

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ع ت

المدّة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأول

النمرين الأول (04 نقاط) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

(1) (U_n) متتالية معرفة بحدّها الأول U_0 و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = 4 + \sqrt{U_n + 2}$ و $4 \leq U_n \leq 7$ قيمة U_0 حتى تكون المتتالية ثابتة هي :

- (أ) 7 (ب) 2 (ج) 4
(2) المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \int_n^{n+1} e^{1-x} dx$ هي متتالية هندسية أساسها q يساوي :
(أ) $q = \frac{e-1}{e}$ (ب) $q = \frac{1}{e}$ (ج) $q = e-1$

(3) كيس به 7 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء

نسحب من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع

احتمال سحب الكرة الثانية بيضاء و لأول مرة هو :

- (أ) $\frac{2}{7}$ (ب) $\frac{6}{7}$ (ج) $\frac{9}{35}$
(4) حلول المعادلة $3^{2x} - 3^{x+1} + 2 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي :
(أ) $S = \{1; 2\}$ (ب) $S = \left\{ \frac{1}{\ln 3}; \frac{\ln 2}{\ln 3} \right\}$ (ج) $S = \left\{ 0; \frac{\ln 2}{\ln 3} \right\}$

النمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ : $U_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \sqrt{5 + \frac{1}{2}U_n^2}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n > \sqrt{10}$

(2) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) المتتالية العددية (V_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \alpha - U_n^2$ حيث α عدد حقيقي

• عين قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(4) نضع فيما يلي : $\alpha = 10$

(أ) أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها كريتان تحملان الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 0 و خمس كريات تحمل الرقم 2
- (1) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الصندوق و نعتبر الحدثين A و B حيث :
- A " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة " B " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما جداولها معدوما "
- أ (احسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحدثين A و B على الترتيب
- ب (بين أن $P(A \cap B) = \frac{7}{10}$ ، هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل
- ج (علما أن جداء أرقام الكريات معدوما ، ما احتمال أن تكون مختلفة
- (2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الارقام المتساوية المحصل عليها
- أ (برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0; 2; 3\}$
- ب (عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1 + \ln x}{x^2}$
- (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ (احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا
- ب (احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا
- (2) أ (بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-1 - 2 \ln x}{x^3}$
- ب (استنتج إتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
- (3) أ (بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثياتها
- ب (استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $]0; +\infty[$
- (4) أنشئ (C_f)
- (5) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نرمز بالعدد I_n لمساحة الحيز المحصور بين (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادتهما : $x = \frac{1}{e}$ و $x = n$
- أ (بين أن $F: x \mapsto \frac{-2 - \ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$
- ب (أحسب I_n بدلالة n
- ج (احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

إتتهى الموضوع الاول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبه الأول و نائبه الثاني من بين 6 ذكور و 4 إناث

(1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : 720

(2) أحسب احتمال الأحداث الآتية

A " اللجنة من جنسين مختلفين " B " الرئيس ذكر و النائب الأول أنثى "

C " باللجنة أنثى على الأقل " D " اللجنة مشكلة من الذكور فقط "

(3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة $X = -\alpha y + 2z$ حيث y عدد الاناث المتواجدات باللجنة و

z عدد الذكور المتواجدون باللجنة (α عدد حقيقي

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X بدلالة α

ج) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون: $E(X) = -\frac{6}{5}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{6U_n - 2}{U_n + 3}$

(1) عين العددين الحقيقيين a و b حيث : $U_{n+1} = a + \frac{b}{U_n + 3}$

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{3}{2} \leq U_n \leq 2$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

(4 أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - U_{n+1} \leq \frac{8}{9}(2 - U_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq 2 - U_n \leq \frac{1}{2} \left(\frac{8}{9}\right)^n$

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$

أ) تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$.

ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

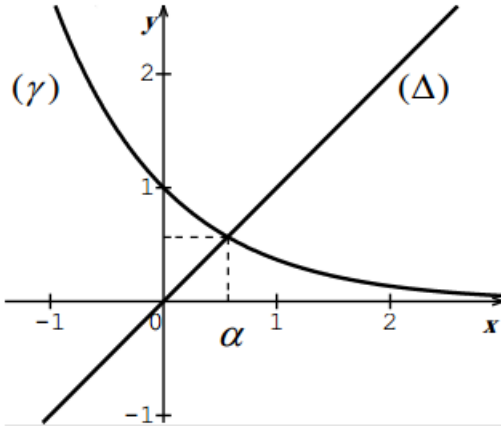
ج) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z) = 0$

(2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C ذات اللواحق : $z_A = 6$ ، $z_B = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = 3 - i\sqrt{3}$ على الترتيب

- أ (أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسّي .
- ب (أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسّي .
- ج (استنتج طبيعة المثلث ABC
- 3 (ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه C نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$.
- أ (جد الكتابة المركبة للتشابه S .
- ب (عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتشابه S .
- ج (بين أن النقط A ، B و A' في استقامة .

التمرين الرابع: (07 نقاط)



- المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (I) ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)
- (1) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$
- (2) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-x} - x$
- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

(3) تحقق أن : $0,56 < \alpha < 0,57$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 + (3x+3)e^{-x}$

و (C_f) هو تمثيلها البياني

(1) أ (احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب (ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المنحنى (P) الممثل للدالة مكعب

ج (احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^3]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

(2) أ (بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x g(x)$

ب (استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أنشئ المنحنى البياني للدالة مكعب و المنحنى (C_f) ، تعطى $f(\alpha) \approx 2,8$

(4) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما β ، نرمز بـ $S(\beta)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين

(C_f) و (P) و المستقيمين ذا المعادلتين $x = \beta$ و $x = 0$

أ (باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $S(\beta)$ ، ثم $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} S(\beta)$

إنهى الموضوع الثاني