الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية.
امتحان الفصل الثاني
الشعبة: سنة ثالثة علوم تجريبية.

المؤسسة: ثانوية الرائد سي الطارق
الموسم الدراسي: $2024-2025$

اختبار في مادة: الرياضيات المدة:03 سا.

التمرين الأول :(05 نقاط)

1. عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $C_n^3 = 12(n-2)$

2. كيس يحتوي على 9 قريصات متماثلة منها أربع قريصات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 2 و ثلاث قريصات حمراء مرقمة بـ: 2، 2 ، 2 و قريصتين سوداوين مرقمتين بـ: 1 ، 2.
نسحب عشوائيا من الكيس 3 قريصات في آن واحد.
ونعتبر الحادثتين :
A: الحصول على 3 قريصات من نفس اللون.
B: الحصول على 3 قريصات من نفس الرقم.

- بين أن احتمال الحادثة A هو : $P(A) = \frac{5}{84}$
- احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية: B ، $A \cap B$ ، $A \cup B$

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام الكريات المسحوبة.

عين قيم X ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني :(06 نقطة)

(D_1) و (D_2) مستقيمان معرفين بمعادلتيهما $(D_1) : y = ln(2)x + ln\left(\frac{2}{e}\right)$ و $(D_2) : y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. $\| \vec{i} \| = \| \vec{j} \| = 2cm$.

1. احسب فاصلة نقطة تقاطع (D_1) و (D_2) ثم مثّل (D_1) و (D_2) في المعلم

- المتتالية (u_n) معرفة بحدها الأول حيث $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = ln(2)u_n + ln\left(\frac{2}{e}\right)$

2. مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء)

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $-1 < u_{n+1} < u_n$ ثم استنتج اتجاه المتتالية (u_n).

- المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي .

4. عين قيمة α بحيث تكون المتتالية (v_n) هندسية .

نضع $\alpha = 3$

5. اكتب v_n بدلالة n ثم عبر عن u_n بدلالة n.

6. احسب نهاية المتتالية (v_n) ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

7. نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

- احسب المجموع S_n.

التمرين الثالث :(09 نقطة)

I) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D = [0, e[\cup]e, +\infty[$ كمايلي:

$$f(x) = \begin{cases} x + \dfrac{1}{1 - \operatorname{Ln} x}, x \in]0, e[\cup]e, +\infty[\\ f(0) = 0 \end{cases}.$$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم ومتعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. احسب: $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} \dfrac{f(x)}{x}$ ، ماذا تستنتج؟ فسر هذه النتيجة بيانيا.

2. • احسب $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} e} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} e} f(x)$ فسر النتيجتين بيانيا. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3. برهن أنه من أجل x من $]0, e[\cup]e, +\infty[$: $f'(x) = 1 + \dfrac{1}{x(1 - \operatorname{Ln} x)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f،ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

5. • لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ: $h(x) = x \operatorname{Ln} x - x + 1$.

- ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها، استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- ادرس وضعية المماس (T) بالنسبة للمنحنى (C_f).

6. أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيمين (Δ) و (T).

II) ليكن التكاملين: $I = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (x \operatorname{Ln} x) dx$ و $J = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (x + 1 - x \operatorname{Ln} x) dx$.

1. باستعمال التكامل بالتجزئة احسب I، ثم استنتج القيمة المظبوطة لـ J.

2. نضع من أجل كل x من $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$: برهن أن : $2x \leqslant f(x) \leqslant x + 1 - x \operatorname{Ln} x$ $\dfrac{3}{4} \leqslant S \leqslant \dfrac{17}{16} - \dfrac{ln2}{8}$
حيث S مساحة الحيز للمستوي المحدد ب(C_f) ومحور الفواصل والمستقيمان التي معادلتهما:
$x = \dfrac{1}{2}$ و $x = 1$.