

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :
الموضوع الأول:

التمرين الأول: (06ن)

- نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_{11} = 42$ و $u_{15} = 54$
- (1) بين أن أساس المتتالية (U_n) هو $r = 3$ ، ثم أحسب حدها الأول U_0 .
 - (2) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n
 - (3) أحسب الحد الثامن للمتتالية (u_n)
 - (4) بين أن العدد 2025 هو حد من حدود المتتالية (u_n) . عين رتبته
 - (5) أحسب المجموع بدلالة n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - (6) عين العدد الطبيعي n حيث : $S_n = 156$

التمرين الثاني: (06ن)

- لتكن a ، b و c أعداد طبيعية حيث : $a \equiv 1446$ ، $b = 2025$ ، $c = 2024$.
- (1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5 .
 - (2) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد $a + b + c$ ، $a \times b + c$ و $2a + b^2$ على 5 .
 - (3) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $c^{2n} \equiv 1[5]$.
 - (4) بين أن $c^{2026} - 1$ يقبل القسمة على 5 .
 - (5) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $c^{2026} - 1 + n \equiv 0[5]$.

التمرين الثالث: (08ن)

- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 - 3x - 2$
- (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
 - (2) أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .
 - (3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
 - (4) أ) تحقق من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x + 1)(x^2 - x - 2)$ ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل
 - (5) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها ب) أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .
 - (6) أنشئ (C_f) والمماس (Δ)

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (06ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$$

(1) أحسب u_1 و u_2

(2) نعرف المتتالية (v_n) على $\mathbb{N}$ ب : $v_n = u_n - 3$

(أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(3) نضع $S_n' = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ و $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

أحسب S_n بدلالة n ثم استنتج S_n'

التمرين الثاني: (06ن)

ليكن a و b عدنان طبيعيين حيث : $a = 2026$ ، $b \equiv -21[5]$

(1) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 5

(2) اثبت ان العدد $b^3 + 7a - 1$ يقبل القسمة على 5

(3) (أ) بين أن $3^4 \equiv 1[5]$.

(ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي k : $3^{4k} \equiv 1[5]$ ، $3^{4k+1} \equiv 3[5]$ ، $3^{4k+2} \equiv 4[5]$ ، $3^{4k+3} \equiv 2[5]$.

(4) استنتج باقي قسمة العدد $3^{1954} - 4 + 1963^{1830}$ على 5 .

التمرين الثالث: (08ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ ب : $f(x) = \frac{2x-5}{x+2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) تحقق أنه لكل x من $\mathbb{R} - \{-2\}$: $f(x) = 2 - \frac{9}{x+2}$

(2) (أ) احسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) استنتج معادلات المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) .

(3) (أ) احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محوري الإحداثيات .

(5) اكتب معادلة Δ مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

(6) أنشئ Δ و (C_f) .

انتهى الموضوع الثاني

تصحيح نموذجي لإختبار البكالوريا التجريبي (الموضوع 1) :

تصحيح التمرين الأول:

(1) إيجاد الأساس r :

$$\text{لدينا } u_{11} = 42 \text{ و } u_{15} = 54$$

$$\text{ونعلم أن } u_n = u_p + (n-p)r \text{ ومنه } r = \frac{u_n - u_p}{n-p}$$

$$\text{أي } r = 3 \text{ ومنه } r = \frac{u_{12} - u_{11}}{15-11} = \frac{54-42}{4}$$

$$\text{حساب } u_0 : \text{ لدينا } u_n = u_0 + nr \text{ ومنه } u_{11} = u_0 + 11r$$

$$\text{إذن } 42 = u_0 + 33 \text{ ومنه } u_0 = 9$$

(2) عبارة u_n بدلالة n :

$$\text{لدينا } u_n = u_0 + nr \text{ ومنه } u_n = 9 + 3n$$

(3) حساب الحد الثامن للمتتالية (u_n) :

$$\text{الحد الثامن للمتتالية } (u_n) \text{ هو } u_7$$

$$\text{ولدينا } u_n = u_0 + nr \text{ أي } u_7 = 9 + 7 \times 3 \text{ وبالتالي: } u_7 = 30$$

(4) اثبات أن 2025 حد من حدود (u_n) :

$$\text{نحل المعادلة } u_n = 2025 \text{ أي } 9 + 3n = 2025$$

$$\text{ومنه } 3n = 2016 \text{ وبالتالي: } n = 672 \text{ . ومنه } 2025$$

$$\text{هو حد من حدود } (u_n) \text{ بحيث } u_{672} = 2025$$

رتبته هي 673 .

(5) حساب S_n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$\text{عدد الحدود : } n-0+1=n+1 \text{ إذن:}$$

$$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = \frac{n+1}{2}(9 + 9 + 3n)$$

$$= \frac{1}{2}(n+1)(3n+18)$$

(6) إيجاد العدد الطبيعي n حيث $S_n = 156$:

$$\text{لدينا } S_n = 156 \text{ معناه } \frac{1}{2}(n+1)(3n+18) = 156$$

$$\text{بالضرب في 2 نجد : } (n+1)(3n+18) = 312$$

$$3n^2 + 21n - 294 = 0 \text{ معناه } 3n^2 + 18n + 3n + 18 - 312 = 0$$

$$\Delta = 21^2 - 4(3)(-294) = 3969 = 63^2 \text{ ومنه}$$

للمعادلة حلين هما :

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 - 63}{6} = -14 \text{ وهو مرفوض لانه سالب}$$

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-21 + 63}{6} = 7 \text{ وهو مقبول أي } n = 7$$

تصحيح التمرين الثاني:

(1) باقي القسمة الإقليدية لـ a و b و c على 5 :

$$\text{لدينا } a = 1446 = 5 \times 289 + 1 \text{ إذن } a \equiv 1[5]$$

$$\text{ولدينا } b = 2025 = 5 \times 405 \text{ إذن } b \equiv 0[5]$$

$$\text{ولدينا } c = 2024 = 5 \times 404 + 4 \text{ إذن } c \equiv 4[5]$$

(2) استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد:

$$\bullet a + b + c \text{ على } 5 :$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \\ c \equiv 4[5] \end{cases} \text{ ومنه } a + b + c \equiv 5[5] \text{ وعليه}$$

$$a + b + c \equiv 0[5]$$

$$\bullet a \times b + c \text{ على } 5 :$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \\ c \equiv 4[5] \end{cases} \text{ ومنه } abc \equiv 0[5]$$

$$\bullet 2a + b^2 \text{ على } 5 :$$

$$\text{لدينا } \begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b \equiv 0[5] \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 2a \equiv 2[5] \\ b^2 \equiv 0[5] \end{cases}$$

$$\text{وعليه } 2a + b^2 \equiv 2[5]$$

(3) التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $c^{2n} \equiv 1[5]$:

$$\text{لدينا } c \equiv 4[5] \text{ ومنه } c \equiv -1[5] \text{ وبالتالي } c^2 \equiv (-1)^2[5]$$

$$\text{وعليه } c^2 \equiv 1[5] \text{ ومنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن :}$$

$$[5] 1^n \equiv (c^2)^n \text{ وبالتالي : } [5] 1 \equiv c^{2n} \text{ وهو المطلوب .}$$

(4) تبين أن $c^{2026} - 1$ يقبل القسمة على 5 :

$$\text{لدينا } 2026 = 2(2013) \text{ ومنه } c^{2026} \equiv 1[5] \text{ وعليه}$$

$$[5] 1 \equiv c^{2026} - 1 \text{ ومنه } [5] 0 \equiv c^{2026} - 1$$

$$\text{ومنه فإن العدد } c^{2026} - 1 \text{ يقبل القسمة على } 5$$

(5) قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $c^{2026} - 1 + n \equiv 0[5]$:

$$\text{لدينا مما سبق } c^{2026} \equiv 1[5] \text{ ولدينا } [5] 0 \equiv c^{2026} - 1 + n$$

$$\text{ومنه } [5] 0 \equiv n \text{ أي } n = 5k \text{ حيث } k \in \mathbb{N}$$

تصحيح التمرين الثالث :

(1) حساب $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

(2) f' : الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا :

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1)$$

دراسة إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(3) استنتاج اتجاه تغير f :

f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[-1; 1]$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			0		$+\infty$	
	$-\infty$		-4			

(4) أ) التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f(x) = (x+1)(x^2 - x - 2)$$

يكفي النشر والتبسيط .

(ب) نحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$:

$$f(x) = 0 \text{ معناه } (x+1)(x^2 - x - 2) = 0$$

$$x+1=0 \text{ أي } x=-1 \text{ أو } x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-2) = 9 \text{ ومنه للمعادلة}$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ حلين هما } x_1 = \frac{-(-1) - 3}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-(-1) + 3}{2} = 2$$

نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هناك نقطتان :

$$\text{أي } (C_f) \cap (xx') = \{(-1; 0), (2; 0)\}$$

(5) أ) اثبات أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف وتعيينها :

f' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f''(x) = 6x$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

اذن المشتقة الثانية تنعدم عند 0 وتغير إشارتها ومنه المنحني

(C_f) يقبل نقطة إنعطاف وهي $\omega(0; f(0))$ أي $\omega(0; -2)$.

(ب) كتابة معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة ذات

الفصلة 0 وهي $\omega(0; -2)$:

$$(\Delta): y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

ومنه $(\Delta): y = f'(0)(x - 0) + f(0)$

$$(\Delta): y = -3x - 2$$

(6) انشاء (C_f) و (Δ) :

