الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي(تجريبي) دورة : ماي 2024

الشعبة: 3 تقني رياضي ثانوية حيرش محمد ولاية وهران

اختبار في مادة : الرياضيات المدة :4 ساعات ونصف

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

قرر سكان حي في مدينة معينة تشكيل لجنة تمثلهم على المستوى المحلي، فاجتمع 15 عضوا (من بينهم 5 نساء) لتشكيل لجنة من أربعة أعضاء.

كم لجنة يمكن تشكيلها لهذا الغرض؟

1) ما احتمال أن تكون اللجنة مكونة من الرجال فقط؟

2) بين أن احتمال وجود امرأتان على الأقل ضمن اللجنة هو $\frac{37}{91}$.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل إختيار لجنة عدد الرجال الموجودين فيها.

أ) حدّد قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) جد قيمة العدد الحقيقي b حتى يكون $E(2024X+b)=-2$.

4) لتأدية اللجنة مهامها على أحسن وجه قرر الأعضاء أن يكون للجنة رئيسا ونائبا له وكاتبا وأمينا للمال.

أ) بين أن احتمال أن يكون الرئيس رجلا هو $\frac{2}{3}$ ، ب) ما احتمال أن تكون امرأة رئيسة للجمعية؟

التمرين الثاني (04,5 نقاط)

1)أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 7 ، ثم استنتج باقي قسمة العدد A على 7 حيث : $A=5^{2022}+1443$.

2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد $222^n+4\times5^n+337$ قابلا للقسمة على 7.

3)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: العدد $2021^{6n+3}-2021\times2^{6n}-2024$ مضاعف للعدد 7.

4) العدد الطبيعي B غير المعدوم مكتوب في النظام ذو الأساس 10 بـ $20xx$

عين قيم العدد الطبيعي x الذي يحقق : $B\equiv6[7]$. ثم عين قيم B

اقلب الصفحة

التمرين الثالث (04,5 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول $1cm$ ،النقط A, B, C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$ ، $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ ، $z_C = -\sqrt{3} + i$.

أ. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAB

ب. عين العدد الطبيعي n بحيث $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي ثم استنتج أن $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{1962}$ حقيقي .

3. نعتبر النقطة D التي لاحقتها $z_D = 2i$

أ.بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O;-1);(D;1);(B;1)\}$ هي $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$.

ب.اثبت ان النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

ج. عين وأنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 2i|^2 = 3$.

التمرين الرابع (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = 2x + \frac{4}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - 2x]$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - 2x]$ ، ثم فسر النتيجتين بيانيا

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 2\left[\frac{e^{2x} + 1}{(e^x + 1)^2}\right]$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ) احسب $f(-x) - 4$. ماذا تستنتج ؟ ب) احسب $f(3)$ ثم استنتج قيمة $f(-3)$.

جـ) عين معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]-1.71;-1.67[$ ، ثم بين أن $e^{\alpha} = -\frac{2+\alpha}{\alpha}$.

6) ارسم (Δ) و (C_f).

7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = 2x - \frac{4(-e^{-x})}{e^{-x} + 1}$.

ب) أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذو المعادلات:

$x = 0$ ، $x = 3\ln 2$ و $y = 2x$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04.5 نقاط)

1. حل في المجموعة z^2 المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $6x-5y=7$

2. عين الأعداد الصحيحة النسبية a التي تحقق: $\begin{cases} a\equiv 3[5] \\ a\equiv -4[6] \end{cases}$

3. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 5

ب) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n: $x^n \equiv 2^n[5]$

ت)عين قيم العدد طبيعي n التي تحقق: $x+x^2+.....+x^n \equiv 1[5]$

4. نعتبر العدد الطبيعي A المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس α كما يلي: $\overline{1438}^{\alpha}$

جد أصغر قيمة للعدد الطبيعي α بحيث يكون: $2017^{2018}+2018^{2016}+A\equiv 0[5]$

التمرين الثاني :(04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، -1 وخمس كريات سوداء مرقمة بـ :

1، 1 ، 0 ، 0 ، -1 لا نميز بينها باللمس ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريات من الصندوق .

I. نعرف الأحداث التالية :

A : "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون B" : "الحصول على اللونين الأبيض و الأسود "

C : "مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة يساوي 0"

1- أحسب احتمال الحدث A ، ثم بين أن: $P(B)=\frac{5}{6}$ ، $P(C)=\frac{31}{120}$

2- بين أن $P(A\cap C)=\frac{7}{120}$ ثم استنتج $P(AUC)$

II. المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج مجموع أرقام الكريات الثلاث المسحوبة .

1- عين قيم المتغير العشوائي X .

2- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

3- احسب $p(e^{X^2-5}<2)$

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n)المعرفة على $\mathbb{N}$كمايلي: $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1$

1) أ-أرسم في معلم متعامد ومتجانس $o,\vec{i},\vec{j}$ المستقيمين $(D):y=\frac{2}{3}x+1$ و $(\Delta):y=x$.

ب - مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)و تقاربها.

جـ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>3$.

د –ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). استنتج تقارب المتتالية (u_n).

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ - بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب –نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + ... + \frac{u_n}{v_n}$.

بين أن $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء الأول : g دالة عددية معرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $D =$ $g(x) = 1 - \frac{x^3}{3} - 2\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1 < \alpha < \sqrt{2}$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : f دالة عددية معرفة على D بـ : $f(x) = -\frac{x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $3cm$)

1- احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2- أثبت من أجل كل عدد حقيقي x أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم ادرس إشارتها. و شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- أ) بين أن المستقيم (T) معادلته : $y = -\frac{x}{3}$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

ب)ادرس وضعية المنحنى (C_f) و المستقيم (T).

4- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) ميله $-\frac{1}{3}$ ، يطلب إعطاء معادلة له.

5- أنشئ كلا من (C_f) و (T) و (Δ).

الجزء الثالث :

1- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = -\frac{x}{3} + m$

2- باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة : $x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على D والتي تنعدم عند القيمة1 .

3- احسب بـ : cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات: $y = -\frac{x}{3}$ و $x = 1$ و $x = \alpha$.

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في بكالوريا 2024