الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

ثانوية المجاهد قنطاس علي بني عمران
ثانوية علال العيشاوي اولاد هداج
امتحان بكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

السنة الدراسية: 2023 / 2024
دورة: مـــاي 2024

اختبار في مادة : الرياضيات **المـــدة : 04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط):

يحتوي كيس غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينهما باللمس ، منها 4 سوداء تحمل الرقم α و ثلاث كريات صفراء تحمل الرقم $(\alpha-1)$ (حيث α عدد طبيعي غير معدوم) و كريتين بيضاوين تحملان الرقم 1 .

نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات في آن واحد .

1)- أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " سحب على الأكثر كرية بيضاء " ، B : " سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد "

C : " سحب كريتين بالضبط تحملان الرقم $(\alpha-1)$ "

2)- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الأرقام المسجلة على الكريات السوداء المسحوبة و الذي يأخذ القيمة 0 إذا كانت كل الكريات ليست سوداء .

أ - عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .

ب - عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج - أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ بدلالة α .

د - عين قيم α بحيث يكون $|E(X)-1|\leq 2$.

التمرين الثاني (04 نقاط):

1)- نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول (x,y) : $2023x-1444y=7$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) - أثبت أن العددين 2023 و 1444 أوليان فيما بينهما ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في Z^2 .

ب) - باستعمال خوارزمية إقليدس ، عين حلا خاصا (x_0,y_0) للمعادلة (E) ، ثم حل المعادلة (E) .

2)- أ - أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لـ 2^n على 7 .

ب) - جد باقي القسمة الاقليدية للعدد $2025^{1444^{2021}}$ على 7 .

ج) - عين قيم العدد الطبيعي n حيث يكون : $2021^n+2022^n+2023^n+2024^n+2025^n\equiv 0[7]$

3)- (u_n) متتالية حسابية متزايدة تماما ، حدها الأول u_0 و الثانية $(u_0;u_1)$ حل للمعادلة (E) .

و ليكن N عدد طبيعي يكتب $\overline{u_0 0 u_1 0 u_2}$ في نظام التعداد الذي أساسه 8 .

أ) - عين u_0 ، u_1 و u_2 . ثم أكتب العدد N في النظام العشري .

ب) - هل العدد N حد من حدود المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث (05 نقاط):

I - f دالة معرفة على $]-\infty;1]$ بـ: $f(x)=-1-\sqrt{1-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) - أ) - أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) - عين إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) - عين إحداثيتي نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$.

3) - ارسم (C_f) و (Δ) .

II- (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1) ـ مثل في الشكل السابق على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 و u_2 (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء .

2)ـ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3)ـ أ) ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-3 \leq u_n \leq 0$.

ب) ـ ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ج) ـ استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

4)ـ أ) ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-3;0]$: $\frac{1}{4} \leq f'(x) \leq \frac{1}{2}$

ب) ـ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\frac{1}{4}(u_n + 3) \leq u_{n+1} + 3 \leq \frac{1}{2}(u_n + 3)$.

ج) ـ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3\left(\frac{1}{4}\right)^n - 3 \leq u_n \leq 3\left(\frac{1}{2}\right)^n - 3$.

د) ـ استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

التمرين الرابع (07 نقاط):

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على IR بـ : $f(x) = x - e + \ln\left[1 + 2e^{-2(x-e)}\right]$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ـ أ) ـ تحقق أنه من أجل أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + \ln\left[2 + e^{2(x-e)}\right]$

ب)ـ احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ج)ـ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2)ـ أ) ـ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين متقاربين (D) و (D') يطلب تعيين معادلتاهما .

ب)ـ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيمين المقاربين (D) و (D') .

ج)ـ بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x = \frac{1}{2}\ln 2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

3)ـ ارسم (Δ)، (D)، (D') و (C_f) .

4)ـ ليكن المستقيم (D_m) الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{\ln 2}{2}\right) + \frac{\ln 2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي .

أ)ـ بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيين احداثياها .

ب) ـ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقاط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5)ـ نضع : $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} \left[f(x) - (x-e)\right]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln\left(1 + x^n\right)dx$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ)ـ فسر هندسيا العدد I و احسب العدد I_1 . ب) ـ بين أن: $0 \leq I_n \leq \ln 2$.

ج)ـ عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج أنها متقاربة .

6)ـ باستعمال $\ln(1+x) \leq x$ من أجل كل : $x \in]0;+\infty[$

أ)ـ استنتج أن : $0 \leq I + I_1 \leq \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$ ، ب) ـ اعط حصرا للعدد $I + I_1$.

الموضوع الثاني

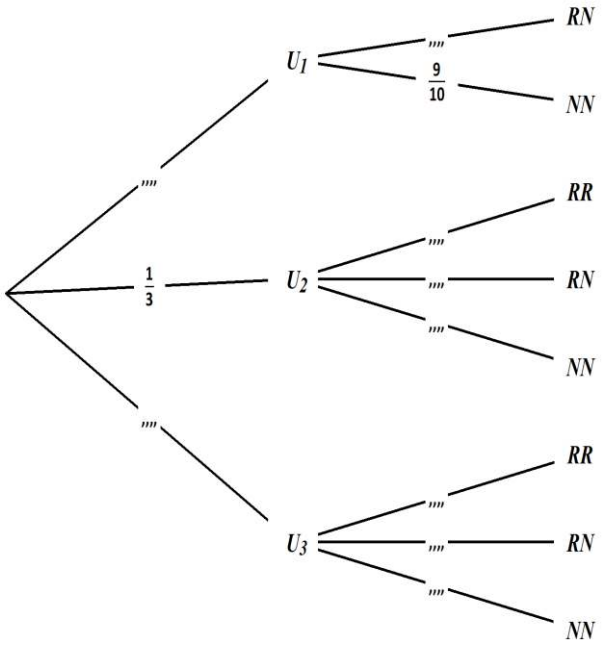
التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر الصناديق الثلاثة U_1 ، U_2 و U_3 حيث:

الصندوق U_1 يحتوي على كرية حمراء واحدة و 19 كرية سوداء والصندوق U_2 على كريتين حمراوين و 18 كرية سوداء، والصندوق U_3 يحتوي على 3 كريات حمراء و 17 كرية سوداء.

- نختار عشوائيا صندوقا من الصناديق الثلاثة ثم نسحب منه كريتين في آن واحد.

يرمز RR إلى الحدث " الحصول على كريتين حمراوين" و NN " الحصول على كريتين سوداوين " و RN " الحصول على كريتين مختلفتين في اللون".



1) احسب احتمال الاحداث التالية:

A :" يكون السحب من الصندوق U_1".

B :" الحصول على كريتين سوداوين علما اننا سحبنا الصندوق U_2".

C :" الحصول على كريتين مختلفتين في اللون ".

2) - أ- انقل ثم اكمل شجرة الاحتمالات " الشكل المقابل".

ب- علما اننا حصلنا على كريتين حمراوين، ما احتمال ان يكون السحب من الصندوق U_3.

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ - عين قيم المتغير العشوائي X.

ب - اوجد قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، ثم احسب أمله الرياضي.

4) احسب احتمال الحدث D : " $\frac{X^2+1}{\ln(X-1)}$ ".

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) - عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث: $\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3}+2i)z_1 - z_2 = (1-\sqrt{3})i \end{cases}$

2) - في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o\,;\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = 1-i$ و $z_B = 2+\sqrt{3}+i$.

أ - اكتب z_A على الشكل الأسي. ب - بين أن: $\frac{z_B}{z_A} = (1+\sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج الشكل الاسي للعدد z_B .

ج- هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي الى المنصف الأول ؟.

3)- أ- اوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه النقطة O وزاويته $-\frac{\pi}{6}$.

ب- احسب مساحة الدائرة (C) التي قطرها $[BD]$ مقدرة بوحدة المساحة.

4)- عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $Arg\left[(z-z_B)^2\right] = Arg(z_B) - Arg(z_D)$.

5)- لتكن النقطة C ذات اللاحقة $z_C = 1+i$ ، - عين طبيعة المثلث ABC ثم استنتج بدقة طبيعة الرباعي $ACBD$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(x_n) ، (y_n) متتاليتان معرفتان على IN بـ : $\begin{cases} x_0 = 5 \\ x_{n+1} = 3x_n - 2 \end{cases}$ و $\begin{cases} y_0 = 1 \\ y_{n+1} = 3y_n + 8 \end{cases}$.

1)- (u_n) متتالية معرفة على IN بـ : $u_n = x_n - 1$.

أ)- بين أن المتتالية (u_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب)- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $x_n = 4 \times 3^n + 1$

2)- بين أن $PGCD(x_n ; x_{n+1})$ يقسم العدد 2 ثم استنتج أن : $PGCD(x_n ; x_{n+1}) = 1$.

3)- أ) - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $5x_n - 4y_n = 21$.

ب)- استنتج عبارة y_n بدلالة n ثم أوجد القيم الممكنة لـ $PGCD(x_n ; y_n)$.

4)- أ) - عين بواقي قسمة العدد 3^n على 7 من أجل كل عدد طبيعي n .

ب) - بين أنه إذا كان $n \equiv 5[6]$ فإن $PGCD(x_n ; y_n) = 7$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بـ : $f(x) = (1 - 2x)e^{2x}$

نسمي المنحنى (C_f) الممثل لها في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

I) 1)- أحسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.

2)- أحسب عبارة $f'(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

3)- شكل جدول تغيرات الدالة f .

4)- حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقاط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .

5)- أحسب $f(1)$ ثم أرسم (C_f) .

6)- ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي m التالية :

$f(x) = f(m) \ldots\ldots (E)$

7)- أ) - عين العددين الحقيقيين: a ، b بحيث تكون الدالة F المعرفة بـ: $F(x) = (ax + b)e^{2x}$ دالة أصلية للدالة f على IR.

ب)- أحسب بـ cm^2 و بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $x = \lambda$ حيث $\lambda < \frac{1}{2}$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda \to -\infty} S(\lambda)$.

II) - نسمي $f' = f^{(1)}$ ، $f'' = f^{(2)}$ ، $f''' = f^{(3)}$ ، ..... $f^{(n)}$ ، المشتقات المتتابعة للدالة f.

1)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $f^{(n)} = 2^n(1 - n - 2x)$.

2)- من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المنحنى $(C_{f^{(n)}})$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي حامل محور الفواصل في النقطة $M(x_n ; y_n)$.

- أحسب بدلالة كلا من x_n و y_n .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا