

على المترشح اختيار احد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (6ن)

a و b عدنان طبيعيان حيث: $a=992$ و $b=2897$

- (1) عين باقي قسمة a على 9
- (2) بين أن $b \equiv -1[9]$ مستنتجا باقي قسمة b^{2012} على 9
- (3) عين باقي قسمة كلا من الاعداد $a^3 + b^2 + 2$ و $a + 2b + 11$ على 9 وماذا تستنتج؟
- (4) بين أن العدد $(a \times b)^2 + 5$ يقبل القسمة على 9 مستنتجا باقي قسمته على 3

التمرين الثاني: (6ن)

i. (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_1 = 7$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_{n+1} = 2u_n + 1$.

(1) أحسب الحدود u_2, u_3, u_4

ii. (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = u_n + 1$

(1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_1 .

(2) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

(3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n حيث:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad \text{و} \quad T_n = v_1 + \dots + v_n$$

(4) عين قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $T_n = 1016$ (لاحظ أن $2^7 = 128$)

التمرين الثالث: (8ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعلاقة : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

(C_f) تمثيلها البياني المنسوب على المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) احسب $f'(x)$ ثم ادرس اشارتها (f' الدالة المشتقة للدالة f)

شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

(3) اثبت انه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = -(x+1)(x-2)^2$

- عین نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(4) أ) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.

(5) بين أن المنحنى يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيها

(6) احسب صور الأعداد: -1، 3، ثم ارسم المنحنى (C_f) والمماس (Δ)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (6ن)

a, b و c ثلاث أعداد طبيعية حيث: $a \equiv 2[6]$ ، $b \equiv 4[6]$ و $c \equiv 1[6]$.

(1) هل العددين $2023a$ و $1444b$ متوافقان بنزديد 6 ؟ علل.

(2) تحقق أن $4a + 2b - 4c \equiv 0[6]$

(3) تحقق أن $b + 1 \equiv -1[6]$ ثم عين باقي القسمة الإقليدية للعدد: $a + 5 + c^{2005} + (b + 1)^{2023}$ على 6

(4) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $n + b^2 + 2005a \equiv 0[6]$.

التمرين الثاني: (6.25)

عين الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة، في كل حالة من الحالات الأربعة الآتية، مع التعليل:

- (1) (u_n) متتالية حسابية أساسها 4 وحدها الأول $u_3 = 5$. الحد العام للمتتالية (u_n) هو:
 - (أ) $u_n = 1 + 3n$ (ب) $u_n = -7 + 4n$ (ج) $u_n = -5 + 3n$
- (2) (v_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ ، حدها العام $v_n = 2 \times 3^{n+1}$. أساس المتتالية (v_n) هو:
 - (أ) 5 (ب) 3 (ج) -1
- (3) المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ يساوي:
 - (أ) $\frac{6}{5}(6^{n+1} - 1)$ (ب) $3(3^{n+1} - 1)$ (ج) $\frac{5}{6}(3^{n+1} - 1)$
- قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 19680$ هي:
 - (أ) $n = 3$ (ب) $n = 7$ (ج) $n = 5$
- (4) y عدد حقيقي، تكون الأعداد $y - 2$ ، y ، $y + 1$ بهذا الترتيب حدوداً متعاقبة لمتتالية هندسية إذا كان:
 - (أ) $y = 5$ (ب) $y = -2$ (ج) $y = 4$

التمرين الثالث: (7.75ن)

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty; -2[\cup]-2; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; I; J)$

(1) ا/ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -2} f(x); \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

ب/ فسر النتائج المحصل عليها بيانيا بيانيا

(2) احسب $f''(x)$ ثم ادرس اتجاه التغير وارسم جدول التغيرات

(3) اكتب معادلة المماس (T) ل (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(4) احسب صور الاعداد: 0، -1، -3، -4 وارسم المستقيمين المقاربين ثم ارسم (C_f) و (T)

(5) حل بيانيا المتراجحة $f(x) \leq 0$