ثانوية مناهل العلم

السنة الثالثة ثانوي علوم تجريبية
اختبار الدورة الثانية في مادة الرياضيات
المدة 3ساعات
الأستاذ مكامس محمد

الاثنين 03 مارس 2025

التمرين الأول (04 نقاط)

لكل سؤال من الأسئلة التالية إقتراح واحد صحيح عيّنه مع التبرير.

1. عدد الكلمات ذات أربعة أحرف مختلفة التي يمكن تشكيلها من أحرف كلمة << مناهل >> هو :

[أ] 625 [ب] 120 [جـ] 5

2. حل المعادلة التفاضلية : $-y' + 2y + 2 = 0$ و الذي يحقق $y(0) = 2024$ هو :

[أ] $y = 2025e^{-2x} - 1$ [ب] $-2025e^{2x} + 1$ [جـ] $y = 2025e^{2x} - 1$

3. (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{7}$ و حدها الأول $v_0 = -4$ و $S_n = v_0 + 7v_1 + 7^2v_2 + \cdots + 7^n v_n$:

[أ] $S_n = \frac{1-\left(\frac{3}{7}\right)^{n+1}}{4}$ [ب] $S_n = 2 - 2 \times 3^{n+1}$ [جـ] $S_n = 7^n - 1$

4. α و β عددان حقيقيان .الجدول المقابل يمثل قانون احتمال للمتغير العشوائي X و أمله الرياضياتي $E(X) = \frac{5}{2}$.

$X = x_i$	-1	2	α	5
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{5}$	β	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

فإنّ قيمتي α و β هي :

[أ] $\alpha = 4$ و $\beta = \frac{3}{10}$ [ب] $\alpha = 3$ و $\beta = \frac{3}{10}$ [جـ] $\alpha = 4$ و $\beta = \frac{3}{5}$

التمرين الثاني (04 نقاط)

يحتوي وعاء غير شفاف على 4 كرات بيضاء و 6 كرات سوداء لا نميّز بينها باللمس .

1. نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء .

أحسب احتمال كل من الحدثين : E : << سحب كرتين بيضاوين >> ، F : << سحب كرتين مختلفتي اللون >>

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة لكرتين عدد الكرات البيضاء المتبقية في الوعاء .

أ. برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي : 2 ، 3 ، 4 .

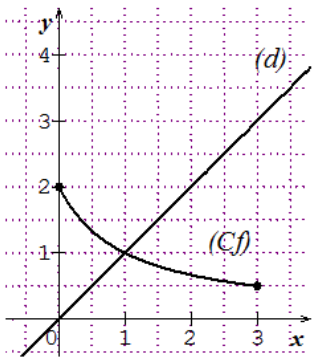
ب . بيّن أنّ $p(X = 3) = \frac{8}{15}$ ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثمّ استنتج $p(ln(X-1) \leq 0)$.

جـ . احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X ثم استنتج $E(2025X + 1446)$.

3. نرمي زهرة غير مغشوشة مرقمة من 1 إلى 6 .إذا ظهر عدد مضاعف 3 نسحب من الوعاء كرة واحدة و إلاّ نسحب كرتين على التوالي دون إرجاع . ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء ؟

التمرين الثالث (05 نقاط)

(Cf) هو التمثيل البياني للدالة العددية f المعرفة على $[0;3]$ بـ : $f(x) = \frac{2}{x+1}$ و (d) معادلته $y = x$.



(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. أ. أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .

ب. هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

جـ. ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n) .

2. أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي : $0 \leq u_n \leq 3$.

ب. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي : $1 \leq e^{u_0} \times e^{u_1} \times e^{u_2} \times \dots e^{u_n} \leq e^{3n+3}$.

3. (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

أ . بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب حساب حدها الأول .

ب. عبّر عن v_n بدلالة n ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

جـ. أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} (u_n)$. ماذا تستنتج ؟

4. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots v_n = \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{\frac{n^2+n}{2}}$ ثمّ أحسب $lim_{n \to +\infty}(v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots v_n)$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{4e^x}{e^x + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب لمعلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ. أحسب $\lim\limits_{n \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجتين بيانيا .

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكل جدول تغيراتها .

3. أحسب $f(-x) + f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

4. أرسم المنحنى (C_f) .

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $u_n = \int_{ln(n)}^{ln(n+1)} f(x)dx$.

أ. أعط تفسيرا هندسيا للعدد u_n .

ب. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = 4ln\left(\frac{n+2}{n+1}\right)$.

6. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots + u_n$

أ. بسّط المجموع S_n .

ب. أحسب $A(n)$ مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = 4$ ، $x = 0$ و $x = ln\,(n+1)$.