



ثانويات سطيف المقاطعة – 02
دورة : ماي 2025

مديرية التربية لولاية سطيف
امتحان البكالوريا التجريبي
الشعبة : آداب و فلسفة و لغات أجنبية

المدة : 03 ساعات

اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :
الموضوع الأول :

التمرين الأول: (04 نقاط)

- (1) (أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5.
(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد 1447^{2025} على 5.
- (2) (أ) بَيِّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $2^{4n} \equiv 1[5]$.
(ب) بَيِّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{4004} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0[5]$.
- (3) عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد $2^{4n+3} + 2^n + 10$ مضاعف للعدد 5.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (1) (u_n) متتالية هندسية و حدودها موجبة، حدها الأول u_1 أساسها q حيث:
 $u_3 = 8$ و $u_5 \times u_7 = 4096$.
(أ) احسب u_6 والأساس q .
(ب) احسب u_1 ، ثم اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- (2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (3) (أ) احسب المجموع S_n بدلالة n ، حيث: $S_n = u_3 + u_4 + \dots + u_n$.
(ب) علما أن: $2^{12} = 4096$ عين العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 4088$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- (1) نعتبر الدالة العددية f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ، (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
(أ) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
(ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f
- (2) شكّل جدول التغيرات.
- (3) (أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يُطلب تحديد إحداثيها.
(ب) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = (x-1)(2x^2 - x - 1)$
- (4) (أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = \frac{1}{2}$.
(ب) حدد إحداثيات نقاط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات.
- (5) أنشئ المماس (T) و المنحنى (C_f) .

إنتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (06 نقاط)

- (1) a و b عددان طبيعيين حيث: $a \equiv 3[4]$ و $b \equiv 2[4]$.
 (أ) هل العدد $2a^3 + 5b^2$ يقبل القسمة على 4 ؟
 (ب) احسب باقي قسمة العدد $a^2 - 9b^3$ على 4.
 (2) (أ) تحقق أن: $a \equiv -1[4]$.
 (ب) استنتج باقي قسمة العدد $a^{2025} \times (b+1)^{1446}$ على 4.
 (3) استنتج أن: $a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv 0[4]$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

- (1) لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث: $u_3 = 1$ و $u_{12} = 19$.
 (أ) عين الأساس r والحد الأول u_0 لهذه المتتالية.
 (ب) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n ، ثم احسب u_{18} .
 (2) عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $u_n = 2025$.
 (3) (أ) احسب بدلالة n المجموع:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$
 (ب) استنتج قيمة المجموع:

$$S = 5 + 7 + 9 + \dots + 2025.$$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- (1) تعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ حيث:

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2}$$
 و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -2 : $f(x) = 2 - \frac{2}{x+2}$
 (ب) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 (2) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين، يطلب تعيين معادلة كل منهما.
 (أ) عين الدالة المشتقة f' للدالة f وأدرس أشارتها.
 (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها على مجموعة تعريفها.
 (3) (أ) عين أحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حائلي محوري الإحداثيات.
 (ب) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
 (4) أنشئ (T) و المستقيمت المقاربة ثم المنحنى (C_f)

إنتهى الموضوع الثاني

الموضوع الأول:

ت 1:

① دراسة بواقي قسمة 2^n على 5:

لدينا:

$$2^0 \equiv 1 [5]$$

$$2^1 \equiv 2 [5]$$

$$2^2 \equiv 4 [5]$$

$$2^3 \equiv 3 [5]$$

$$2^4 \equiv 1 [5]$$

ومنه: $T=4$ و $2^{4k} \equiv 1 [5]$

مقابل:

n	4k	4k+1	4k+2	4k+3	k ∈ ℕ
$2^n \equiv$	1	2	4	3	[5]

② تبين باق قسمة 2^{2025} على 5:

لدينا:

$$1447 \equiv 2 [5]$$

$$2025 = 4 \times 506 + 1$$

ومنه: $2^{2025} \equiv 2^{4 \times 506 + 1} [5]$

$$\equiv 2 [5]$$

ومنه $\boxed{r=2}$ لأن $0 \leq 2 < 5$

③ بيان انقسام اجل $n \in \mathbb{N}$ $2^n \equiv 1 [5]$

لدينا:

$$2^4 = 16$$

$$16 \equiv 1 [5] \text{ اذن } 2^4 \equiv 1 [5]$$

$$(2^4)^n \equiv 1^n [5] \text{ ومنه } 2^{4n} \equiv 1 [5]$$

$$\text{اذن: } 2^{4n} \equiv 1 [5]$$

④ بيان انقسام اجل $n \in \mathbb{N}$ $2^{4n+4} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 0 [5]$

$$2^{4n+4} + 2^{8n+2} - 5 \equiv 2^{4(1001)} + 2^{4(2n)+2} - 5 [5]$$

$$\equiv 1 + 4 - 5 [5]$$

$$\equiv 5 - 5 [5]$$

$$\equiv 0 [5]$$

⑤ تبين العدد اللغوي n حيث:

$$2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 0 [5]$$

لدينا:

$$2^{4n+3} + 2^n + 10 \equiv 3 + 2^n + 10 [5]$$

$$\equiv 13 + 2^n [5]$$

$$\equiv 3 + 2^n [5]$$

$$2^n + 3 \equiv 0 [5] \text{ ومنه:}$$

$$2^n \equiv -3 [5] \text{ شكل 1}$$

$$2^n \equiv 2 [5] \text{ شكل 2}$$

$$\boxed{k \in \mathbb{N} \text{ و } n = 4k+1}$$

التمرين الثاني:

صواب خطأ و 9:

من خاصية الوسط الهندسي ينتج:

$$u_5 \times u_7 = u_6^2$$

$$u_6^2 = 4096 \text{ مقابل}$$

$$u_6 = \pm \sqrt{4096} \text{ اذن:}$$

$$u_6 = -64, 1, u_6 = 64 \text{ ومنه:}$$

$$\boxed{u_6 = 64} \text{ بما ان } (u_n) \text{ حدودها موجبة فان } (u_6 = 64)$$

$$(u_6 = 64 \text{ صر فخره}) \text{ ⑦}$$

: S_n حساب (4)

$$S_n = U_3 + U_4 + \dots + U_n$$

$$= U_3 \left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2 - 1} \right)$$

$$= 8 \left(2^{n-2} - 1 \right)$$

$$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$$

$$= 2^{n+1} - 8$$

الحد n : $S_n = 4088$

$$S_n = 4088$$

$$2^{n+1} - 8 = 4088$$

$$2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

$$n+1 = 12$$

$$\boxed{n=11}$$

وصف: قيمة الأساس q

$$U_4 = U_3 \cdot q^{4-3}$$

$$U_4 = U_3 \cdot q^3$$

$$U_4 = 8 \cdot q^3$$

$$q^3 = 8$$

$$\boxed{q=2}$$

: U_1 حساب قيمة الحد (5)

$$U_3 = U_1 \cdot q^2$$

$$U_1 = \frac{U_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\boxed{U_1 = 2}$$

علاقة U_n بـ n :

$$U_n = U_1 \cdot q^{n-1}$$

$$= 2 \cdot (2)^{n-1}$$

$$= 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n$$

(3) دراسة التزايد (تناقص) (U_n) :

من أجل $n \in \mathbb{N}$

$$U_{n+1} - U_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n (2 - 1) = 2^n > 0$$

الحد (U_n) متزايد

$$\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$$

(4) حساب S_n :

لدينا : $S_n = U_3 + U_4 + \dots + U_n$

$$= U_3 \left(\frac{2^{n-3+1} - 1}{2 - 1} \right)$$

$$= 8 \left(2^{n-2} - 1 \right)$$

$$= 2^3 \cdot 2^{n-2} - 8$$

$$= 2^{n+1} - 8$$

إيجاد n : $S_n = 4088$

لدينا : $S_n = 4088$

مساواة : $2^{n+1} - 8 = 4088$

لتكافؤ : $2^{n+1} = 4096 = 2^{12}$

4096	2
2048	2
1024	2
512	2
256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

(ج) $n+1 = 12$

مساواة $n = 11$

وصف : قيمة الأساس q :

لدينا : $U_6 = U_3 \cdot q^{6-3}$

مساواة : $U_6 = U_3 \cdot q^3$

ان : $64 = 8 \cdot q^3$

وصف : $q^3 = 8$

ان : $q = 2$

(5) حساب قيمة U_1 :

لدينا : $U_3 = U_1 \cdot q^2$

وصف : $U_1 = \frac{U_3}{q^2} = \frac{8}{2^2} = \frac{8}{4} = 2$

ان : $U_1 = 2$

عبارة U_n بدلالة n :

لدينا : $U_n = U_1 \cdot q^{n-1}$

$$= 2 \cdot (2)^{n-1}$$

$$= 2 \cdot 2^n \cdot 2^{-1} = 2^n$$

(3) دراسة التزايد لـ (U_n) :

مناظر $n \in \mathbb{N}$

$$U_{n+1} - U_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n (2 - 1) = 2^n > 0$$

ان : (U_n) متزايدة

أو : $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 > 1$

(3) امتحاني نقطة الانعطاف:

نكتب $f''(x)$: لدينا :

$$f''(x) = 12x - 6$$

وضعنا : $f''(x) = 0$ نكافئ :

$$12x - 6 = 0 \text{ معناه } : x = \frac{6}{12}$$

$$x = \frac{1}{2} : \text{أي} \quad \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

f'' تغير من $+$ إلى $-$ عند $\frac{1}{2}$ صيغة انعطاف، نكتبها

الآن : $A(\frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}))$ وضعنا :

$$A(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \text{ نقطة انعطاف}$$

(4) التحقق من ان $f(x) = (x-1)(2x^2-x-1)$ لكل $x \in \mathbb{R}$:

لدينا :

$$(x-1)(2x^2-x-1)$$

$$= 2x^3 - x^2 - x - 2x^2 + x + 1$$

$$= 2x^3 - 3x^2 + 1 = f(x)$$

(5) نقطة تقاطع (f) مع المحاور الإحداثية

أولاً : $f(x) = 0$ ؟

$$f(x) = 0 \text{ نحل المعادلة}$$

$$(x-1)(2x^2-x-1) = 0 \text{ نكافئ :}$$

$$\begin{cases} x-1=0 \\ \vee \\ 2x^2-x-1=0 \end{cases} \text{ معناه :}$$

$$\Delta = 1 - 4(2)(-1) = 9 = 3^2 \quad \sqrt{\Delta} = 3 \quad \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ إذن :}$$

(3)

التمرين الثالث :

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1 \text{ لدينا :}$$

$$D_f =]-\infty; +\infty[$$

(1) حساب النهايات :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x^3 = +\infty$$

(2) دراسة اتجاه تغير f :

f تقبل الانعطاف في $\mathbb{R}$ ، ليس لها جذور
كل درجتي x :

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 0 \text{ معناه } : 6x(x-1) = 0 \text{ أي}$$

$$x = 0 \text{ أو } x = 1 \text{ وهذا :}$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+

f متزايدة كما يتبين من الجدول $]-\infty; 0]$

$f'(x) \geq 0$ لأن $]-\infty; +\infty[$

f متناقص كما يتبين من الجدول $[0; 1]$

جدول تغير f :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$

المضدع 2 :

$b \equiv 2[4], a \equiv 3[4]$: لنينا : 1 ج

(1)

$2a^3 + 5b^2 \equiv ?[4]$

$a^3 \equiv 27[4]$: معناه $a \equiv 3[4]$: لنينا

$2a^3 \equiv 6[4]$: معناه $a^3 \equiv 3[4]$: لنينا

$(1) \dots 2a^3 \equiv 2[4]$: لنينا

$b^2 \equiv 4[4]$: معناه $b \equiv 2[4]$: لنينا

$5b^2 \equiv 0[4]$: معناه $b^2 \equiv 0[4]$: لنينا

جمع (1) و (2) : لنينا

$2a^3 + 5b^2 \equiv 2 + 0[4]$
 $\equiv 2[4]$

معناه : $r \neq 0$: لنينا لا يقبل القيمة 4

(2) بافتراضية : $4 \mid (r^2 - a^2 - 9b^2)$

$a^2 \equiv 1[4]$: معناه $a^2 \equiv 9[4]$: لنينا

$b^3 \equiv 8[4]$: معناه $b \equiv 2[4]$: لنينا

$-9b^3 \equiv 0[4]$: معناه $9b^3 \equiv 0[4]$: لنينا

$a^2 - 9b^3 \equiv 1 - 0[4]$

$\equiv 1[4]$

$r=1$: لنينا : $0 \leq r < 4$

(3) التحقق : $a \equiv -1[4]$

$a+1 \equiv 0[4]$: معناه $a \equiv 3[4]$: لنينا

$a \equiv -1[4]$: معناه $a+1 \equiv 0[4]$: لنينا

معناه : $S = \{1, -\frac{1}{2}\}$: لنينا

$(f) \cap (xx) = \{A(1,0), B(-\frac{1}{2},0)\}$

$(f) \cap (yy) = ?$: لنينا مع (yy)

$(f) \cap (yy) = \{C(0,1)\}$

$= \{C(0,1)\}$

(6) معادلة (T) المماس لـ (f) عند النقطة (1, -\frac{1}{2}) : لنينا

(T): $y = f'(\frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2})$

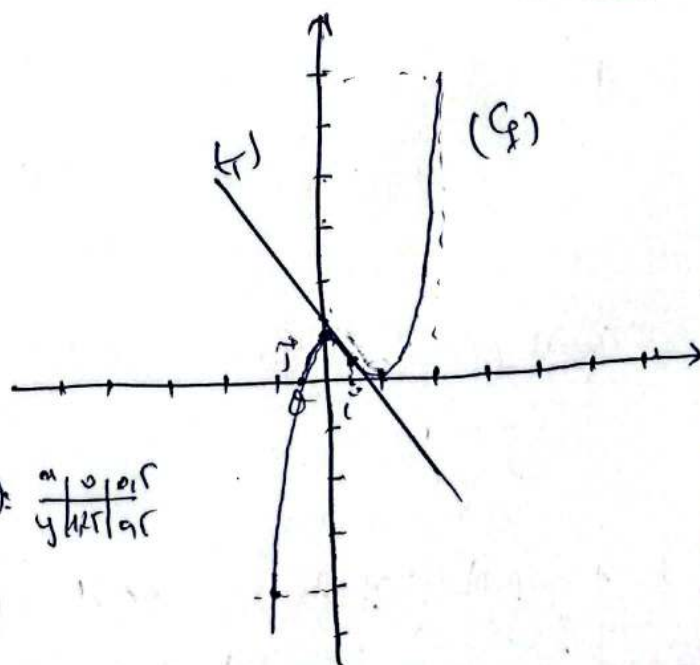
$= -\frac{3}{2}(x - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{2}$

$= -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$

(T): $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$: معناه : لنينا

الأنشأ :



(T): $\frac{m}{y} \mid \frac{0}{4} \mid \frac{0}{1}$

(4)

$$18 = 9r$$

$$\boxed{r = 2}$$

الى U_0

$$U_3 = 1$$

$$U_3 = U_0 + 3r$$

$$U_0 = U_3 - 3r$$

$$= 1 - 3(2)$$

$$= 1 - 6 = -5$$

$$\boxed{U_0 = -5}$$

(3) ايجاد قيمة n حيث: $U_n = 2025$

$$-5 + 2n = 2025$$

$$2n = 2030$$

$$n = 1015$$

لنا

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$= \frac{(n+1)}{2} (U_0 + U_n)$$

$$= \frac{(n+1)}{2} (-5 + 2n - 5)$$

$$= \frac{(n+1)}{2} (2n - 10)$$

$$= (n+1)(n-5)$$

$$= n^2 - 5n + n - 5$$

$$= n^2 - 4n - 5$$

قيمة S

$$S = 5 + 7 + 9 + \dots + 2025$$

$$= U_5 + U_6 + U_7 + \dots + U_{1015}$$

$$(4) \text{ استخرج باقي قسمة } a^{2025} \times (b+1)^{1446} \text{ على } 4$$

لنا

$$a \equiv -1 [4]$$

$$a^{2025} \equiv (-1)^{2025} [4]$$

$$(1) \dots \equiv -1 [4]$$

$$b \equiv 2 [4]$$

$$b+1 \equiv 3 [4]$$

$$\equiv -1 [4]$$

$$(b+1)^{1446} \equiv (-1)^{1446} [4]$$

$$(2) \dots (b+1)^{1446} \equiv 1 [4]$$

بضرب (1) في (2) نجد:

$$a^{2025} \times (b+1)^{1446} \equiv (-1) \times (1) [4]$$

$$\equiv -1 [4]$$

$$\equiv 3 [4]$$

$$\boxed{r = 3}$$

$$a^{2025} + (b+1)^{1446} \equiv -1 + 1 [4]$$

$$\equiv 0 [4]$$

$$\boxed{r = 0}$$

حل التمرين 2

$$U_{12} = 19 \text{ و } U_3 = 1 \text{ حسابية } (U_n)$$

(1) تعيين الاساس r و U_0 :

$$U_{12} = U_3 + (12-3)r$$

$$19 = 1 + 9r$$

نجد:

(5)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

(5) نقاط تقاطع (C_f) مع المحاور الإحداثية:

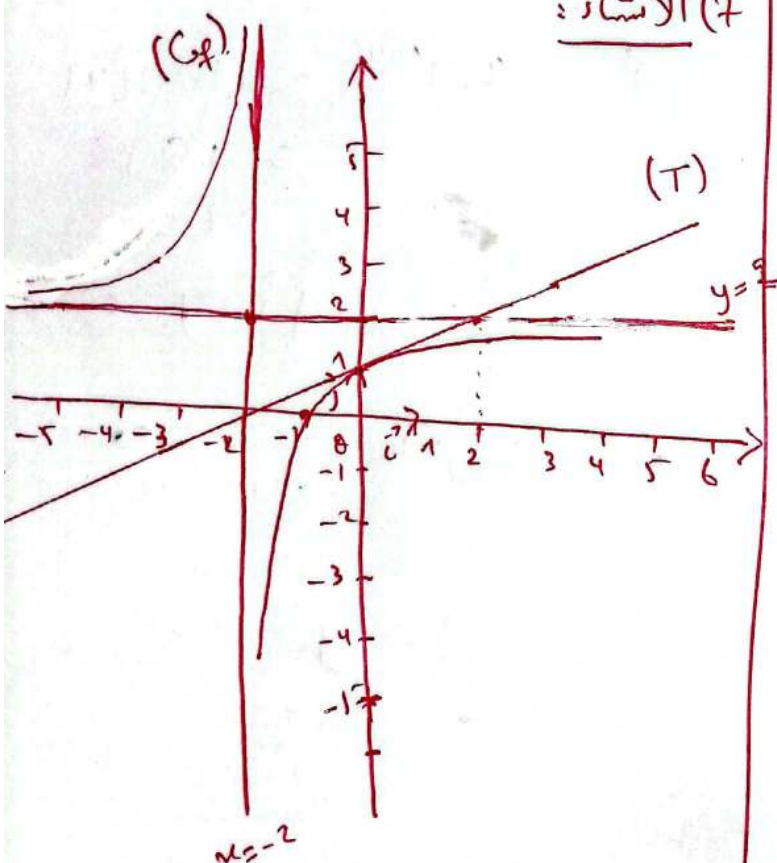
$$(C_f) \cap (xx') = \{A(-1, 0)\}$$

$$(C_f) \cap (yy') = \{B(0, 1)\}$$

(6) معادلة (T) :

$$(T): y = f'(0)(x) + f(0) \\ = \frac{1}{2}x + 1$$

(7) الانشطار:



$$= \frac{1011}{2} (U_5 + U_{1015})$$

$$= \frac{1011}{2} (5 + 2025)$$

$$= 1026165.$$

المَرِين الثالث:

$$f(x) = \frac{2x+2}{x+2} \quad \text{لـ } x$$

$$D_f =]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[.$$

(1) ضابط كل $x \neq -2$ لـ x :

$$2 - \frac{2}{x+2} = \frac{2x+4-2}{x+2} = \frac{2x+2}{x+2} = f(x) \\ (+) \text{ نفس معبرته التعريف}$$

(2) حساب النهايات:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+2}{x+2} = 2$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x+2}{x+2} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+2}{x+2} = -\infty \end{cases}$$

(ب) انكساريات:

$x = -2$ معادلة مقارب (C_f) عمودي.

$y = 2$ معادلة مقارب (C_f) أفقي.

(3) $f'(x) + f(x)$ انكساري:

من اجل كل $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$ قبل الاستقاة و لـ x :

$$f'(x) = \frac{2}{(x+2)^2} > 0$$

(4) اذن: f متزايدة كاشاً على $\mathbb{R} - \{-2\}$

من اجل تنهيتها: