الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية الأغواط

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — ثانويات المقاطعة : الأغواط ـ 1 ـ
الشعبة : تقني رياضي — دورة ماي 2024

إختبار في مادة الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول :

التمرين 01 : 04 نقاط

◄ ليكن α عدد حقيقي حيث $\alpha \in]0;1[$ و (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} U_1 = 2\alpha \\ U_{n+1} = \dfrac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} \end{cases}$

❶ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\alpha < U_n \leq 2\alpha$.

❷ بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

❸ أ ـ تحقق أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\dfrac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} = \dfrac{\alpha}{\alpha + U_n}$.

ب ـ بين أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $0 < U_{n+1} - \alpha < \dfrac{1}{2}(U_n - \alpha)$.

جـ ـ استنتج أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $0 < U_n - \alpha < \alpha\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

د ـ احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

❹ أ ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \dfrac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$.

ب ـ أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n = (\alpha + U_1)(\alpha + U_2)\ldots(\alpha + U_n)$.

التمرين 02 : 05 نقاط

❶ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 13 .

❷ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $2024^{2024^{2024}}$ على 13 .

❸ بين أن العدد $2 \times 1691^{1445} - 1962^{1945} - 1954^{2023} - 2024^{2024}$ يقبل القسمة على 13 .

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n = 2024n - n \times 1954^{1945} - 6$.

◄ عين قيم العدد العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون من أجلها : $A_n \equiv 0\,[13]$.

❺ أ ـ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $n^2 \times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv (n^2 - 1) \times 9^{2n+1}\,[13]$.

ب ـ عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $n^2 \times 3^{n+2} + 2^{4n+2}$ مضاعف للعدد 13 .

www.dzexams.com

التمرين 03 : 05 نقاط

◄ يحتوي صندوق على 5 كريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها 3 بيضاء وكريتين سوداوين .

I ـ نسحب عشوائيا وبدون إرجاع كريتين من الصندوق ، ولنعتبر الحدثين :

⊡ A : " الكرية المسحوبة الأولى بيضاء " .

⊡ B : " الكرية المسحوبة الثانية بيضاء " .

❶ احسب احتمال كل من الحدثين A و B .

❷ أثبت أن : $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$

II ـ نسحب عشوائيا وبدون إرجاع جميع الكريات الخمس من الصندوق ولنعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء الموجودة بين الكريتين السوداوين في كل سحب .

❶ عين مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

❷ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ لتكن g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = 1 + \ln x - (\ln x)^2 + (\ln x)^3$.

❶ بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

❷ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\sqrt{e^{-1}} < \alpha < e^{-1}$.

❸ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II ـ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{\ln x}{x\left(1 + (\ln x)^2\right)}$.

◄ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

❶ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ مفسرا النتيجتين هندسيا .

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2\left(1 + (\ln x)^2\right)^2}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور الفواصل .

❹ أنشئ المنحنى (C_f) والمماس (T) (تعطى $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) \approx 0.35$) .

❺ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x - m$.

❻ لتكن A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = 1$ و $x = e$.

◄ أثبت أن : $A = \frac{\ln 2}{2}(ua)$.

✧✧✧ انتهى الموضوع الأول ✧✧✧

www.dzexams.com

الموضوع الثاني :

التمرين 1 : 5 نقطة

I ـ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.

II ـ نعتبر العددين المركبين : $\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و $\beta = \cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}$.

❶ أكتب α على الشكل الأسي ثم استنتج أن α^{2024} عدد حقيقي .

❷ أثبت أن : $\beta^2 = \alpha$.

III ـ المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ولنعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = \alpha$ ، $z_B = \beta$ و $z_C = 1$ وليكن الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{8}$.

❶ تحقق أن العبارة المركبة للدوران r هي : $z' = \beta z$.

❷ حدد صورة النقطة C بالدوران r ، ثم بين أن النقطة A هي صورة النقطة B بالدوران r .

❸ أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

IV ـ ليكن T الإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$ ، ولتكن النقطة D صورة النقطة A بالإنسحاب T .

❶ تحقق أن : $z_D = 1 + \beta^2$.

❷ بين أن : $\frac{1+\beta^2}{\beta} = \beta + \overline{\beta}$ ثم استنتج أن النقط O ، B و D في استقامية .

التمرين 2 : 04 نقاط

I ـ نعتبر المعادلة ذات المجهول $(x;y)$: $(E) \ldots 4x - y = 2$ حيث x و y عددان طبيعيان .

❶ تحقق أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حل للمعادلة (E) فإن y عدد زوجي .

❷ جد حلول المعادلة (E) علما أن الثنائية $(1;2)$ حل لها .

❸ أ ـ جد القيم الممكنة لـ $PGCD(x;y)$ حيث الثنائيات $(x;y)$ هي حلول المعادلة (E) .

ب ـ جد الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث $PGCD(x;y) = 2$.

II ـ ليكن a ، b و c أعداد طبيعية ، العدد الطبيعي N يكتب $\overline{ac2}$ في نظام تعداد أساسه 3 ويكتب $\overline{baa}$ في نظام تعداد أساسه 4 .

❶ بين أن $3c + 2$ مضاعف للعدد 4 ثم استنتج أن $c = 2$.

❷ جد قيمة كل من a و b ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

❸ أ ـ ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7 .

ب ـ عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث : $N^{y-x} + N^N - N^{3y} \equiv 0\,[7]$.

www.dzexams.com

التمرين 03 : 04 نقاط

I ـ يراد بطريقة عشوائية تشكيل لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء رئيس ونائبان (نائب أول ونائب ثاني) وذلك من بين أربع رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و H_4 وثلاث نساء F_1 ، F_2 و F_3 .

◄ أحسب إحتمال الحوادث الآتية :

⊡ الحادثة A : " أعضاء اللجنة من نفس الجنس "

⊡ الحادثة B : " النائبان من جنسين مختلفين "

⊡ الحادثة C : " F_1 لا تترأس اللجنة "

II ـ نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد النواب من الرجال فيها .

❶ عين قيم المتغير العشوائي X .

❷ تحقق أن : $P(X=1)=\frac{4}{7}$ ثم عين قانون احتمال X واحسب أمله الرياضياتي .

❸ أحسب احتمال الحادثة " $\ln|x-1|\leq 1$ " .

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=x+\sqrt{e^x}$.

❶ أحسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

❷ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث : $-0.71<\alpha<-0.70$.

❹ استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II ـ f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-x+(2x+4)\sqrt{e^{-x}}$

◄ (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

❶ أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

❷ أ ـ أثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=-g(x)\sqrt{e^{-x}}$.

ب ـ أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أثبت أن : $f(\alpha)=-\left(2+\alpha+\frac{4}{\alpha}\right)$ ثم استنتج حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$.

❹ أ ـ أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب ـ أدرس الوضع النسبي للمنحى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

❺ أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .

❻ أ ـ باستخدام المكاملة بالتجزئة أثبت أن : $\int_0^{\alpha}(2x+4)\sqrt{e^{-x}}dx=-4\left(5+\frac{4}{\alpha}\right)ua$.

ب ـ فسر النتيجة هندسيا .

✧✧✧ انتهى الموضوع الثاني ✧✧✧

www.dzexams.com

التصحيح النموذجي ـ الموضوع الأول ـ

التمرين 01 : 04 نقاط

❶ برهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $\alpha < U_n \leq 2\alpha$. — 0.5 ن

◄ من أجل $n = 1$ لدينا : $\alpha < U_1 = 2\alpha \leq 2\alpha$.

◄ نفرض أن $\alpha < U_n \leq 2\alpha$ ونبرهن أن $\alpha < U_{n+1} \leq 2\alpha$:

$$\alpha < U_n \leq 2\alpha \Rightarrow 2\alpha < \alpha + U_n \leq 3\alpha \Rightarrow \frac{1}{3\alpha} \leq \frac{1}{\alpha + U_n} < \frac{1}{2\alpha} \Rightarrow -\alpha < -\frac{2\alpha^2}{\alpha + U_n} \leq -\frac{2}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < 2\alpha - \frac{2\alpha^2}{\alpha + U_n} \leq \frac{4}{3}\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} \leq \frac{4}{3}\alpha \leq 2\alpha$$

$$\Rightarrow \alpha < U_{n+1} \leq 2\alpha$$

❷ تبين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم نستنتج أنها متقاربة :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{\alpha U_n - U_n^2}{\alpha + U_n} = \frac{\overbrace{U_n}^{>0}\overbrace{(\alpha - U_n)}^{<0}}{\underbrace{\alpha + U_n}_{>0}} < 0$$

◄ ومنه (U_n) متناقصة . — 0.5 ن

◄ بما أن (U_n) متناقصة ومحدودة فهي متقاربة . — 0.5 ن

❸ أ ـ التحقق : — 0.25 ن

$$U_{n+1} - \alpha = \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} - \alpha = \frac{\alpha U_n - \alpha^2}{\alpha + U_n} = \frac{\alpha(U_n - \alpha)}{\alpha + U_n} \Rightarrow \frac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} = \frac{\alpha}{\alpha + U_n}$$

ب ـ التبيين : — 0.5 ن

$$\alpha < U_n \leq 2\alpha \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha + U_n} < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{U_{n+1} - \alpha}{U_n - \alpha} < \frac{1}{2} \Rightarrow U_{n+1} - \alpha < \frac{1}{2}(U_n - \alpha)$$

جـ ـ الإستنتاج : (واضح) — 0.5 ن

د ـ بتطبيق مبرهنة الحصر نجد : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \alpha$. — 0.5 ن

❶ أ ـ برهان بالتراجع أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}^*$: $U_n = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$. — 0.5 ن

◄ من أجل $n = 1$ لدينا : $U_1 = \frac{\alpha}{1 - \frac{1}{2}} = 2\alpha$.

◄ نفرض أن $U_n = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}$ ونبرهن أن $U_{n+1} = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}} = 2\alpha$:

$$U_{n+1} = \frac{2\alpha U_n}{\alpha + U_n} = \frac{2\alpha\left[\frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}\right]}{\alpha + \frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}} = \frac{2\alpha^2}{2\alpha - \alpha\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{2\alpha^2}{2\alpha\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]} = \frac{\alpha}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}$$

www.dzexams.com

ب ـ حساب بدلالة n الجداء P_n : 0.5 ن

$$\alpha + U_n = \alpha + \frac{\alpha}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n} = 2\alpha \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

◄ بوضع : $V_n = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$ نجد :

$$P_n = 2\alpha\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \times 2\alpha\left(\frac{V_3}{V_2}\right) \times \ldots \times 2\alpha\left(\frac{V_{n+1}}{V_n}\right) = (2\alpha)^n\left(\frac{V_{n+1}}{V_1}\right) = (2\alpha)^n\left(2-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$

جـ ـ $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n = 0$ ◄ . 0.25 ن

التمرين 02 : 05 نقاط

❶ دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 9^n على 13 : 01 ن

قيم n	$3k$	$3k+1$	$3k+2$
بواقي القسمة	1	9	3

❷ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2024^{2024^{2024}}$ على 13 : 01 ن

$$2024 \equiv -1\,[3] \Rightarrow 2024^{2024} \equiv 1\,[3] \Rightarrow 2024^{2024} = 3k+1 \Rightarrow 2024^{2024^{2024}} \equiv 9\,[13]$$

❸ التبيين : 01 ن

$$\begin{aligned} 2024^{2024} - 1954^{2023} - 1962^{1945} - 2\times 1691^{1445} &\equiv 9^{674\times 3+2} - (-9)^{671\times 3+1} + (-1)^{1945} + 2\times(1)^{1445}\,[13] \\ &\equiv 3+9-1+2\,[13] \\ &\equiv 0\,[13] \end{aligned}$$

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $A_n = 2024n - n\times 1954^{1945} - 6$. 01 ن

$$\begin{aligned} A_n \equiv 0\,[13] &\Leftrightarrow 9n - n\times(-9)^{648\times 3+1} \equiv 6\,[13] \Leftrightarrow 18n \equiv 6\,[13] \Leftrightarrow 3n \equiv 1\,[13] \\ &\Leftrightarrow 27n \equiv 9\,[13] \Leftrightarrow n \equiv 9\,[13] \Leftrightarrow n = 13k+9\ ;\ k\in\mathbb{N} \end{aligned}$$

❺ أ ـ التبيين : 0.5 ن

$$\begin{aligned} n^2\times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv n^2\times 3^n\times 3^2 + 2^2\times\left(2^4\right)^n\,[13] &\equiv n^2\times\left(9^2\right)^n\times 9 - 9\times 3^n\,[13] \\ &\equiv n^2\times 9^{2n+1} - 9^{2n+1}\,[13] \\ &\equiv \left(n^2-1\right)\times 9^{2n+1}\,[13] \end{aligned}$$

ب ـ تعيين قيم العدد الطبيعي n : 0.5 ن

$$n^2\times 3^{n+2} + 2^{4n+2} \equiv 0\,[13] \Rightarrow \left(n^2-1\right)\times 9^{2n+1} \equiv 0\,[13] \Rightarrow n^2 \equiv 1\,[13]$$

باقي قسمة n على 13	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
باقي قسمة n^2 على 13	0	1	4	9	3	12	10	10	12	3	9	4	1

www.dzexams.com

◄ ومنه : $n \equiv 1\,[13]$ أو $n \equiv 12\,[13]$ أي $n = 13k+1$ أو $n = 13k+12$ حيث $k \in \mathbb{N}$.

التمرين 03 : 05 نقاط

❶ حساب احتمال كل من الحدثين A و B : 01.5 ن

$$\begin{cases} P(A) = \dfrac{A_3^1 \times A_4^1}{A_5^2} = \dfrac{3}{5} \\ P(B) = \dfrac{A_3^2 + A_2^1 \times A_3^1}{A_5^2} = \dfrac{3}{5} \end{cases}$$

❷ إثبات أن $P(A \cup B) = \dfrac{9}{10}$: 0.5 ن

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} - \frac{A_3^2}{A_5^2} = \frac{9}{10}$$

II ـ

❶ مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0;1;2;3\}$ 0.5 ن

❷ قانون احتمال المتغير العشوائي X : 02 ن

X_i	0	1	2	3
$P(X_i)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

◄ $E(X) = 1$. 0.5 ن

التمرين 04 : 07 نقاط

❶ لدينا :

$$g'(x) = \frac{3(\ln x)^2 - 2\ln x + 1}{x} = \frac{3}{x}\left[\left(\ln x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{9}\right] > 0$$

◄ ومنه g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$. 0.5 ن

❷ مبرهنة القيم المتوسطة . 0.5 ن

❸ إشارة $g(x)$: 0.5 ن

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$ 0 $+$	

II ـ

❶ $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$. 0.5 ن

◄ التفسير الهندسي : 0.5 ن

❷ أ ـ الإثبات : 0.5 ن

www.dzexams.com

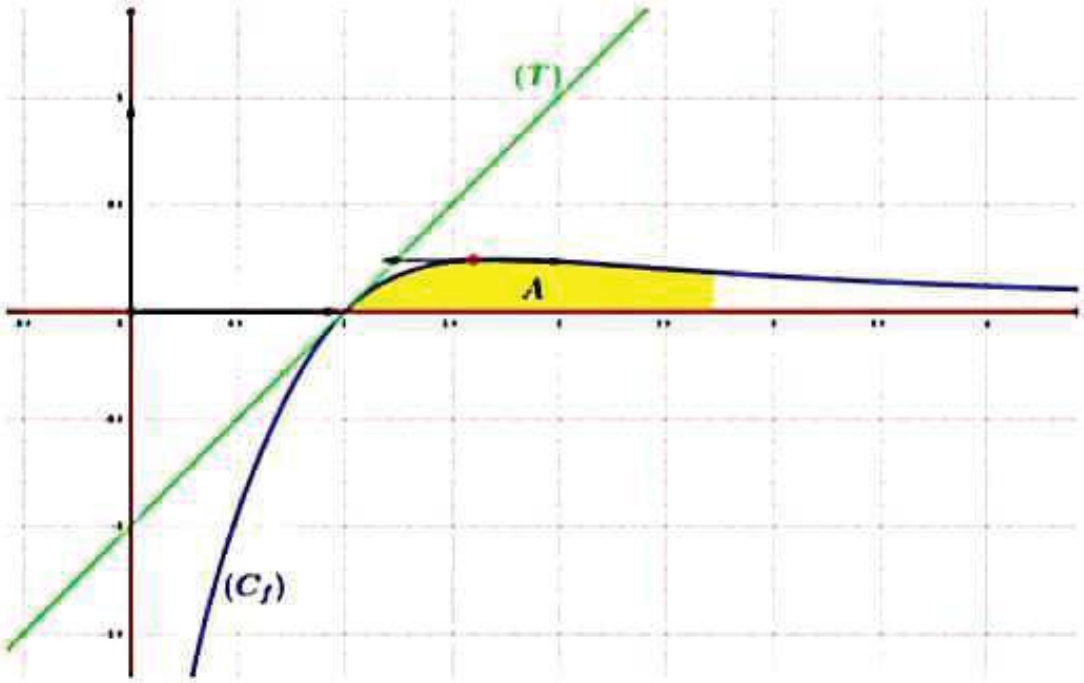
ب ـ تغيرات f وجدول تغيراتها : 01 ن

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{a};+\infty\right[$ ومتزايدة تماما على المجال $\left]0;\frac{1}{a}\right]$.

x	0		$\frac{1}{a}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f\left(\frac{1}{a}\right)$	↘	0

❻ $(T): y = x - 1$. 0.5 ن

❶ الإنشاء : 01 ن



❻ المناقشة : 0.5 ن

◄ $m \in]-\infty;1[$: لا يوجد حلول .

◄ $m = 1$: للمعادلة حل مضاعف موجب .

◄ $m \in]1;+\infty[$: للمعادلة حلان موجبان .

❻ الإثبات : 01 ن

$$A = \int_1^e f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_1^e \frac{\frac{2\ln x}{x}}{(1+(\ln x)^2)}dx = \frac{1}{2}\int_1^e \frac{(1+(\ln x)^2)'}{(1+(\ln x)^2)}dx = \frac{1}{2}\ln\left[\left|1+(\ln x)^2\right|\right]_1^e$$

$$= \frac{1}{2}\ln 2\ u.a = \frac{1}{2}\ln 2 \times 2^2 cm^2 = \ln 4 cm^2$$

انتهى تصحيح الموضوع الأول

www.dzexams.com

الموضوع الثاني :

التمرين 1 : 5 نقطة

I ـ لدينا : $\Delta = (\sqrt{2}i)^2$ ومنه : $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. ن 0.75

II ـ

1) $\alpha = e^{i\frac{\pi}{4}}$ ومنه $\alpha^{2024} = e^{506\pi i} = e^{2\pi i} = 1 \in \mathbb{R}$. ن 0.5

2) $\beta^2 = e^{i\frac{2\pi}{4}} = e^{i\frac{\pi}{2}} = \alpha$. ن 0.25

III ـ

1) $r : z' - z_O = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_O) \Leftrightarrow r : z' = \beta z$. ن 0.5

2) $\beta z_C = \beta = z_B$ ومنه B هي صورة النقطة C بالدوران r . ن 0.5

◄ $\beta z_B = \beta^2 = \alpha = z_A$ ومنه A هي صورة B بالدوران r . ن 0.5

3) لدينا : ن 0.5

$$\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta} = \frac{\beta^2 - \beta}{1 - \beta} = \frac{\beta(1 - \beta)}{1 - \beta} = \beta = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

◄ ومنه $AB = BC$ إذا المثلث ABC متساوي الساقين رأسه A . ن 0.25

IV ـ

1) التحقق : ن 0.5

$$z_D = z_A + z_{\vec{u}} = \alpha + 1 = \beta^2 + 1 \Leftrightarrow z_D = 1 + \beta^2$$

2) التبيين : ن 0.5

$$\frac{1 + \beta^2}{\beta} = \frac{1}{\beta} + \frac{\beta^2}{\beta} = \frac{1 \times \overline{\beta}}{\beta \times \overline{\beta}} + \beta = \frac{\overline{\beta}}{|\beta|^2} + \beta = \frac{\overline{\beta}}{1} + \beta = \beta + \overline{\beta}$$

$$\Rightarrow \frac{z_D - z_O}{z_B - z_O} = \frac{z_D}{z_B} = \frac{1 + \beta^2}{\beta} = \beta + \overline{\beta} = 2\Re e(\beta) = 2\cos\frac{\pi}{8} \in \mathbb{R}_+^*$$

◄ ومنه النقط A ، B و D في استقامية . ن 0.25 $\arg\left(\frac{z_D - z_O}{z_B - z_O}\right) = \left(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OD}\right) = 0 + 2k\pi$

www.dzexams.com

التمرين 2 : 04 نقاط

I ـ

❶ $y = 4x + 2 = 2(2x + 1)$ ومنه y عدد زوجي . — 0.25 ن

❷ باستعمال مبرهنة غوص نجد : $(x;y) = (k+1;4k+2) ; k \in \mathbb{N}$. — 0.25 ن

❸ أ ـ $PGCD(x;y) \mid 2 \Rightarrow PGCD(x;y) \in \{1;2\}$ — 0.25 ن

ب ـ الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) حيث $PGCD(x;y) = 2$: — 0.5 ن

$$PGCD(x;y) = 2 \Rightarrow x \equiv 0\,[2] \Rightarrow k \equiv 1\,[2] \Rightarrow k = 2p+1 \Rightarrow \begin{cases} x = 2p+2 \\ y = 8p+6 \end{cases} ; p \in \mathbb{N}$$

II ـ

❶ $N = 9a + 3c + 2 = 16b + 5a \Rightarrow 3c + 2 = 4(4b - a)$ ومنه $3c+2$ مضاعف لـ 4 . — 0.5 ن

◄ لدينا : $3c + 2 = \begin{cases} 2 ; & c = 0 \\ 5 ; & c = 1 \\ 8 ; & c = 2 \end{cases} \Rightarrow c \in \{0;1:2\}$.

◄ وبما أن 2 و 5 ليسا من مضاعفات 4 فإن $c = 2$. — 0.5 ن

❷ $a = 2$ و $b = 1$ و $N = 26$. — 0.75 ن

❸ أ ـ دراسة تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 5^n على 7 : — 0.5 ن

قيم n	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
بواقي القسمة	1	5	4	6	2	3

ب ـ تعيين الثنائيات $(x;y)$: — 0.5 ن

$$N^{y-x} + N^N - N^{3y} + 2 \equiv 0\,[7] \Rightarrow 5^{3k+1} + 5^{6\times 4+2} - 5^{6(2k+1)} + 2 \equiv 0\,[7]$$
$$\Rightarrow 5^{3k+1} \equiv 2\,[7]$$
$$\Rightarrow 3k + 1 \equiv 4\,[6]$$
$$\Rightarrow k \equiv 1\,[2]$$
$$\Rightarrow k = 2q + 1 \; ; \; q \in \mathbb{N}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2q+2 \\ y = 8q+6 \end{cases} ; q \in \mathbb{N}$$

www.dzexams.com

التمرين 03 : 04 نقاط

◄ حساب احتمال الحوادث : 1.5 ن

$$P(A) = \frac{A_4^3 + A_3^3}{A_7^3} = \frac{1}{7}$$

$$P(B) = \frac{2 \times A_4^1 \times A_3^1 \times A_5^1}{A_7^3} = \frac{4}{7}$$

$$P(C) = 1 - \frac{A_4^1 \times A_6^2}{A_7^3} = \frac{6}{7}$$

II -

❶ قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0;1;2\}$. 0.5 ن

❷ التبيين : 0.5 ن

$$P(X=1) = \frac{2\left(A_4^2 \times A_3^1 + A_3^2 \times A_4^1\right)}{A_7^3} = \frac{4}{7}$$

◄ قانون احتمال X : 0.5 ن

X_i	0	1	2
$P(X_i)$	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

◄ $E(X) = \frac{8}{7}$. 0.5 ن

❸ $P(\ln|X-1| \leq 0) = P(X=0) + P(X=2) = \frac{3}{7}$. 0.5 ن

www.dzexams.com

التمرين 04 : 07 نقاط

I ـ

❶ $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$. — 0.5 ن

❷ $g(x) = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{e^x} > 0$ ومنه g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. — 0.25 ن

❸ مبرهنة القيم المتوسطة : — 0.25 ن

❹ إشارة $g(x)$: — 0.5 ن

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$

II ـ

❶ $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. — 0.5 ن

❷ أ ـ الإثبات : — 0.5 ن

ب ـ تغيرات f و جدول تغيراتها : — 01 ن

◄ الدالة f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$ ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$.

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$

❸ إثبات أن : $f(\alpha) = -\left(2 + \alpha + \frac{4}{\alpha}\right)$ — 0.5 ن

◄ حصر $f(\alpha)$: $-4.42 < f(\alpha) < -4.33$. — 0.25 ن

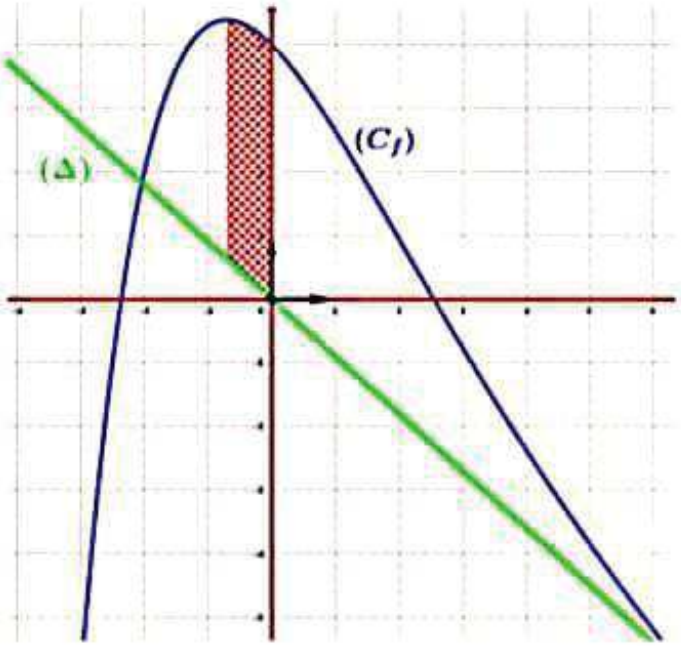
❹ أ ـ $\lim_{x\to+\infty} [f(x) + x] = 0$. — 0.5 ن

ب ـ الوضع النسبي : — 0.5 ن

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)-y$	$-$	0	$+$
الوضع النسبي	(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في النقطة x	(C_f) فوق (Δ)

www.dzexams.com

● الإنشاء : 01 ن



● أ ـ باستخدام المكاملة بالتجزئة نجد : $\int_a^0 (2x+4)\sqrt{e^{-x}}dx = -4\left(5+\frac{4}{a}\right)$. 0.5 ن

بـ ـالتفسير الهندسي : $-4\left(5+\frac{4}{a}\right)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=a$ و $x=0$. 0.25 ن

◇◇◇ انتهى تصحيح الموضوع الثاني ◇◇◇

www.dzexams.com

الموقع الأول لتحضير الفروض والاختبارات في الجزائر

https://www.dzexams.com

القسم التحضيري	https://www.dzexams.com/ar/0ap
السنة الأولى ابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/1ap
السنة الثانية ابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/2ap
السنة الثالثة ابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/3ap
السنة الرابعة ابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/4ap
السنة الخامسة ابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/5ap
شهادة التعليم الابتدائي	https://www.dzexams.com/ar/bep
السنة الأولى متوسط	https://www.dzexams.com/ar/1am
السنة الثانية متوسط	https://www.dzexams.com/ar/2am
السنة الثالثة متوسط	https://www.dzexams.com/ar/3am
السنة الرابعة متوسط	https://www.dzexams.com/ar/4am
شهادة التعليم المتوسط	https://www.dzexams.com/ar/bem
السنة الأولى ثانوي	https://www.dzexams.com/ar/1as
السنة الثانية ثانوي	https://www.dzexams.com/ar/2as
السنة الثالثة ثانوي	https://www.dzexams.com/ar/3as
شهادة البكالوريا	https://www.dzexams.com/ar/bac