الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية عنابة
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة: تقني رياضي

ثانوية بوطبة بشير –المقاومة–
دورة 2024

اختبار في مادة الرياضيات — المدة:04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) نعتبر في Z^2 المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $63x+5y=159...(E)$

ا) تحقق أن العددين 63 و 5 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا.

ب) عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق $x_0+y_0=-3$ ، ثم حل في Z^2 المعادلة (E).

ج) عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $|13x+y-33|\prec 4$

2) **ا)** عين حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5 ، ثم جد باقي القسمة الإقليدية للعدد $2023^{2023^{2023}}$ على 5.

ب) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} 3^n+3^{4n}-2024\equiv 0[5] \\ n\equiv 0[3] \end{cases}$ و $35\prec n\prec 65$

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha 0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ويكتب $\overline{\beta 10\beta 0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.
عين العددين الطبيعيين α ، β ثم اكتب $A+\alpha+\beta$ في النظام العشري.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات حمراء مرقمة من 1 إلى 5 وثلاث كريات بيضاء مرقمة من 1 إلى 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة من 1 إلى 3، الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.

نسحب من الكيس كريتين على التوالي وبدون ارجاع الكرية المسحوبة من الكيس.

نعتبر الأحداث التالية : A "سحب كريتين من نفس اللون" ، B "سحب كريتين تحملان نفس الرقم" و C "سحب كريتين مجموع رقميهما يساوي 7".

1) احسب احتمال كل من A ، B ، $A\cup B$ و C.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة التي تحمل رقم زوجي.

ا) برر أن القيم الممكنة لـ X هي $\{0,1,2\}$ ثم عرف قانون احتماله.

ب) احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، ثم عين قيمة $E(-2X+3)$.

3) نسحب على التوالي مع الارجاع n كرية من الكيس مع $n\in N^*$.

ا) احسب p_n احتمال الحادثة D: الحصول على كرية خضراء على الأقل.

ب) احسب المجموع S_n حيث $S_n=\sum_{k=1}^{k=n} C_n^k p_k$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

عين الإقتراح الصحيح الوحيد من بين الإقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير.

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$**.**

A **،** B **و** C **ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب** $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$ **،** $z_B=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ **و** $z_C=-1+i\sqrt{3}$

1) الشكل الجبري للعدد z_A **هو :**

أ) $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ **ب)** $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ **ج)** $\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

2) الشكل الأسي للعدد z_C **هو :**

أ) $z_C=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ **ب)** $z_C=3e^{i\frac{2\pi}{3}}$ **ج)** $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$

3) لاحقة النقطة D **بحيث يكون** O **مرجح الجملة** $\{(B;1),(C;-1),(D;1)\}$ **هي :**

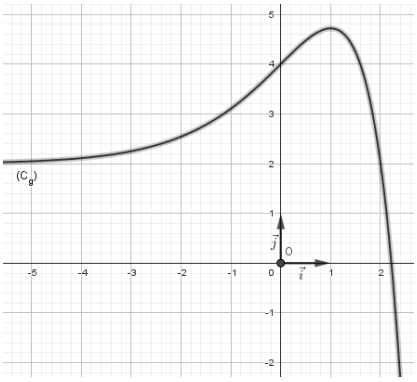
أ) $1+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ **ب)** $-\frac{3}{2}+\frac{1-2\sqrt{3}}{2}i$ **ج)** $-\frac{3}{2}-\frac{1-2\sqrt{3}}{2}i$

4) n **عدد طبيعي، العدد** $(z_B)^n$ **حقيقي موجب معناه** n **يكتب من الشكل :**

أ) $k\in\mathbb{N}$ **حيث** $8k$ **ب)** $k\in\mathbb{N}$ **حيث** $4k+1$ **ج)** $k\in\mathbb{N}$ **حيث** $8k+1$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) **نعتبر الدالة العددية** g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **كما يلي :** $g(x)=(2-x)e^x+2$**.**



(C_g) **التمثيل البياني للدالة** g **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$**(الشكل المقابل).**

1) ا) بين أن المعادلة $g(x)=0$ **تقبل حلا وحيدا** α **حيث :** $2,21\prec\alpha\prec 2,22$**.**

ب) بقراءة بيانية، عين إشارة $g(x)$ **ثم استنتج إشارة** $g(-x)$ **على** $\mathbb{R}$**.**

(II) f **هي الدالة المعرفة على** $\mathbb{R}$ **كما يلي :** $f(x)=\frac{x^2}{1+e^{-x}}$

نسمي (C_f) **التمثيل البياني للدالة** f **في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس** $(O;\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$**.**

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ **و** $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ **وفسر بيانيا نتيجة النهاية الأخيرة.**

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x **:** $f'(x)=\frac{x.g(-x)}{(1+e^{-x})^2}$ **(**f' **هي الدالة المشتقة الأولى للدالة** f**).**

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f**، ثم شكل جدول تغيراتها.**

ج) بين أن : $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$**، ثم اعط حصرا لـ** $f(-\alpha)$ **(حيث** α **هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء** I**)**

3) ا) بين أن المعادلة $f(x)=1$ **تقبل حلا وحيدا** β **حيث :** $1,1\prec\beta\prec 1,2$**.**

ب) حل في $\mathbb{R}$ **المعادلة** $E(f(x))=0$ **حيث** E **هي دالة الجزء الصحيح.**

4) ليكن (Γ) **المنحنى الممثل للدالة** $x\mapsto x^2$ **على** $\mathbb{R}$**.**

ا) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x^2]=0$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ).

5) انشئ (C_f) و (Γ) (تعطى $f(-\alpha)\approx 0,48$).

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x^2+\ln(m)$.

7) بين أنه من أجل كل x عدد حقيقي فإن : $0\preceq f(x)\preceq x^2$ ثم استنتج حصرا للعدد K الذي يمثل مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) والمستقيمات $y=0$; $x=1$; $x=0$

الموضوع الثّاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات زرقاء مرقمة 0 ، 1 ، 2 وأربع كريات حمراء مرقمة 0 ، 1 ، 2 ، 3 وثلاث كريات خضراء مرقمة 1 ، 2 ، 4.

✓ **نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس :**

1) احسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :

الحدث A : "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

الحدث B : "سحب ثلاث كريات أرقامها تظهر في العدد 2024"

الحدث C : "سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما تشكل حدودا متتابعة لمتتالية هندسية أساسها 2"

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يمثل عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

ا) عرف قانون الاحتمال للمتغير X ، ثم احسب أمله الرياضياتي.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي b بحيث يكون : $E(10X+b)=2032$

ج) احسب $P(e^{X^2-X}=1)$ ، $P\left(X=\dfrac{6}{5-X}\right)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(I$ $p(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث : $p(z)=z^3+8$

1) احسب $p(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل $z\in\mathbb{C}$:

$$p(z)=(z+2)(z^2+\alpha z+\beta)$$

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

$(II$ المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

A ، B و C ثلاث نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب $z_A=1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

1) اكتب كلا من : z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي.

2) ا) احسب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ على الشكل الجبري، ثم على الشكل الأسي.

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC.

ج) تحقق أن النقطة O هي مركز ثقل المثلث ABC.

3) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $(z_A)^n=(z_B)^n$.

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط ذات اللاحقة z حيث : $z+2=ke^{i\frac{\pi}{6}}$ مع k يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

تحقق أن النقطة A تنتمي إلى (Γ)، ثم عين المجموعة (Γ).

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :
$$\begin{cases} \mathbf{U}_0 = 3\ln 2 \\ \mathbf{U}_{n+1} = \ln\left(\frac{2}{7}e^{U_n} + 5\right) \end{cases}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \succ \ln 7$

2) اثبت أن : $e^{U_n} - e^{U_{n+1}} = \frac{5}{7}(e^{U_n} - 7)$ ثم استنتج أن : $e^{U_n} \succ e^{U_{n+1}}$

3) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

II) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = e^{U_n} - 7$

1) اثبت أن المتتالية (V_n) هندسية واكتب عبارة حدها العام.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \ln\left(7 + \left(\frac{2}{7}\right)^n\right)$ ثم احسب مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

3) احسب بدلالة n المجموع :

$$S_n = 2024^{ln(e^{U_0}-7)} + 2024^{ln(e^{U_1}-7)} + 2024^{ln(e^{U_2}-7)} + ... + 2024^{ln(e^{U_n}-7)}$$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2} + 2\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f، وشكل جدول تغيراتها.

3) احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x - 2 + \frac{1}{2}(\ln x)^2 + \frac{4+3\ln x}{x}$

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أ) تحقق أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g(x) = x - 2 + \frac{\ln x}{x}\left[3 + \frac{4}{\ln x} + \frac{1}{2}x\ln x\right]$

ب) احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} g(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أ) اثبت أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g'(x) = \frac{1-x}{x^2}\ln\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g ، وشكل جدول تغيراتها.

4) أ) اثبت أن (C_g) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها.

ب) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) عند نقطة الإنعطاف.

5) اثبت أن (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.2 \prec \alpha \prec 0.3$.

6) انشئ (C_g).