الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سطيف — ثانويات :مقاطعة سطيف –02–
الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة : 2025
الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأوّل :

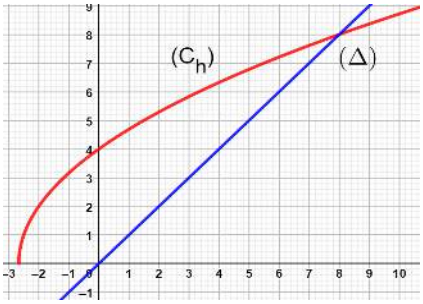
التمرين الأول: (05 نقاط)

I) (V_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n: $V_n = \frac{1}{2^{n-3}}$.

– أُحسب نهاية المتتالية (V_n). ماذا تستنتج ؟

II) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = \sqrt{6U_n + 16}$.

لتكن الدالة h المعرفة على المجال $\left]\frac{-8}{3}; +\infty\right[$ كما يلي: $h(x) = \sqrt{6x+16}$.



(C_h) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$.(أنظر الشكل المقابل)

– أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود: U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

1) **أ)** برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq U_n < 8$.

ب) أُدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . ثم استنتج أن (U_n) متقاربة .

2) **أ)** بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < 8 - U_{n+1} \leq \frac{1}{2}(8 - U_n)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < 8 - U_n \leq V_n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 7 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي: 4 كريات سوداء مرقمة بـ : 1 ، 1 ، 2 ، 3 وثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ: 2 ، 2 ، 3 .

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق ونعتبر الأحداث الآتية:

A:" الحصول على 3 كريات من نفس اللون " ، C: " الحصول على 3 كريات مجموع أرقامهم رقم فردي "

B: " الحصول على 3 كريات أرقامها تشكل حدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها 1"

1) أُحسب احتمال الأحداث: A ، B و C.

2) إذا علمت أن الكريات المسحوبة من نفس اللون، ماهو احتمال أن يكون مجموع أرقامهم رقم فردي؟

3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إمكانية سحب لثلاث كريات، عدد الكريات التي تحمل رقما أوّليا.

– عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أُحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

II) نسحب الآن من الصندوق عشوائيا 3 كريات على التوالي دون إرجاع.

– أُحسب احتمال الحدث D: " الحصول على ثلاث كريات مختلفة الألوان ".

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z الآتية: $Z^2+4Z+5=0$.

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C و E التي لواحقها: $Z_A=-2+i$ ، $Z_B=-2-i$ ، $Z_C=\lambda$ و $Z_E=\sqrt{3}$.
حيث λ عدد حقيقي و $\lambda>-2$.

1) بيّن أنّ قيمة λ التي يكون من أجلها المثلث ABC متقايس الأضلاع هي $-2+\sqrt{3}$.

2) نضع : $Z_C=-2+\sqrt{3}$.

أ) أُكتب العدد المركب $\dfrac{Z_C-Z_E}{Z_A-Z_B}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج أن المستقيمين (AB) و (EC) متعامدان.

ب) بيّن أن النقط A ، B و E تنتمي إلى الدائرة التي مركزها النقطة C يطلب تعيين نصف قطرها.

3) **أ)** عيّن Z_G لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

ب) عيّن ثم أنشئ مجموعة النقط M التي لاحقتها Z من المستوي حيث: $Z=Z_G+re^{i\frac{\pi}{4}}$
مع : $r\in\mathbb{R}_+^*$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) h الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $h(x)=2x^2+8x+7+ln(x+2)$.

1) أُدرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-1,3<\alpha<-1,1$.

3) استنتج إشارة $h(x)$ من أجل كل x من المجال $]-2;+\infty[$.

II) f الدالة المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{ln(x+2)}{2(x+2)}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. $\left(\|\overrightarrow{i}\|=1cm\right)$

1) **أ)** أُحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم أُحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-2}f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f)، ثم حدد الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

2) **أ)** بيّن أنّه من أجل كل $x>-2$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{2(x+2)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أُكتب معادلة المماس (T) الموازي لـ (Δ) .

4) بيّن أنّ : $f(\alpha)=2\alpha+2-\dfrac{1}{2(\alpha+2)}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f).

6) أُحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=\alpha$ ، $y=x$ و $x=0$.

انتهى الموضوع الاول

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (05 نقاط)

(U_n) المتتالية الهندسية التي حدودها موجبة تماما ، أساسها q وحدها الأول U_0 حيث: $\begin{cases} ln(U_2)+ln(U_6)=-16 \\ ln(U_1)-ln(U_5)=8 \end{cases}$

1) **أ)** بيّن أن : $q=e^{-2}$ ، ثم أُحسب U_0.

ب) أُكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

2) أُحسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n=1+eU_1+e^2U_2+...+e^nU_n$.

3) (V_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $e^{V_n}=U_{n+1}\times U_n$.

أ) أثبت أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $r=-4$ ، يطلب تعيين وحدها الأول V_0 .

ب) أُكتب عبارة V_n بدلالة n.

4) **أ)** أُحسب المجموع T_n بدلالة n حيث: $T_n=V_0+V_1+...+V_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون: $T_n^2=2^{30}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

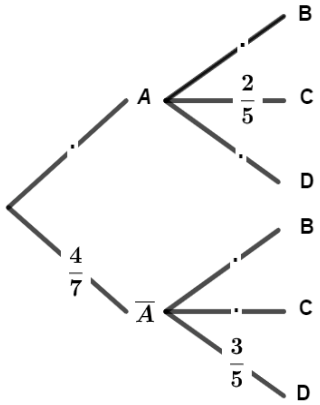
يحتوي الصندوق U_1 على 3 كريات بيضاء و 4 كريات حمراء، ويحتوي الصندوق U_2 على 4 كريات بيضاء وكريتين حمراوين، ويحتوي الصندوق U_3 على 3 كريات بيضاء وكريتين حمراوين. كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس.

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق U_1 ، إذا كان لونها أبيض نسحب عشوائيا كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 وإلا نسحب كريتين على التوالي دون إرجاع من الصندوق U_3.

نسمي الأحداث:

A: " الحصول على كرية بيضاء من الصندوق U_1 " B : " الحصول على كريتين حمراوين ".

C : " الحصول على كريتين بيضاوين ". D : " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون ".



1) تحقق أن: $P(A)=\frac{3}{7}$.

2) علما أن الكريتين مسحوبتان من U_3 ، بيّن أن احتمال أن تكونا مختلفتين في اللون هو: $\frac{3}{5}$.

3) **أ)** أُنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب) بيّن أن : $P(B)=\frac{3}{35}$ و $P(C)=\frac{12}{35}$ ، ثم استنتج $P(D)$.

4) أُحسب $P_C(\overline{A})$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاقتراحات الثلاثة مع التعليل .

1) f الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=x.2^x$. $f'(x)$ تنعدم عند :

أ) $x=\frac{-1}{ln2}$ **ب)** $x=ln(\frac{1}{2})$ **ج)** $x=ln(2)$

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2lnx}{x}\,dx$.

نضع : $S=U_1+U_2+...+U_{44}$ عندئذ $S+1$ يساوي :

أ) 2026 **ب)** 2025 **ج)** 2024

3) كيس يضم 13 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس مرقمة من 1 إلى 13. نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد. احتمال الحصول على 3 كريات أرقامها تشكل ثلاثة حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ هو:

أ) $\frac{9}{286}$ **ب)** $\frac{1}{286}$ **ج)** $\frac{3}{286}$

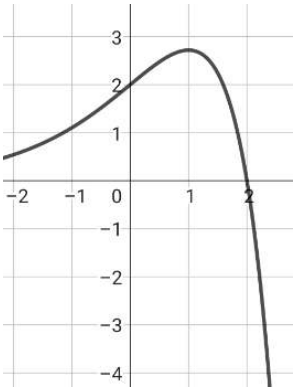
4) A نقطة من المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لاحقتها $Z_A = 3+i\sqrt{3}$.
قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{Z_A}{2\sqrt{3}}\right)^n$ عددا حقيقيا هي:

أ) $n = 6k$ ، $(k \in \mathbb{N})$ **ب)** $n = 5k$ ، $(k \in \mathbb{N})$ **ج)** $n = 5k+1$ ، $(k \in \mathbb{N})$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (-x+2)e^x$.

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. (أنظر الشكل المقابل)



بقراءة بيانية:

1) عيّن : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

2) شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) بيّن أن المعادلة $g(x)+1=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2 < \alpha < 3$

4) استنتج اشارة $[g(x)+1]$ حسب قيم x.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x-1}{e^x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) **أ)** أُحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا .

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)+1}{(e^x+1)^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2) **أ)** بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أُدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) .

جـ) أنشئ (Δ) و (C_f).

III) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -f(|x|)$.

1) بيّن أن الدالة h زوجية .

2) أُكتب عبارة الدالة h دون رمز القيمة المطلقة.

3) وضح كيفية إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f).

انتهى الموضوع الثاني