، $P_H(C) = \frac{5}{12}$ و $P_F(D) = \frac{1}{6}$.
ب- أكمل شجرة الإمكانات الموالية بإيجاد كل الاحتمالات الناقصة ، ثم انقلها إلى ورقة تحريرك .



ج- أحسب $P(A)$ ثم $P_A(H)$.
2°) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الأشكال الحمراء المحصل عليها .
أ- عين مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله .
ب- أحسب $E(X)$ ثم $P(5 \leq e^X - X \leq 50)$.
3°) نظيف n كرة حمراء إلى الكرات الموجودة في الوعاء ثم نجري n سحبة متتالية وبإرجاع .
أ- أحسب P_n احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل في السحبات الـ n ثم عين n حتى يكون $P_n = \frac{45}{242}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

ليكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $(E) \dots \dots 1445x - 2025y = \delta$ ، δ عدد صحيح نسبي .
1°) ما هو الشرط اللازم والكافي على العدد δ حتى تقبل المعادلة (E) حلولا في $\mathbb{Z}^2$.
2°) نضع $\delta = 285$.
أ- بين أنه إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) فإن : $x \equiv 0[3]$.
ب- استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .
ج- ليكن $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) ، عين مجموعة القيم الممكنة لـ : $PGCD(x; y)$.
3°) أ- بين أنه إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) ، و كان $19|x$ فإن : $57|x$.
ب- عين مجموعة حلول المعادلة (E) التي تحقق : $PGCD(x; y) = 19$.
ج- عين الثنائيات $(a; b)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $\begin{cases} d = PGCD(a; b) = 19 \\ m = PPCM(a; b) = 499776 \end{cases}$.
4°) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11 .
ب- عين بواقي القسمة الإقليدية للعدد A على 11 حيث : $A = 1446^{81} + 1447^{99} + 4 \times 2025^{1962}$.
ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3} \equiv 5^{10n+3}(1 - 3n^2)[11]$.

www.dzexams.com

ثم عين مجموعة القيم الطبيعية لـ n التي من أجلها يكون $1446^{10n+3} + 1447^{10n+1} \times 75n^2$ مضاعف لـ 11 .

د- عين مجموعة الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق: $2975^x \equiv 0[11]$.

5°) α و β عددان طبيعيان غير معدومين وأوليان فيما بينهما، N عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 9 على الشكل $\overline{\alpha\beta 00}$ وفي النظام ذي الأساس β على الشكل $\overline{(\beta-2)(\beta-1)\alpha\alpha}$. عين القيم الممكنة لـ α و β ثم احسب العدد N في النظام العشري .

التمرين الرابع: 07 نقاط

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = Ln(\frac{x+3}{x}) - \frac{x+6}{x+3}$ ما يلي:

1°) أ- احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها .

ب- أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2°) أ- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]0; +\infty[$ ثم تحقق أن $\alpha \in]0,5; 0,6[$.

ب- استنتج إشارة $g(x)$.

3°) بين أنه إذا كان $x \in]\alpha; 2,5[$ فإن : $|g(x)| \leq \frac{4}{5}$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - x + 2 \; si \; x > 0$ ، و $f(0) = 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2Cm$.

1°) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين الصفر ثم فسر النتيجة المتحصل عليها بيانيا .

2°) أ- بين أن: $\lim_{x\to+\infty} xLn(\frac{x+3}{x}) = 3$ (نضع $x = \frac{3}{h}$) ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + 5$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

3°) أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = g(x)$.

ب- استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج- بين أن $f(\alpha) = 5 - \frac{9}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4°) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تنتمي إلى المجال $]4,2; 4,3[$.

ب- تحقق أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حل وحيد δ في المجال $]1,9; 2[$ ، ثم أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

5°) أ- بين أن الدالة $V: x \mapsto xLn(x+3)$ على المجال $]0; +\infty[$ هي دالة أصلية للدالة v التي يطلب تعيين عبارتها ثم احسب التكامل $I = \int_1^{\beta} xLn(x+3)dx$.

ب- تحقق أن الدالة $F: x \mapsto \frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3) - \frac{1}{2}x^2Lnx - \frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 3 + 8Ln2$ هي دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم احسب I .

ج- أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة $\mathcal{A}$ حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = \beta$.

6°) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = f(u_n)$

أ- باستعمال الشكل المقابل الذي يمثل منحنى الدالة f والمستقيم (Δ) مثل الحدود الأولى للمتتالية (u_n) ثم خمن اتجاه تغيرها وتقاربها .

ب- برهن عن طريق التراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $\alpha \leq u_n \leq 2,5$.

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $|u_{n+1} - \delta| \leq \frac{4}{5}|u_n - \delta|$.

د- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $|u_n - \delta| \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n |\alpha - \delta|$ ثم احسب $\lim (u_n)$.

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $33^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$.

3) عيّن الأعداد الطبيعية n حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ وَ $10<n\leq 25$.

4) نعتبر العدد A مكتوب بـ : $\overline{xx\,0xx\,02}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب بـ : $\overline{y\,612}$ في النظام ذي الأساس 7

أ- عيّن كلا من x وَ y ثم أحسب العدد A في النظام العشري .

ب- أكتب العدد A في النظام ذي الأساس 9 .

5) يحتوي صندوق على 4 كرات لا نفرق بينها عند اللمس و مرقمة ببواقي قسمة 3^n على 10 ، نسحب عشوائيا من الصندوق كرتين في آن واحد .

أحسب احتمال الحصول على كرتين مجموع رقميهما يساوي مجموع أرقام العدد 2019 .

6) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يمثل مجموع الرقمين المحصل عليهما .

عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعرّف التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=-(\sqrt{3}+i)z-1+i(1+\sqrt{3})$.

1) حدّد طبيعة التحويل T ، ثمّ عيّن عناصره المميّزة . نسمي I النقطة الصامدة بالتحويل T .

2) لتكن النقطة M_0 ذات اللاحقة z_0 حيث : $z_0=\frac{\sqrt{3}}{4}+i\frac{3}{4}$ وَ Ω لاحقتها i .

أحسب المسافة ΩM_0 ، ثمّ جد قيسا بالراديان للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0})$.

3) نعتبر متتالية النقط للمستوي (P) و المعرّفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $M_{n+1}=T(M_n)$.

نسمي z_n لاحقة النقطة M_n . أنشئ كلا من النقط : Ω ، M_0 ، M_1 وَ M_2 .

4) أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $z_n-i=2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0-i)$.

ب- أحسب ΩM_n بدلالة n .

ج- حدّد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\mathrm{Im}(z)=1$ وَ $\mathrm{Re}(z)\geq 0$.

5) عيّن مجموعة الأعداد الطبيعية n حيث M_n تنتمي إلى نصف المستقيم الذي مبدؤه Ω و موجه بالشعاع $\vec{u}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) يحتوي كيس على36كرة لا نفرق بينها باللمس،منها كرتان بيضاويتان و اثنتان حمراوان والأخرى خضراء نفرض أن كل السحابات متساوية الاحتمال - نسحب عشوائيا في آن واحد 3كرات من الكيس .

www.dzexams.com

– أحسب احتمال الحوادث التالية : A : " الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون " .

B : " لا نحصل على أي كرة خضراء " و C : " لا نحصل إلا على كرة خضراء " .

2) تركيبة الكيس لا تتغير، نسحب 3مرات متتالية بالإرجاع كرة من الكيس ، وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي .

3) نفرض الآن أن الكيس يحتوي على 36 كرة بحيث توجد n كرة بيضاء و n كرة حمراء و البقية خضراء $1 \leq n \leq 17$

نسحب عشوائيا في آن واحد 3كرات من الكيس . نعتبر الحوادث المذكورة في السؤال (1)

أ) أحسب $P(A)$ بدلالة n ، ثم عين n بحيث $P(A)$ يكون أعظميا .

ب) أحسب $P(B)$ بدلالة n ، ابتداء من أي قيمة لـ n يكون $P(B) > 0,6$.

ج) أحسب $P(C)$ بدلالة n .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x + 2 - (x^2 + 1)e^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1°) أ-أحسب نهايات الدالة f .

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2°) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

3°) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $-0,5 \leq \alpha \leq -0,4$.

4°) أ- أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب- بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث $1,5 \leq \beta \leq 1,6$.

ج- أحسب $f(0); f(3)$ ثم أنشئ المماس (T) ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

5°) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = m(x-1) + \frac{5}{2}$.

II- (I_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $I_n = \int_0^1 (x^n e^{-x})dx$.

1°) أحسب I_0 و I_1 .

2°) أ- بين أن : $I_{n+1} = -e + (n+1)I_n$ ثم أحسب I_2 .

ب- أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز $\mathcal{A}$ من المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 0$.

3°) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

أ- أحسب الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq \beta$ (β العدد المعرف في السؤال الأول) و أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ثم استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

www.dzexams.com

جمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

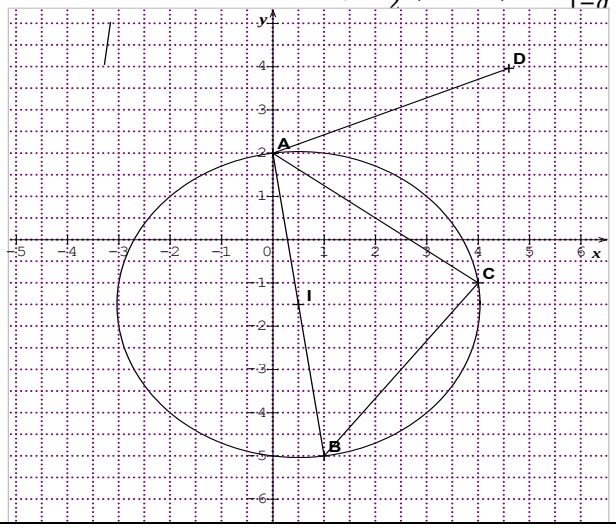
وزارة الدفاع الوطني — السنة الدراسية : 2025/2024

أركان الجيش الوطني الشعبي — اختبار الثلاثي الثالث

دائرة الاستعلام و التحضير — المستوى: الثالثة ثانوي

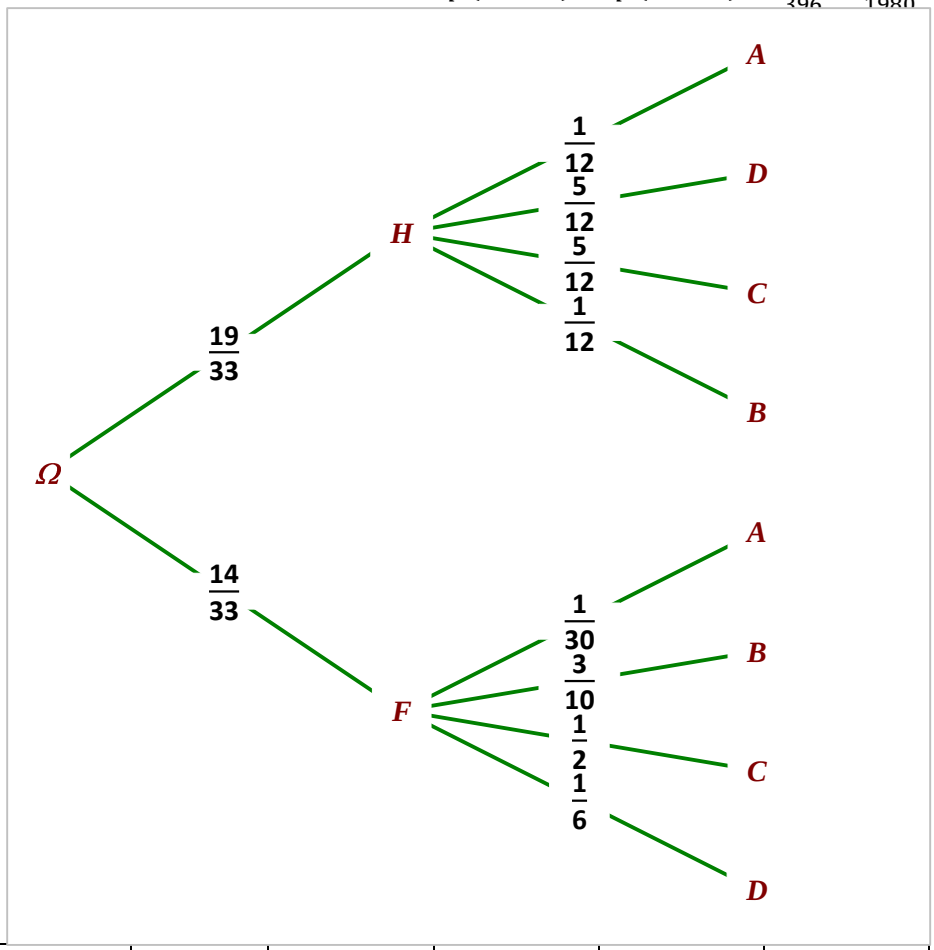
مديرية مدارس أشبال الأمة — الشعبة : الرياضيات

الإجابة النموذجية و سلم التنقيط لموضوع مادة الرياضيات

التمرين	السؤال	الإجابة النموذجية	العلامة
التمرين الأول	1- أ)	لدينا: $z^2-(4+i)z+2+8i=0$ تكافئ $(-y^2+y+2)+i(-4y+8)=0$ حيث y عدد حقيقي $-y^2+y+2=0$ و $-4y+8=0$ و منه $y=2$.	0,5
	ب)	$z_0=2i$ حل للمعادلة $z^2-(4+i)z+2+8i=0$ و منه $(z-2i)(z-4+i)(\bar{z}-1-5i)=0$ تكافئ (E) مجموعة حلول المعادلة E هي: $S=\{2i\,;1-5i;4-i\}$	0,25
	1- II) أ)	لدينا: $z_A=2i$ ، $z_B=1-5i$ ، $z_C=4-i$ ؛ $z_D=\frac{4+3\sqrt{3}}{2}+\frac{1+4\sqrt{3}}{2}i$. لدينا $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{(4-3i)}{(1-7i)}=\frac{1}{2}(1+i)$ ، $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	2×0,25
		و منه نستنتج أن المثلث ABC قائم في B و قياس زاويته $\frac{\pi}{4}$.	
	ب)	لدينا $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=\frac{(4+3\sqrt{3})+(-3+4\sqrt{3})i}{(8-6i)}=\frac{1}{2}(1+i\sqrt{3})$ ، $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}=e^{\frac{\pi}{3}i}$	2×0,25
		و منه نستنتج أن المثلث ACD متقايس الأضلاع .	
	ج)	لدينا $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD})=(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})+(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD})=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{12}$	0,125
	2- أ)	لدينا: $L=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=\frac{(4+3\sqrt{3})+(-3+4\sqrt{3})i}{2(1-7i)}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}+\frac{1+\sqrt{3}}{4}i$	0,25
		و منه $|L|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $Arg(L)\equiv\frac{7\pi}{12}[2\pi]$	0,25
	ب)	و عليه: $\cos\frac{7\pi}{12}=\frac{1-\sqrt{3}}{4}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{4}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	0,25
	ج)	لدينا $\frac{7\pi n}{12}=\frac{\pi}{2}+\pi k$ معناه $7n=6(1-2k)$ و منه $n=6k'$	0,25
	3- أ)	لدينا $z_I=\frac{z_A+z_B}{2}=\frac{1-3i}{2}$ ، و $z_K=-z_C+2z_I=-3-2i$	0,25
	ب)	لدينا $AKBC$ مربع ،	0,125
	ج)	لدينا $z_C=az_B+b$ ، و $z_A=az_C+b$ و عليه $a=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_C}=i$ و منه T دوران	0,25
		لدينا $b=z_A-iz_C=-1-2i$ ، و $z_I=\frac{b}{1-a}$ ، زاوية T هي $\frac{\pi}{2}$ و مركزه I	
	4- أ)		0,5
	ب)		
	ج)		
التمرين الثاني	1- أ)	لدينا $p(F)=\frac{A_5^3+C_5^2\times C_6^1}{C_{11}^3}=\frac{14}{33}$ ، $p_H(A)=\frac{A_6^2\times C_4^2}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{12}$	2×0,25
	ب)	و $p_H(C)=\frac{A_6^2\times C_5^2+A_6^1\times A_5^1\times C_5^1\times C_4^1}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{5}{12}$ ، $p_F(D)=\frac{A_5^1\times A_6^1\times C_5^2}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{6}$	2×0,25

www.dzexams.com

	$p_F(A)=\frac{A_5^2\times C_3^2}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{30}$ ، $p_H(D)=\frac{A_6^1\times A_5^1\times C_5^2+A_6^2\times C_5^1\times C_4^1}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{5}{12}$ و		2×0,25
	$p_F(C)=\frac{A_5^2\times C_6^2+A_5^1\times A_6^1\times C_5^1\times C_4^1}{A_5^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{2}$ ، $p_H(B)=\frac{A_6^1\times A_5^1\times C_4^2}{A_6^1\times A_{10}^1\times C_9^2}=\frac{1}{12}$ و		2×0,25
ج-)	$P(A)=p(H\cap A)+p(F\cap A)=p(H)\times p_H(A)+p(F)\times p_F(A)$ لدينا		
	$P_A(H)=\frac{p(A\cap H)}{p(A)}=\frac{95}{123}$ و. $P(A)=\frac{41}{660}$: و منه		2×0,25
2-) أ-	مجموعة القيم الممكنة للمتغير العشوائي X هي $\{0;1;2;3;4\}$		0,25
	$p(X=0)=p(A\cap F)=\frac{7}{595}=\frac{28}{1980}$: لدينا $p(X=1)=p(B)=\frac{347}{1980}$ و		0,25
	$p(X=2)=p(C)=\frac{179}{396}=\frac{895}{1980}$: و $p(X=3)=p(D)=\frac{41}{132}=\frac{615}{1980}$ و		0,25
1°) ب-)	$p(X=4)=p(H\cap A)=\frac{19}{396}=\frac{95}{1980}$ و		0,25



x_i و	0	1	2	3	4
$p(X=x_i)$ و	$\frac{28}{1980}$ و	$\frac{347}{1980}$ و	$\frac{895}{1980}$ و	$\frac{615}{1980}$ و	$\frac{95}{1980}$ و

2°)أ-)

ب-)	$E(X)=\frac{347+1790+1845+380}{1980}=\frac{727}{330}$ و $P(5\le e^X-X\le 50)=\frac{151}{198}$		0,25
3°)	$p_n=\frac{45}{242}$ ، $P_n=\frac{6\times 6\times 5\times n}{(11+n)^3}=\frac{180n}{(11+n)^3}$ لدينا $n=11$ يعني		0,25

1°)	$1445x-2025=\delta$ لدينا و $pgcd(2025;1445)=5$ إذن المعادلة (E) تقبل حلول في $\mathbb{Z}^2$		
2°) أ-)	الزم وكافي أن يكون δ مضاعف 5		0,25
	$289x-405y=57$ لدينا $1445x-2025=285$ تكافئ $289x=3(135y-19)$ يعني $x\equiv 0[3]$:		0,25
ب-)	$57=289(3)-405(2)$: لدينا $(3;2)$ حل خاص هو		0,25
ج-)	حلول المعادلة (E) هي $(405k+3;289k+2)/k\in\mathbb{Z}$		0,5
3°) أ-)	القيم الممكنة لـ $d=PGCD(x;y)$ هي $d\in\{1;3;19;57\}$		0,25
	إذا كان $19|x$ فإن $19|x$ و $3|x$ أي $57|x$		0,25
ب-)	لدينا $d=19$ يعني $y\equiv 19[57]$ أو $y\equiv 38[57]$ و منه $k\equiv 47[57]$ أو $k\equiv 9[57]$		
ج-)	يعني $\begin{cases}x=23085\alpha+19038\\y=16473\alpha+13585\end{cases}$ أو $\begin{cases}x=23085\alpha+3648\\y=16473\alpha+2603\end{cases}$		0,5

www.dzexams.com

	لدينا $\begin{cases} x' = 1215\alpha + 1002 \\ y' = 867\alpha + 715 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x' = 1215\alpha + 192 \\ y' = 867\alpha + 137 \end{cases}$ و $x'y' = 26304$:	0,25	
4°)			
أ-)	و منه من أجل $\alpha = 0$ و عليه $(a;b) = (192;137)$	0,25	
	لدينا من أجل $n = 0$ فإن: $5^n \equiv 1[11]$ ، من أجل $n = 1$ فإن: $5^n \equiv 5[11]$ ،		
	من أجل $n = 2$ فإن: $5^n \equiv 3[11]$ ، من أجل $n = 3$ فإن: $5^n \equiv 4[11]$		
	من أجل $n = 4$ فإن: $5^n \equiv 9[11]$ ، من أجل $n = 5$ فإن: $5^n \equiv 1[11]$		
	و منه بواقي قسمة 5^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها 5 نلخصها في الجدول التالي.	0,25	
ب-)			
ج-)			

$n \equiv$ و	0 و	1 و	2 و	3 و	4 و
$5^n \equiv$ و	1 و	5 و	3 و	4 و	9 و

	لدينا: $A \equiv 5 - 5^4 + 4[11]$ و منه $A \equiv 0[11]$	0,25	
	لدينا $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3} \equiv -3n^2 \times 5^2 \times 5^{10+1} + 5^{10ى+3}[11]$		
	و منه: $75n^2 \times 1447^{10n+1} + 1446^{10n+3} \equiv 5^{10n+3}(1 - 3n^2)[11]$		
	لدينا $5^{10n+3}(1 - 3n^2) \equiv 0[11]$ يعني $4(1 - 3n^2) \equiv 0[11]$ يعني $3n^2 \equiv 1[11]$.		

$n \equiv$ و	0 و	1 و	2 و	3 و	4 و	5 و	6 و	7 و	8 و	9 و	10 و
$3n^2 \equiv$ و	0 و	3 و	1 و	5 و	4 و	9 و	9 و	4 و	5 و	1 و	3 و

د-)	و منه: $n = 11\beta + 2$ ، $n = 11\beta + 9$	0,5	
	لدينا: $1446^y - 2975^x \equiv 5^{4k+2} - 5^3[11]$ و منه $5^{4k+2} \equiv 4[11]$ ..	0, 5	
5°)	و منه $4k + 2 \equiv 3[5]$ و عليه $k = 5\theta + 4$ و بالتالي: $\begin{cases} x = 2025\theta + 1623 \\ y = 1445\theta + 1138 \end{cases}$	0,5	
	لدينا: $N = 729\alpha + 81\beta = \beta^4 - \beta^3 - \beta^2 + \alpha + \alpha\beta$ و عليه نجد 728 قسم β		
	و منه $\beta = 7$ و $\alpha = 2$ و بالتالي: $N = 2025$		
1°) أ-)	لدينا: $g(x) = Ln(\frac{x+3}{x}) - \frac{x+6}{x+3}$		
	$\lim_{x\to+\infty} g(x) = -1$ و $\lim_{x\to0^+} g(x) = +\infty$	0,25	
ب-)	لدينا: $g'(x) = \frac{-3(x+2)}{(x+3)^2}$ ، اشارة $g'(x)$ من على المجال $]0;+\infty[$	0,25	
	و منه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$	0,25	

x	$-\infty$	a	$+\infty$
$g'(x)$	—	—	
$g(x)$	$+\infty$	0 ↘	-1

	الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ ، و $\lim_{x\to0^+} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}(x) = -1$	0,25	
2°) أ-)	حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$ بما أن $g(0,5) \approx 0,088$ و $g(0,6) \approx -0,041$		
	إذن: $\alpha \in]0,5;0,6[$	0,25	
ب-)		0,25	

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	+	0	—

	الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $]\alpha;2,5[$ و منه $g(2,5) < g(x) < g(\alpha)$		
	يعني $-0,8 < -0,75 < g(x) < 0$ و عليه: $\lvert g(x)\rvert \leq \frac{4}{5}$	0,25	
3°)	الدالة f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - x + 2 \; si \; x > 0$ ، و $f(0) = 2$.		
II-)	لدينا $\lim_{x\to0} \frac{g(x)-g(0)}{x} = \lim_{x\to0} \frac{x\left(Ln\left(\frac{x+3}{x}\right)-1+\frac{2}{x}\right)}{x} = +\infty$ و منه الدالة g غير قابلة للاشتقاق على اليمين		
	عند 0 ، والمنحنى (C_f) يقبل نصف مماس موجه	0,25	
1°)	لدينا: $\lim_{x\to+\infty} xLn(\frac{x+3}{x}) = \lim_{h\to0} \frac{3Ln(1+h)}{h} = 3$ ، و منه $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$	0,25	
	لدينا: $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - (-x+5)) = \lim_{x\to+\infty}\left(xLn\left(\frac{x+3}{x}\right) - 3\right) = 0$ و منه المستقيم (Δ)	0,25	
	مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$		
ب-)	لدينا من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = Ln\left(\frac{x+3}{x}\right) + \left(\frac{-3}{x^2} \times \frac{x}{x+3}\right)x - 1$.	0,25	
	و منه: $f'(x) = g(x)$		

www.dzexams.com

3°) أ- و منه الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ و تقبل قيمة حدية عظمى على المجال $[0;\alpha]$ .....

ب-

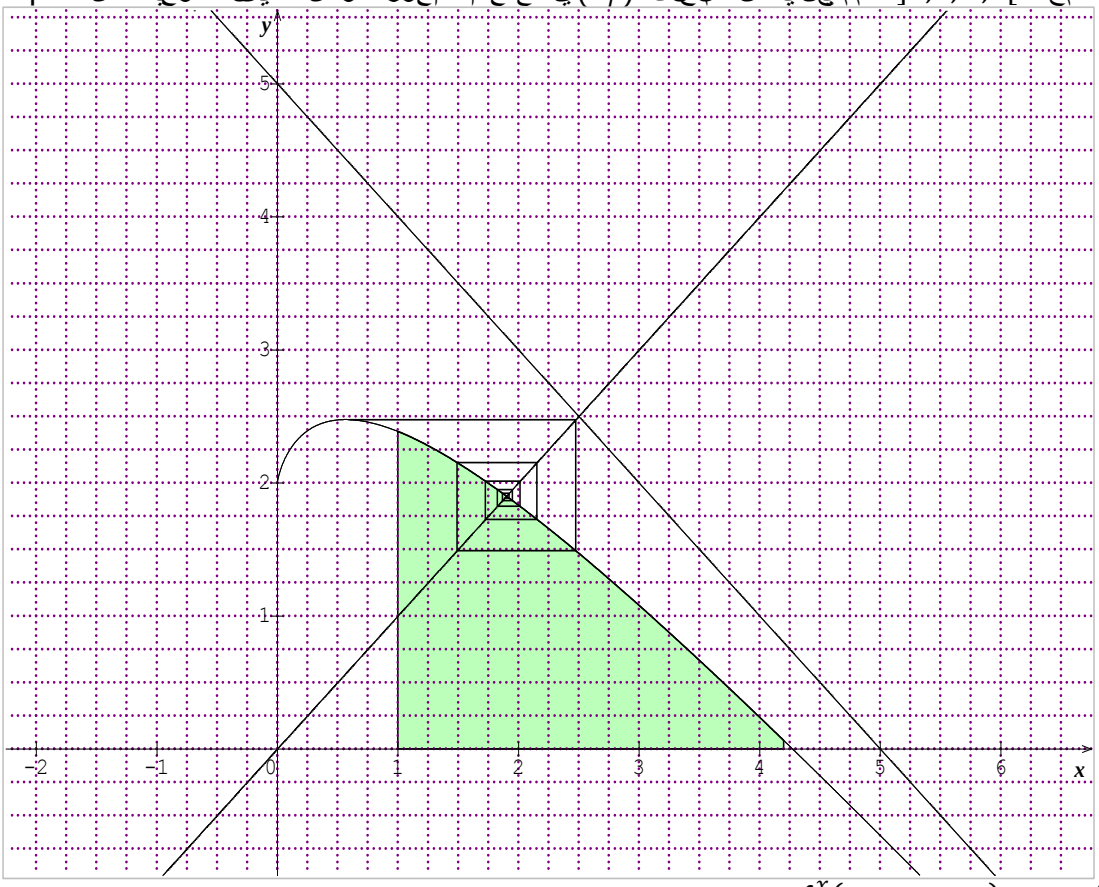
x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	2	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

ج- لدينا: $g(\alpha)=0$ و منه $Ln\left(\frac{\alpha+3}{\alpha}\right)=\frac{\alpha+6}{\alpha+3}$ و عليه: $f(\alpha)=\alpha\frac{\alpha+6}{\alpha+3}-\alpha+2=5-\frac{9}{\alpha}$...

لدينا: $0,6\le\alpha\le 0,5$ و عليه $\frac{-9}{0,6}\le\frac{-9}{\alpha}\le\frac{-9}{0,5}$ و منه $2,42\le f(\alpha)\le 2,5$ .....

4°) أ- الدالة f متناقصة تماما على المجال $[4,2;4,3]$ ، و $f(4,2)\approx 0,063$ و $g(4,3)\approx -0,024$ ، بما أن $f(x)=0$ تكافئ $g(x)=0$ فإن حل المعادلة $f(x)=0$ هو β حيث $4,2<\beta<4,3$

ب- المستقيم (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة β و هذا يعني أن f تقبل نقطة صامدة وحيدة β من المجال $]4,2;4,3[$ ، و عليه نقول أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا β من المجال $]4,2;4,3[$



5°) أ- لدينا: $V(x)=\int_1^x\left(tLn(t+3)\right)dt$

بوضع $u'(t)=t$ فإن $u(t)=\frac{1}{2}t^2-\frac{9}{2}$ و $w(t)=Ln(t+3)$ فإن $w'(t)=\frac{1}{t+3}$.

إذن : $V(x)=\left[\frac{t^2-9}{2}Ln(t+3)\right]_1^x-\frac{1}{2}\int_1^x\left(\frac{t^2-9}{t+3}\right)dt$.

و منه: $V(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)+8Ln2-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}t^2-3t\right]_1^x$

ب- و عليه نجد: $V(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+8Ln2-\frac{5}{4}$ .....

لدينا: $F(x)=\frac{1}{2}(x^2-9)Ln(x+3)-\frac{1}{2}x^2Lnx-\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{2}x-3+8Ln2$.

و منه: $F'(x)=xLn(x+3)+\frac{1}{2}(x-3)-xLnx-\frac{1}{2}x-x+\frac{7}{2}$.

ج- و منه: $F'(x)=xLn\left(\frac{x+3}{x}\right)-x+2$. و $F(1)=(-8)Ln(2)+\frac{6}{2}-3+8Ln2=0$ .....

6°) أ- لدينا: $\mathcal{A}=4F(\beta)=2(\beta^2-9)Ln(\beta+3)-2\beta^2Ln\beta-2\beta^2+14\beta-12+32Ln2$

ب- لدينا: $u_0=\alpha$ ، و $u_{n+1}=f(u_n)$.

الخاصية المطلوب برهانها بالتراجع هي: (.... $\alpha\le u_0\le 2,5$ و منه $u_0=\alpha$: $n=0$ من أجل: لدينا: مرحلة التثبيت:

مرحلة الوراثة: نفرض أن $\alpha\le u_n\le 2,5$ من برهن أن $\alpha\le u_{n+1}\le 2,5$.

لدينا: $\alpha\le u_n\le 2,5$ و f الدالة متناقصة تماما على المجال $[\alpha;2,5]$

و منه: $\alpha\le f(2,5)\le u_{n+1}\le f(\alpha)\le 2,5$.....(2)

www.dzexams.com

	ج-(من 1(و 2(نستنتج بالبرهان بالتراجع أن: $\alpha \leq u_n \leq 2,5$ من أجل كل عدد طبيعي		
	لدينا: $\lvert u_{n+1} - \delta \rvert = \left\lvert \int_{\delta}^{u_n} \lvert g(x) \rvert dx \right\rvert = \lvert f(u_n) - f(\delta) \rvert$.		
0,25	و من جهة أخرى لدينا: $\lvert g(x) \rvert \leq \frac{4}{5}$ و منه: $\left\lvert \int_{u_n}^{\delta} \lvert g(x) dx \right\rvert \leq \frac{4}{5} \left\lvert \int_{u_n}^{\delta} dx \right\rvert$		
	د-(و منه: $\lvert u_{n+1} - \delta \rvert \leq \frac{4}{5} \lvert u_n - \delta \rvert$ أي أن $\left\lvert [\lvert f(x) \rvert]_{u_n}^{\delta} \right\rvert \leq \frac{4}{5} \lvert u_n - \delta \rvert$		
0,25	لدينا: $\lvert u_n - \delta \rvert \leq \frac{4}{5} \lvert u_{n-1} - \delta \rvert$ ، $\lvert u_{n-1} - \delta \rvert \leq \frac{4}{5} \lvert u_{n-2} - \delta \rvert$ و هكذا حتى الوصول إلى		
0,25	و $\lvert u_1 - \delta \rvert \leq \frac{4}{5} \lvert u_0 - \delta \rvert$ ، وبضرب طرفا طرفا نجد: $\lvert u_n - \delta \rvert \leq \left(\frac{4}{5}\right)^n \lvert \alpha - \delta \rvert$		
	لدينا $0 \leq \lvert u_n - \delta \rvert \leq 0$ إذن: $\lim u_n = \delta$		

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـاع الوطـني — **السنة الدراسية: 0202.0202**

أركان الجيش الوطني الشعبي — **المستوى: السنة الثالثة ثانوي**

دائرة الاستعمال والتحضير — **الشعبة: الرياضيات**

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصر الإجـابة	العلامـة: مجزأة	العلامـة: كاملة
التمرين الأول	1) دراسة بواقي قسمة 3^n على 10 :		04 ن
	n | $4k$ | $4k+1$ | $4k+2$ | $4k+3$ بواقي قسمة 3^n على 10 | 1 | 3 | 9 | 7	0.5	
	2) البرهان أن : $33^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$:	0.5	
	$\begin{cases}33\equiv 3[10]\\ 16n+2=4(4n)+2\end{cases}$ إذن $33^{16n+2}\equiv 9[10]$.		
	$109\equiv -1[10]$ إذن $109^{8n+1}\equiv -1[10]$.	0.5	
	ومنه: $33^{16n+2}-2\times 109^{8n+1}-11\equiv 0[10]$.		
	3) تعيين أعداد طبيعية n :	0.5	
	لدينا : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ يعني: $21\times 3^n\equiv 1[10]$ أي $3^n\equiv 1[10]$		
	إذن : $n=4k$ مع $k\in\mathbb{N}$		
	ولدينا : $10<n\leq 25$ إذن : $n\in\{12;16;20;24\}$.	0.25	
	4) أ) لدينا : $A=\overline{xx0xx02}^3=\overline{y612}^7$	0.25	
	$\begin{cases}A=729x+243x+27x+9x+2=343y+6\times 49+1\times 7+2\\ 0<x<3\\ 0<y<7\end{cases}$ معناه	0.25	
	لنجد : $\begin{cases}1008x+2=343y+303\\ 0<x<3\\ 0<y<7\end{cases}$ أي : $\begin{cases}343y=1008x-301\\ 0<x<3\\ 0<y<7\end{cases}$.		
	لما $x=1$ نجد : $y=\frac{707}{343}$ (مرفوض) ، لما $x=2$ نجد : $y=5$ (مقبول) .		01 ن
	النظام العشري للعدد A : $A=1008(2)+2=2018$.		
	ب) العدد A في النظام ذي الأساس 9 : $A=\overline{2682}^9$.	0.25	

www.dzexams.com

التمرين الثاني — 04 ن

1) تحديد طبيعة التحاكي T :

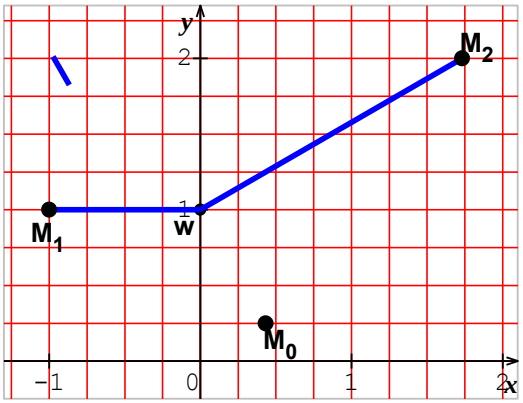
التحاكي T نسبته $k=2$ و زاويته : $\frac{7\pi}{6}$. مركزه النقطة $I(0;1)$ (نقطة صامدة). — 0.75 ن

2) حساب ΩM_0 ثم استنتاج مجموعة النقط M :

*) لدينا : $\Omega M_0 = |z_0 - z_\Omega| = \left|\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{4}i\right|$ و منه : $\Omega M_0 = \frac{1}{2}$. — 0.5 ن

*) لدينا : $\left(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0}\right) = \arg(z_0 - z_\Omega)$ ، و منه : $\left(\vec{u};\overrightarrow{\Omega M_0}\right) \equiv \frac{-\pi}{6}[2\pi]$. — 0.5 ن

3) إنشاء النقط : Ω ، M_0 ، M_1 و M_2 :



— 0.5 ن

4) أ) البرهان بالتراجع :

من أجل $n=0$ لدينا $2^0 e^{0i}(z_0 - i) = z_n - i$ (محققة) . — 0.5 ن

نفرض أن : $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}}(z_0 - i)$.

ونبرهن أن : $z_{n+1} - i = 2^{n+1} e^{i\frac{7(n+1)\pi}{6}}(z_0 - i)$. — 0.25 ن

لدينا : $M_{n+1} = T(M_n)$ ، يعني : $z_{n+1} = -\left(\sqrt{3}+i\right)z_n - 1 + i\left(1+\sqrt{3}\right)$ ، أي أنّ :

$z_{n+1} - i = 2^{n+1} e^{i\frac{7(n+1)\pi}{6}}(z_0 - i)$ وهو المطلوب .

ب) حساب ΩM_n بدلالة n : — 0.5 ن

$\Omega M_n = |z_n - i| = 2^n |z_0 - i|$ ، و منه : $\Omega M_n = 2^{n-1}$.

ج) تحديد مجموعة النقط M : $\begin{cases} \text{Im}(z) = 1 \\ \text{Re}(z) \geq 0 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} y = 1 \\ x \geq 0 \end{cases}$ ، إذن : مجموعة النقط M هي نصف المستقيم الذي معادلته $y = 1$ مبدؤه Ω في اتجاه الشعاع $\vec{u}$.

www.dzexams.com

	0.5 ن	5) تعيين مجموعة أعداد الطبيعي n :	
	0.25 ن	ليكن : $\overrightarrow{\Omega M_n}=k\vec{u}$ أي : $(z_n-i)\in\mathbb{R}^+$ يتحقق : $\arg(z_n-i)=2k\pi$ ، و منه : $(7n-1)\pi=12k\pi$ ، أي : $7n-12k=1$ ، و منه : $7n\equiv 1[12]$ ، أي : $n\equiv 7[12]$ ، إذن : $n=12\alpha+7$ ، مع $\alpha\in\mathbb{N}$.	
	0.25 ن	5) احتمال الحصول على مجموعة تتكون من كريتين بيضاوين من السحب في آن واحد هو : $p(A)=\frac{1}{6}$.	
	0.25 ن	6) قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :	
	0.25 ن	x_i : 4, 8, 10, 12, 16 $p(X=x_i)$: $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$	
5ن	0.25 ن	حساب الأمل الرياضي $E(X)$: $E(X)=\frac{1}{6}[4+8+12+20+16]$.	التمرين الثالث
	0.25 ن	و منه : $E(X)=10$.	
	0.25 ن	1) $P(A)=\frac{C_{32}^1\times C_2^1\times C_2^1}{C_{36}^3}=\frac{128}{7140}$	
	0.25 ن	$P(B)=\frac{C_4^3}{C_{36}^3}=\frac{4}{7140}$	
		$P(C)=\frac{C_{32}^1\times C_4^2}{C_{36}^3}=\frac{192}{7140}$	
	0.5 ن	2) $P(X=0)=\frac{34^3}{36^3}=\frac{39304}{46656}$	
	0.5 ن	$P(X=1)=\frac{34^2\times 2^1\times 3}{36^3}=\frac{6936}{46656}$	
	0.25	$P(X=2)=\frac{34^1\times 2^2\times 3}{36^3}=\frac{408}{46656}$	
		$P(X=3)=\frac{2^3}{36^3}=\frac{8}{46656}$	
	0,25	$E(x)=0.12$	
	0,5		

www.dzexams.com

		3) 1°) $P(A)=\frac{C_{36-2n}^{1}\times C_{n}^{1}\times C_{n}^{1}}{C_{36}^{3}}=\frac{n^{2}(36-2n)}{7140}$	
	0,25	$p(A)$ يكون أعظميا . القيمة الحدية للدالة $x\mapsto x^{2}(36-2x)$ هي 12 ومنه $n=12$	
	0,5	2°) $P(B)=\frac{C_{2n}^{3}}{C_{36}^{3}}=\frac{n(2n-1)(2n-2)}{7140\times 3}$	
		$P(B)\rangle 0.6\Leftrightarrow n\rangle 15$. يكون $P(B)\rangle 0.6$ إبتدا من $n=16$	
	0,5	3°) $P(C)=\frac{C_{36-2n}^{1}\times C_{2n}^{2}}{C_{36}^{3}}=\frac{n(2n-1)(36-2n)}{7140}$.	

الجزء الثاني :

I-1) النهايتان $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ..... 2×0,25

2) $f'(x)=\frac{1}{2}-[2x-(x^2+1)]\quad -x=\frac{1}{2}+(x-1)^2e^{-x}$. ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ 0,5

جدول تغيرات الدالة f : 0,25

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

II-1) النهاية $\lim_{x\to+\infty}(x^2+1)\quad -x=0$ ، ومنه المستقيم (D) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ 0,25

ب) النهاية $f(x)-\left(\frac{1}{2}x+2\right)=-(x^2+1)e^{-x}<0$ ومنه المنحنى (C_f) تحت المستقيم المقارب المائل (D) 0,25

3) الدالة f مستمرة ورتيبة تماما على $\mathbb{R}$ على المجال $[-0,5;-0,4]$ و $f(-0,5)\times f(-0,4)<0$

www.dzexams.com

و تبرير بحساب النهاية و الحصر لمعادلة $f(x)=0$ في المجال $]-0,5;-0,4[$ حيث α وحيد و $-0,5<\alpha<-0,4$ *0,5*

4) إيجاد معادلة المماس (T): $y=f'(0)x+f(0)=\frac{3}{2}x+1$ 0,5

ب) إيجاد: $f''(x)=[(2x-2)-(x^2-2x+3)]e^{-x}=-(x^2-4x+3)e^{-x}$ 0,5

تبرير أن $f''(x)$ هي دالة تدعم 3 و تدعم 1 و الوصل بين النقطتين $A\left(1;\frac{3}{2}-\frac{2}{e}\right)$ و $B\left(3;\frac{5}{2}-\frac{10}{e^3}\right)$ 0,25

ج) $f(3)=\frac{5}{2}-\frac{10}{e^3}$ ، $f(0)=1$ 0,25

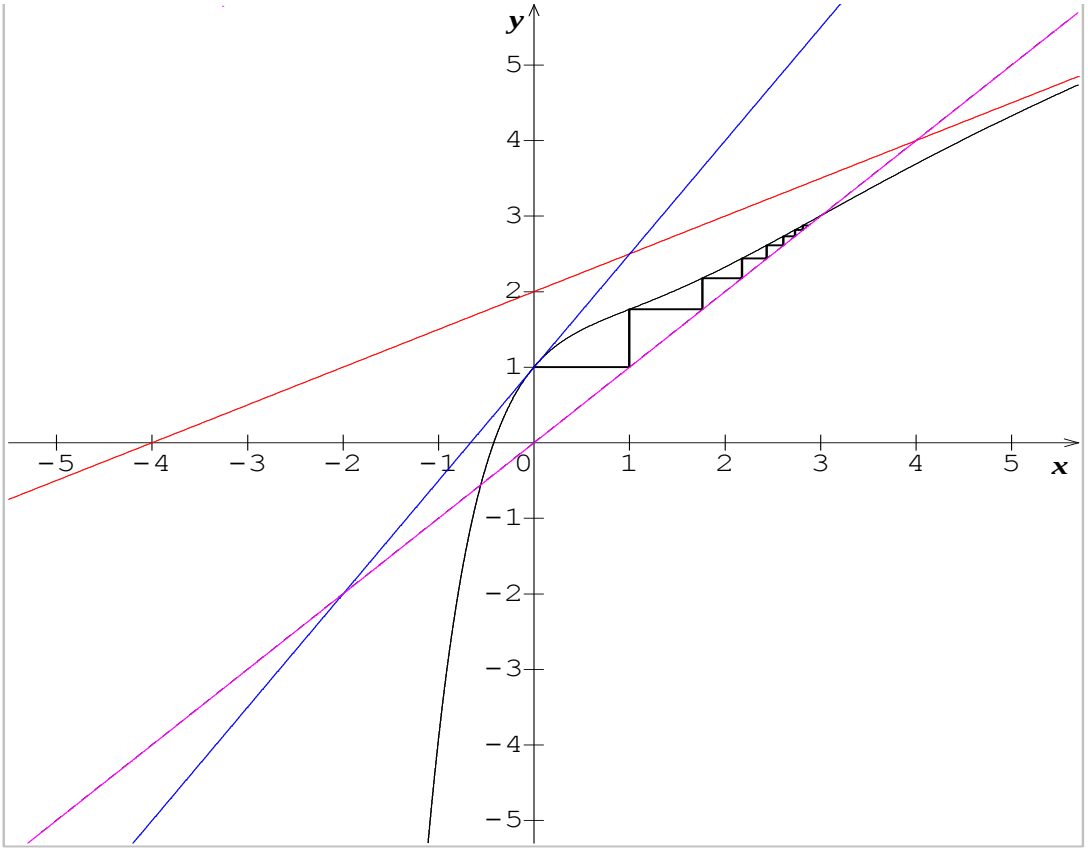
5) إيجاد: $(\Delta): y=\frac{1}{2}x+2=\frac{1}{2}(x-1)+\frac{5}{2}$ و $(T): y=\frac{3}{2}x+1=\frac{3}{2}(x-1)+\frac{5}{2}$ و تبرير أن $(\Delta),(T)\in(E)$ 0,5

ب) إيجاد $y+m(x-1)+\frac{5}{2}=0$ يكافئ $y=m(x-1)+\frac{5}{2}$ و تبرير أن $x=1$ و $y=\frac{5}{2}$ هي مماسات 0,25

ج) تبرير أنه من أجل $m\in\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$ المعادلة ليس لها حلول و من أجل $m\in\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$ المعادلة لها حلول 0,25

تبرير أنه من أجل $m=\frac{3}{2}$ المعادلة لها حل مضاعف. من أجل $m\in\left]\frac{3}{2};+\infty\right[$ المعادلة لها حلين مختلفين في الإشارة 0,25

الرسم: 1,25



II-1) $I_0=\int_0^1 e^{-x}dx=[-e^{-x}]_0^1=1-e^{-1}$ و $I_1=\int_0^1 xe^{-x}dx=[-xe^{-x}]_0^1+\int_0^1 e^{-x}dx=1-2e^{-1}$ 0,5

2) $I_{n+1}=\int_0^1 x^{n+1}e^{-x}\,dx=[-x^{n+1}e^{-x}]_0^1+\int_0^1(n+1)x^n e^{-x}\,dx=-e^{-1}+(n+1)I_n$ *0,5*

ب) $I_2=-e^{-1}+2I_1=2-5e^{-1}$ 0,25

www.dzexams.com

ج) $\mathcal{A} = \int_0^1 \left[\left(\frac{1}{2}x + 2\right) - f(x)\right] dx = \int_0^1 x^2 e^{-x}\, dx + \int_0^1 e^{-x}\, dx = I_2 + I_0 = 3 - 6e^{-1} ua$ 0,5

3) التعليل أن المتتالية (u_n) متزايدة وتقبل نهاية 0,25

ب) التحريض : 1 من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 0$ و هو $0 \leq u_0 \leq \beta$ محقق 0,25

التحريض : 2 نفرض أن $0 \leq u_n \leq \beta$ ونبرهن أن $0 \leq u_{n+1} \leq \beta$.

لدينا $0 \leq u_n \leq \beta$ والدالة f متزايدة تماما إذن: $0 \leq f(0) \leq f(u_n) \leq f(\beta)$ وعليه $0 \leq u_{n+1} \leq \beta$ 0,5

التحريض : 1 من أجل $n = 0$ لدينا $u_0 = 0$ و $u_1 = 1$ و هو $u_0 \leq u_1$ محقق 0,25

التحريض : 2 نفرض أن $u_n \leq u_{n+1}$ ونبرهن أن $u_{n+1} \leq u_{n+2}$

لدينا $u_n \leq u_{n+1}$ والدالة f متزايدة تماما إذن: $f(u_n) \leq f(u_{n+1})$ وعليه $u_{n+1} \leq u_{n+2}$ 0,5

التعليل أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما .

ج) التبرير أن المتتالية (u_n) متزايدة و محدودة من β 0,25

www.dzexams.com