الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

دورة ماي 2024

إمتحان البكالوريا التجريبي الشعبة : رياضيات

إختبار في مادة : الرياضيات — المـــدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05نقاط):

p عدد طبيعي غير معدوم و n عدد طبيعي غير معدوم و يختلف عن1.

a و b عددان طبيعيان حيث: $a=pn$ و $b=p(n-1)$

1) بين أن : $p\gcd(a,b)=a-b$.

2) بين أنه إذا كان a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث: $p\gcd(a,b)=a-b$ فإنه يوجد عددان طبيعيان α و β أوليان فيما بينهما يحققان : $a=p\alpha$ و $b=p\beta$

3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين.

نضع : $a=40x(3y+2)$ و $b=15x(8y+5)$ و $c=24x(5y+3)$.

عين $p\gcd(a,b)$ و $p\gcd(b,c)$ ثم استنتج $p\gcd(a,b,c)$.

التمرين الثاني (04 نقاط) :

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء تحمل الارقام: 0 ، 1، 1 و ثلاث كريات حمراء تحمل الارقام :1 ، 2 ، 2 كريتين سوداوين تحملان الرقمين : 0 ، 2 (الكريات كلها متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الصندوق ثلاث كريات الواحدة تلوى الاخرى دون اعادة الكرية المسحوبة في كل مرة الى الصندوق .

1) ما احتمال الاحداث التالية

A : الكريات المسحوبة من نفس اللون

B: ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط في السحبات الثلاث .

C: ظهور الرقم 1 مرتين فقط في السحبات الثلاث.

D: الكرية المسحوبة ثانيا حمراء .

2) بين ان $P(A\cap B)=\frac{17}{84}$

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بالسحبات الثلاث عدد الكريات السوداء المتبقية في الصندوق .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X واكتب قانون احتماله .

ب) احسب الامل الرياضياتي $E(X)$

4) ننزع الان من الصندوق الكرتان السوداوان فتبقى فيه ثلاث كريات بيضاء و ثلاث كريات حمراء.

نسحب من الصندوق كرية واحدة n مرة على التوالي مع الارجاع في كل مرة .

أ) عبر بدلالة n عن احتمال ان تكون كل الكريات المسحوبة من نفس اللون .

ت) احسب احتمال ان تكون في كل السحبات كرية واحدة حمراء على الاقل .

www.dzexams.com

التمرين الثالث (04 نقاط) :

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

1-) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية : $(Z-1+i)(\overline{Z}-7+\frac{7}{2}i)=0$

نرمز بـ $\overline{Z}$ الى مرافق العدد المركب Z .

2-) لتكن النقطتين A و B لاحقتيهما : $Z_A=1-i$ $Z_B=7+\frac{7}{2}i$.

- أ) أحسب الطول AB .

- ب) عين النسبة و زاوية التشابه المستوي المباشر الذي مركزه النقطة A و يحول النقطة B إلى النقطة E (-2 ؛ 3) .

- ج) ليكن S التحويل النقطي للمستوي في نفسه و الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z'=\frac{2}{3}iZ+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}i$

- عين صورة النقطة A بالتحويل النقطي S ثم عين الطبيعة الهندسية و العناصر المميزة للتحويل S .

3-) نسمي B_1 صورة النقطة B بالتحويل S ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n . نسمي B_{n+1} صورة النقطة B_n بالتحويل S

- أ) أحسب الطول AB_{n+1} بدلالة الطول AB_n ؛ ثم استنتج AB_n بدلالة العدد n .

- ب) إبتداءا من أي رتبة لـ n_0 تنتمي النقطة B_n إلى القرص الذي مركزه النقطة A و نصف قطره 10^{-2} ؟ .

- ج) عين مجموعة قيم n التي من أجلها تكون النقط : A ، B_1 و B_n في إستقامية .

التمرين الرابع : (07نقاط):

I) الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln(\frac{x+2}{x})-\frac{x+4}{x+2}$.

1-) أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و عند 0 بقيم كبرى ، ثم فسر النتائج هندسيا .

2-) أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

3-) بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $[0.37;0.38]$.

4-) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

II) الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$f(x)=x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)-x$ من أجل $x>0$ و $f(0)=0$

1-) - أ) أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0 من اليمين .

- ب) ادرس قابلية إشتقاق الدالة f عند القيمة 0 من اليمين و فسر هندسيا النتيجة .

2-) - أ) نذكر أن : $\lim_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h}=1$. أحسب : $\lim_{x\to+\infty}x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ (يمكن وضع : $h=\frac{2}{x}$) .

- ب) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

- ج) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=-x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3-) - أ) بين أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ تكون : $f'(x)=g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

- ب) بين أن : $f(\alpha)=2.\frac{\alpha}{\alpha+2}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

- ج) عين القيمة المضبوطة x_0 لفاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4-) أنشئ (Δ) و المنحنى (C_f) في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (نقبل أن (C_f) يقع أسفل (Δ) في المجال $]0;+\infty[$)

5-) F هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\left(\frac{x^2}{2}-2\right)\ln(x+2)-\frac{x^2\ln x}{2}+x-\frac{x^2}{2}$.

- برر أن الدالة F أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

6-) أحسب بدلالة x_0 المساحة $\mathcal{A}(x_0)$ للحيز المستوي المحصور بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=x_0$ و $x=2$.

انتهى الموضوع الأول .

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;3;3)$ ، $B(4;1;3)$ و $C(4;3;-2)$.

الجزء 1 أ)أثبت أن النقط A ، B و C تشكل مستويا (Q).

ب) عين شعاعا ناظميا للمستوي (Q).

ج) تأكد أن $10x+15y+6z=73$: هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

الجزء2 لتكن x ، y و z أعداد طبيعية حيث $10x+15y+6z=73$:

1- أ) أثبت أن y فردي.

ب) أثبت أن $x\equiv 1[3]$ و $z\equiv 3[5]$.

2. نضع $x=3m+1$ ، $y=2n+1$ و $z=5p+3$ حيث m ، n و p أعداد طبيعية.

أ) أثبت أن النقطة $M(x;y;z)$ تنتمي للمستوي (Q) إذا و فقط إذا كان $m+n+p=1$

ب) استنتج أنه توجد ثلاثة نقط بالضبط ذات احداثيات اعداد طبيعية تنتمي للمستوي (Q). ثم حدد احداثياتها.

التمرين الثاني: (03,5 نقاط)

لتكن (I_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $I_0=\int_0^1 \frac{1}{1+e^x}dx$ ومن أجل كل طبيعي n : $I_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$

1. احسب I_0+I_1 و I_1 ثم استنتج قيمة I_0.
2. احسب I_n+I_{n+1} بدلالة n حيث n طبيعي غير معدوم.
3. قارن بين e^{nx} و $e^{(n+1)x}$ حيث x ينتمي للمجال $[0;1]$ ثم استنتج دون حساب I_n أن المتتالية (I_n) متزايدة.
4. أ) أثبت من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$ أن: $\frac{1}{4}\le\frac{1}{1+e^x}\le\frac{1}{2}$.

ب) استنتج حصرا للمتتالية (I_n).

ج) ما هي نهاية المتتالية (I_n)؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

يحتوي صندوق على ثلاث كريات لا نفرق بينها عند اللمس، تحمل الارقام 1 , 2 , 3

نسحب من الصندوق كرية واحدة ونسمي a الرقم الظاهر عليها ثم نسحب كرية ثانية دون إرجاع الأولى إلى الصندوق ونسمي b الرقم الذي تحمله.

بكل نتيجة (a,b) لهذه التجربة نرفق التحويل النقطي $T_{(a;b)}$ الذي يحول كل نقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث : $z'=\alpha z$ مع $\alpha=\frac{a}{2}e^{ib\frac{\pi}{3}}$

1.ما هي النتائج (a,b) لهذه التجربة؟ ما هي قيم α المرتبطة بها؟

www.dzexams.com

2. لتكن A النقطة ذات اللاحقة $z_0=\sqrt{3}+i$ و A' النقطة ذات اللاحقة $z'_0=\alpha z_0$ صورة A بواسطة التحويل $T_{(a;b)}$.

أ) اكتب العدد المركب z_0 على شكله الأسي.

ب) حدد الطويلة و عمدة للعدد المركب z'_0 حسب قيم (a,b).

1. أ) احسب احتمال الحدث E_1 : " النقط O ، A و A' في استقامية ".

ب) احسب احتمال الحدث E_2 : " العدد z'_0 تخيلي صرف".

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x} & ;x<0\\ 0 & ;x=0\\ x^2\ln x-x & ;x>0\end{cases}$

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أثبت أن الدالة f مستمرة عند الصفر.

ب) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند الصفر؟ فسر النتائج هندسيا.

2. أ) أثبتانه من أجل كل x من المجال $]-\infty;0[$ $f'(x)=-e^{1+\frac{1}{x}}\dfrac{(x+1)}{x^3}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

3. أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x\ln x+x-1$

ب) أنجز جدول تغيرات الدالة g.

ج) أحسب $g(1)$ واستنتج إشارة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

4. أ) استنتجاتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم انجز جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

5. أ) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=-\dfrac{1}{2}$.

ب) أكتب معادلة للمماس (T') للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_1=e^{-1}$.

6. أ) أنشئ (T)، (T') و (C_f)

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $f(x)=mx$.

انتهى الموضوع الثاني

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني

اركان الجيش الوطني الشعبي

مديرية مدارس اشبال الامة

دورة ماي 2024

الشعبة : رياضيات

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي -الموضوع الاول

حل التمرين الاول (04 نقاط) :

من المعطيات : $a = pm$ و $b = p(n-1)$ و $n \in \mathbb{N}^*$ و $n \succ 1$ و $p \in \mathbb{N}^*$

1) $PGCD(a;b) = PGCD(pm; p(n-1))$

0.25 اي : $PGCD(a;b) = p * PGCD(n; n-1)$

0.25 بما ان $n \succ 1$ فان العددان n و $n-1$ اوليان فيما بينهما (عددان طبيعيان غير معدومين متتابعان)

و منه : $PGCD(a;b) = p \times 1 = p$.

0.5 علما ان $b = pm - p$ اي $p = p \times n - b$ اي $p = a - b$ و بالتالي $PGCD(a,b) = a - b$.

2) بفرض $a \in \mathbb{N}^*$ و $b \in \mathbb{N}^*$ حيث : $PGCD(a,b) = a - b$

و هذا يعني وجود عددان طبيعيان غير معدومين α و β بحيث يكون :

0.5 $\begin{cases} a = d \times \alpha \\ b = d \times \beta \end{cases}$ اي $\begin{cases} a = (a-b)\alpha \\ b = (a-b)\beta \end{cases}$ لكن $a - b = p$ من المعطيات و بالتالي $\begin{cases} a = p \times \alpha \\ b = p \times \beta \end{cases}$

0.5 حيث $PGCD(a,b) = a - b$ اي $PGCD(p\alpha, p\beta) = p$ اي $PGCD(\alpha, \beta) = 1$

3) $x \in \mathbb{N}^*$ و $y \in \mathbb{N}^*$: نضع $a = 40x(3y+2)$ و $b = 15x(8y+5)$ و $c = 24x(5y+3)$

0.5 1) نعلم ان $PGCD(a;b) = a - b$ حيث $a - b = 5x$

0.25 و بالتالي $PGCD(a;b) = 5x$

ب) لدينا : $b - c = 3x$. نضع $p = 3x$

و لدينا $b = 3x(20y+25)$ و $c = 3x(40y+24)$

0.5 بوضع $n = 40y + 25$ فان $n - 1 = 40y + 24$ (عددان طبيعيان متتابعان)

0.25 و هذا يعني ان $\begin{cases} b = p \times n \\ c = p(n-1) \end{cases}$ و بالتالي حسب الجواب (1) $PGCD(b;c) = b - c$

0.25 اي $PGCD(b;c) = 3x$

$PGCD(a;b;c) = PGCD(a-b;b-c)$

0.25

$PGCD(a;b;c) = PGCD(5x;3x)$

$PGCD(a;b;c) = xPGCD(5;3)$

$PGCD(a;b;c) = x \times 1$.

$PGCD(a;b;c) = x$

حل التمرين الثاني(05 نقاط) :

0.25 عدد الحالات الممكنة للسحب من الصندوق هي : $A^3_8 = 336$

1) حساب احتمال الاحداث التالية :

0.25 *) احتمال سحب كرات من نفس اللون اي : $P(A) = \frac{A^3_3 + A^3_3}{336} = \frac{6+6}{336} + \frac{12}{336}$ و منه : $P(A) = \frac{1}{28}$

0.25

www.dzexams.com

0.25 *) احتمال سحب كرة واحدة تحمل الرقم 1 : $P(B)=\frac{(A^1_3\times A^2_5)\times 3}{336}=\frac{60\times 3}{336}=\frac{180}{336}$ و منه : $P(B)=\frac{15}{28}$

0.25 *) احتمال ظهور الرقم 1 مرتين فقط : $P(C)=\frac{(A^1_3\times A^1_5)\times 3}{336}=\frac{30\times 3}{336}=\frac{90}{336}$ و منه : $P(A)=\frac{15}{56}$

0.25 *) احتمال ان تكون الكرة الثانية في السحب حمراء : $P(D)=\frac{A^1_3\times A^2_7}{336}=\frac{3\times 42}{336}=\frac{126}{336}$ و منه : $P(D)=\frac{3}{8}$

2) لنبين ان : $P(B\cap D)=\frac{17}{84}$

0.25 الحدث $(B\cap D)$: كرة واحدة تحمل الرقم 1 و الكرة المسحوبة ثانيا حمراء هي :

$P(B\cap D)=\frac{(A^1_5\times A^1_1\times A^1_4)+(A^1_3\times A^1_2\times A^1_4)\times 2}{336}=\frac{20+48}{336}=\frac{68}{336}$ و منه :

$P(B\cap D)=\frac{17}{84}$ و هو المطلوب .

0.25 الجدول التالي يوضح الوضعية اكثر :

1^{er}	2^{me}	3^{me}
5 التي لا تحمل الرقم 1	R_1	4 كرات التي لا تحمل الرقم 1
3 كرات تحمل الرقم 1	R_2 (حالتان)	4 كرات لا تحمل الرقم 1 و ليست R_2

0.25 2) ا) قيم المتغير العشوائي X هي : 0 . 1 و 2 .

- لنعين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

0.25 *) $X=0$ معناه ان الكراتان السوداوين موجودتان في السحب : $P(X=0)=\frac{(A^2_2\times A^1_6)\times 3}{336}=\frac{12\times 3}{336}=\frac{36}{336}$

0.25 *) $X=1$ معناه في السحبات الثلاث توجد كرة واحدة سوداء : $P(X=1)=\frac{(A^1_2\times A^2_6)\times 3}{336}=\frac{60\times 3}{336}=\frac{180}{336}$

*) $X=2$ معناه لايوجد في السحب كرات سوداء : $P(X=3)=\frac{A^3_6}{336}=\frac{120}{336}$

0.25 نلخص القانون في الجدول التالي :

X_1	0	1	2
$P(X_1)$	$\frac{36}{336}$	$\frac{180}{336}$	$\frac{120}{336}$ ب

0.5 3)

حساب الامل الرياضياتي :

0.25 لدينا : $E(X)=\frac{0+180+240}{336}=\frac{420}{336}$ و منه : $E(X)=\frac{5}{4}$

4)لدينا في الصندوق 3 كرات بيضاء . 3 كرات حمراء و السحب لكرة واحدة n مرة على التوالي مع الارجاع .

0.5 ا) p_1 هو احتمال ان تكون الكرات المسحوبة من نفس اللون اي : $p_1=(\frac{1}{2})^n+(\frac{1}{2})^n=2\times(\frac{1}{2})^n=\frac{1}{2^{n-1}}$

0.5 ب) p_2 هو احتمال ان تكون في السحب على الاقل كرة حمراء

*) نعلم ان : احتمال ان تكون الكرات المسحوبة كلها بيضاء هو : $(\frac{1}{2})^n$

0.5 و منه يكون : $p_2=1-(\frac{1}{2})^n=1-\frac{1}{2^n}$

حل التمرين الثالث(04 نقاط) :

0.5 1) نجد ان $Z=1+i$ او $Z=7+\frac{7}{2}i$ .....

0.5 2) ا) $AB=|Z_B-Z_A|=\left|7+\frac{7}{2}i-1+i\right|$ اي $AB=\left|6+\frac{9}{2}i\right|$ نجد $AB=\frac{15}{2}$ .....

ب) لدينا : $Z_E-Z_A=Ke^{i\theta}(Z_B-Z_A)$ نضع $a=ke^{i\theta}$

0.5 حيث $a=\frac{Z_E-Z_A}{Z_B-Z_A}=\frac{-2+3i-1+i}{7+\frac{7}{2}i-1+i}=\frac{2}{3}i$ .....

www.dzexams.com

و منه النسبة $k=\frac{2}{3}$ و الزاوية θ : $\theta \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ .....

ج) لدينا : $S: \ Z'=\frac{2}{3}iz+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}i$

0.5 نضع $A'=S(A)$ و منه $Z_{A'}=\frac{2}{3}iZ_A+\frac{1}{3}-\frac{5}{3}i$

نجد $Z_{A'}=1-i=Z_A$ (A نقطة صامدة) .....

- $|a|=\frac{2}{3}$ و $\arg(a)\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$

0.25 اذن S هو التشابه المباشر الذي نسبته $k=\frac{2}{3}$ و زاويته $\theta\equiv\frac{\pi}{2}(2\pi)$ و مركزه النقطة $A(1;-1)$ .....

3)نضع $B_1=S(B)$ و $B_{n+1}=S(B_n)$ حيث $n\in\mathbb{N}^*$

0.25 ا) بما ان $AB_{n+1}=\frac{2}{3}AB$ (لان S تشابه مركزه A و نسبته $k=\frac{2}{3}$) .....

الاستنتاج : لدينا $AB_1=\frac{2}{3}AB$ و $AB_2=(\frac{2}{3})^2AB$ بالتراجع نجد من اجل كل $n\in\mathbb{N}^*$

$AB_n=(\frac{2}{3})^nAB$ .....

علما ان $AB=\frac{15}{2}$ و بالتالي $n\in\mathbb{N}^*$ $AB_n=\frac{15}{2}(\frac{2}{3})^n$ .....

ب) معناه $AB_n\prec r$ اي $\frac{15}{2}(\frac{2}{3})^n\prec 10^{-2}$

نجد $n\geq 16.3$..... و n عدد طبيعي .....

اذن ابتداءا من الرتبة $n_0=17$ تنتمي B_1 الى القرص الذي مركزه A و نصف قطره r .....

ج) بما ان $B_1=S(B)$ فان $B_2=S(B_1)$ و $B_3=(SoS)(B_1)$ اي $B_3=S^2(B_1)$

0.75 بالتراجع B_n هي صورة B_1 بالتشابه الذي مركزه A و نسبته $(\frac{2}{3})^{n-1}$ و زاويته $(n-1)\frac{\pi}{2}$ .....

اذن النقط : A و B_1 و B_n في استقامية معناه : $k\,(n-1)\frac{\pi}{2}=k\,\pi$. k عدد صحيح موجب

اي $n=2k+1$ مع k عدد طبيعي .....

حل التمرين الرابع (07 نقاط) :

الجزء الاول :

0.75 1) $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to 0}g(x)=+\infty$

0.25 2)من اجل كل $x\in]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{-4}{x(x+2)^2}$

0.25 اذن من اجل كل $x\in]0;+\infty[$: $g'(x)\prec 0$

0.25 و هذا يعني ان الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

0.25 **جدول تغيرات الدالة g**

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	-	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-1

0.25

3)الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و بالخص على المجال $]0,37;0,38[$

ويمان $\begin{cases}g(0.37)=0.01326\\g(0.38)=-0.00565\end{cases}$ اي : $g(0.36)\times g(0.38)\prec 0$

0.5 فانه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة : $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.37\prec\alpha\prec 0.38$

4)اشارة $g(x)$ كما يلي :

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	+	0	-	

0.5

www.dzexams.com

الجزء الثاني :

1) أ) $\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} [x\ln(x+2) - x\ln x - x] = 0$ اذن f مستمرة عند 0 من اليمين

0.25 ب) $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \left[\ln(\frac{x+2}{x}) - 1\right] = +\infty$ اذن الدالة f غير قابلة للاشتقاق

0.25 عند 0 من اليمين

0.25 **التفسير الهندسي** : المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس منطبق على محور التراتيب في النقطة $O(0;0)$

2) أ) $\lim_{x \to +\infty} x\ln x(\frac{x+2}{x}) = \lim_{h \to 0} \frac{2}{h}\ln(1+h)$ بوضع $h = \frac{2}{x}$ اي $x = \frac{2}{h}$

0.5 $= \lim_{h \to 0} 2\frac{\ln(1+h)}{h} = 2$ اذن $\lim_{x \to +\infty} x\ln(\frac{x+2}{x}) = 2$

0.25 ب) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left[x\ln(\frac{x+2}{x}) - x\right] = -\infty$

0.25 ج) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim_{x \to +\infty} \left[x\ln(\frac{x+2}{x}) - 2\right] = 0$ و (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

3) أ) من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ $f'(x) = \ln(x+2) + \frac{x}{x+2} - (1\times\ln x + \frac{1}{x}x) - 1$ اي

0.25 $f'(x) = \ln(x+2) + \frac{x}{x+2} - \ln(x) - 2$

اي $f'(x) = \ln(\frac{x+2}{x}) - \frac{x+4}{x+2}$ اي $f'(x) = g(x)$

0.25 اذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;\alpha]$ و f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	-1

0.25 ب) نعلم ان $g(\alpha) = 0$ معناه : $\ln(\frac{\alpha+2}{\alpha}) = \frac{\alpha+4}{\alpha+2}$

0.25 و $f(\alpha) = \alpha\ln(\frac{\alpha+2}{\alpha}) - \alpha$ اي $f(\alpha) = \alpha(\frac{\alpha+4}{\alpha+2}) - \alpha$ نجد $f(\alpha) = 2\frac{\alpha}{\alpha+2}$

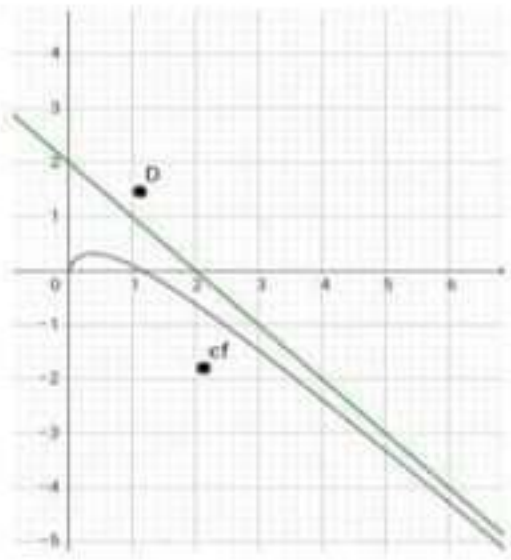
بما ان $0.36 \prec \alpha \prec 0.38$ نجد : $0.30 \prec f(\alpha) \prec 0.32$

0.25 ج) نحل المعادلة : $f(x) = 0$ اي $x\left[\ln(\frac{x+2}{x}) - 1\right] = 0$ مع $x_0 \succ 0$

اي $\ln(\frac{x+2}{x}) = 1$ اي $\frac{x+2}{x} = e^1$ اي $x+2 = xe^1$ اي $x(e^1-1) = 2$

0.25 اي $x_0 = \frac{2}{e^1-1}$

3) رسم المنحنى (C_f) و (Δ)



0.25
0.25
0.25

www.dzexams.com

0.25
0.25

5) من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ نجد : $F'(x)=f(x)$ اذن F دالة اصلية ل f على المجال $]0;+\infty[$. 6) الدالة f مستمرة و سالبة على المجال $[x_0 ;2]$ و بالتالي : $A(x_0)=-\int_{x_0}^{2} f(x)\times dx$ $u.a$

$$A(x_0)=-\left[F(x)\right]_{x_0}^{2}=-(F(2)\times F(x_0)) \qquad A(x_0)=F(x_0)-F(2)\ u.a$$

$$A(x_0)=((\frac{x_0^{\,2}}{2}-2)\ln(x_0+2)-\frac{x_0^{\,2}\times\ln x_0}{2}+x_0-\frac{x_0^{\,2}}{2}-2\ln 2)u.a$$

انتهى تصحيح الموضوع الاول

www.dzexams.com

العلامة	عناصر الاجابة
	التمرين الأول: (04,5 نقاط)
	I
0,25x3	1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-2\\0\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\0\\-5\end{pmatrix}$ بفرض $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ نصل إلى تناقض ومنه النقط تشكل مستويا.
0,25x2	2. أ) $\vec{n}(a;b;c)$ شعاع ناظمي للمستوي (Q) معناه $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$ يعني $\begin{cases}3a-2b=0\\3a-5c=0\end{cases}$ يعني $\begin{cases}b=\frac{3}{2}a\\c=\frac{3}{5}a\end{cases}$ و منه كل شعاع $\vec{n}\left(a;\frac{3}{2}a;\frac{3}{5}a\right)$ حيث a حقيقي غير معدوم هو شعاع ناظمي للمستوي (Q). بأخذ $a=10$ نجد $\vec{n}(10;15;6)$
0,25	ب) $M(x;y;z)\in(Q)$ يعني $10x+15y+6z=73$ بأي طريقة
0,5	II
	1. أ) نفرض أن y زوجي يعني $y=2k$ حيث $k\in\mathbb{Z}$
	إذن المعادلة $10x+15y+6z=73$ تكافئ $10x+30k+6z=73$
0,25	تكافئ $2(5x+15k+3)=73$ و هذا تناقض لأن 2 لا يقسم 73 و منه y فردي.
	ب) لدينا $10x\equiv 0[5]$ و $15y\equiv 0[5]$ و $73\equiv 3[5]$ إذن المعادلة $10x+15y+6z\equiv 73$ تصبح
	أي $6z\equiv 3[5]$ $z\equiv 3[5]$
0,5	لدينا $6z\equiv 0[3]$ و $15y\equiv 0[3]$ و $73\equiv 1[3]$ إذن المعادلة $10x+15y+6z\equiv 73$ تصبح
	أي $10x\equiv 1[3]$ $x\equiv 1[3]$
	2. $10x+15y+6z\equiv 73$ تكافئ $10(3m+1)+15(2n+1)+6(5p+3)=73$
0,5	تكافئ $30m+10+30n+15+30p+18=73$
	تكافئ $30(m+n+p)=30$
	تكافئ $m+n+p=1$
0,25	بما أن m، n و p أعداد طبيعية فإن المعادلة $m+n+p=1$ تقبل ثلاثة حلول بالضبط و هي
	$(1;0;0)$، $(0;1;0)$ و $(0;0;1)$
0,5	نجد ثلاث نقط هي: $A(4;1;3)$، $B(1;3;3)$ و $C(1;1;8)$.
	التمرين الثاني: (03,5 نقاط)
0,5	1. $I_0+I_1=\int_0^1\frac{1+e^x}{1+e^x}dx=\int_0^1 1\,dx=1$
	$I_1=\int_0^1\frac{e^x}{1+e^x}dx=\left[\ln\left(1+e^x\right)\right]_0^1=\ln\left(\frac{1+e}{2}\right)$
0,25	و منه $I_0=I_1-1=\ln e-\ln(1+e)+\ln 2=\ln\left(\frac{2e}{1+e}\right)$
0,5	2. $I_n+I_{n+1}=\int_0^1 e^{nx}\frac{1+e^x}{1+e^x}dx=\int_0^1 e^{nx}dx=\left[\frac{1}{n}e^{nx}\right]_0^1=\frac{e^n-1}{n}$

www.dzexams.com

3. من أجل كل x من المجال $[0;1]$ و كل طبيعي n لدينا $(n+1)x \geq nx$ إذن $e^{(n+1)x} \geq e^{nx}$ 0.25

إذن $\int_0^1 \frac{e^{(n+1)x}}{1+e^x}dx \geq \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$ يعني $I_{n+1} \geq I_n$ و منه المتتالية (I_n) متزايدة تماما على $\square$. 0,5

4. أ) $0 \leq x \leq 1$ يكافئ $1 \leq e^x \leq e$ يكافئ $4 \leq 1+e^x \leq e+1 \leq 4$ يكافئ $2 \leq 1+e^x \leq 2$ يكافئ $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+e^x} \leq \frac{1}{2}$ 0,25

ب) من أجل كل x من المجال $[0;1]$ $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+e^x} \leq \frac{1}{2}$ يكافئ $\frac{e^{nx}}{4} \leq \frac{e^{nx}}{1+e^x} \leq \frac{e^{nx}}{2}$ 0,25

يكافئ $\frac{1}{4}\int_0^1 e^{nx}dx \leq \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx \leq \frac{1}{2}\int_0^1 e^{nx}dx$

يعني $\frac{e^n-1}{4n} \leq I_n \leq \frac{e^n-1}{2}$ 0,5

ج) و بما أن $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{e^n-1}{4n} = +\infty$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n = +\infty$ 0,5

التمرين الثالث : (04 نقاط)

$(a;b)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(2;1)$	$(2;3)$	$(3;1)$	$(3;2)$
α	$\frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$	$\frac{1}{2}e^{i\pi}$	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{i\pi}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$
z_0	$2e^{i\frac{\pi}{6}}$					
$z_0' = \alpha z_0$	$e^{i\frac{5\pi}{6}}$	$e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{\pi}{2}}$	$2e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$3e^{i\frac{\pi}{2}}$	$3e^{i\frac{5\pi}{6}}$
$\lvert z_0' \rvert$	1	1	2	2	3	3
$\arg(z_0')$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$

0,5 0,5 0,75 0,25

3. أ) O ، A و A' في استقامية إذا و فقط إذا $\arg(z_0') = \arg(z_0) + k\pi$ حيث $k \in \square$ 0,75

يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{6} + k\pi$ يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{6}$ أو $\arg(z_0') = \frac{7\pi}{6}$

من الجدول نجد $p(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 0,75

ب) العدد المركب z_0' تخيلي صرف يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{2} + k\pi$ حيث $k \in \square$ 0,25

يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{2}$ أو $\arg(z_0') = \frac{3\pi}{2}$

من الجدول نجد $p(E_2) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 0,25

www.dzexams.com

التمرين الرابع: (08 نقاط)

1. أ) بوضع $t=\frac{1}{x}$ نحصل على $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x}=\lim\limits_{t\to+\infty} e\times te^{t}=0=f(0)$ — 0,25

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} x^2\ln x-x=0=f(0)$ — 0,25

بما أن f مستمرة على يمين و على يسار الصفر فإنها مستمرة عند الصفر.

ب) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0^+} e\times t^2e^{t}=0=f'_g(0)$ و منه f قابلة للاشتقاق على يسار الصفر. — 0,5

$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{x^2\ln x-x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-} x\ln x-1=-1=f'_d(0)$ و منه f قابلة للاشتقاق على يمين الصفر — 0,25

بما أن $f'_g(0)\neq f'_d(0)$ فإن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند الصفر. — 0,25

التفسير البياني: مبدأ المعلم O نقطة زاوية و (C_f) يقبل نصف مماسين عندها.

2. أ) من أجل كل x من $]-\infty;0[$ $f'(x)=e\left(\frac{-\frac{1}{x^2}xe^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right)=e\left(\frac{-e^{\frac{1}{x}}-xe^{\frac{1}{x}}}{x^3}\right)=-e^{1+\frac{1}{x}}\frac{(x+1)}{x^3}$ — 0,25

ب) إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;0[$ من إشارة $-\frac{x+1}{x^3}$ — 0,25

ومنه f متناقصة تماما على $[-1;-\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1;0[$. — 0,25

3. أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ $g'(x)=2\ln x+3$

$g'(x)\geq 0$ يعني $x\geq e^{-\frac{3}{2}}$ و منه g متناقصة تماما على $\left]0;e^{-\frac{3}{2}}\right]$ و متزايدة تماما على $\left[e^{-\frac{3}{2}};+\infty\right[$ — 0,5

ب) $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=-1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ — 0,25

$e^{-\frac{3}{2}}\approx 0,22$ — 0,25

$-2e^{-\frac{3}{2}}-1\approx -1,45$

x	0		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$g(x)$	-1	$\searrow$	$-2e^{-\frac{3}{2}}-1$	$\nearrow$	$+\infty$

ج) بما أن $g(1)=0$ فإن — 0,25

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

4. أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ $f''(x)=g'(x)$ — 2x0,25

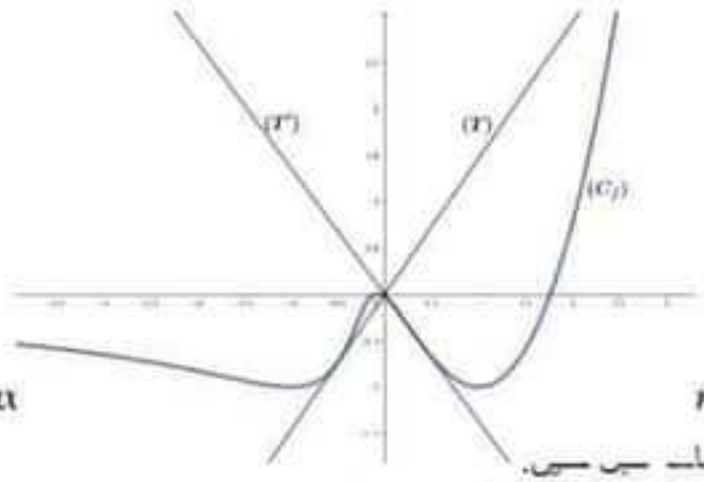
ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty]$ و متناقصة تماما على $[0;1]$.

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x(x\ln x-1)=+\infty$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} e\frac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}=0$ — 0,25

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

www.dzexams.com

0,25	5. أ) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2e^{-1}$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=4e^{-1}$ ومنه $(T):y=4e^{-1}x$
0,25	ب) $f\left(e^{-1}\right)=-e^{-2}-e^{-1}$ و $f'(e)=-e^{-1}-1$ ومنه $(T'):y=\left(-1-e^{-1}\right)x$
0,25	
2x0,25	المناقشة:
0,25	حلول المعادلة n $(\Delta_m):y=mx$ حيث m يمسح ℝ
	لما $m=0$ المعادلة تقبل حلا وحيدا.
	لما $0<m<4e^{-1}$ المعادلة تقبل أربعة حلول.
	لما $m=4e^{-1}$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول.
0,25	لما $m>4e^{-1}$ المعادلة تقبل حلين.
	لما $-1-\frac{1}{e}<m<0$ المعادلة تقبل حلين.
0,25	لما $m=-1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين هما $-\frac{1}{2}$ و e^{-1}.
	لما $m<-1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل واحد هو 0.
3x0,25	انتهى تصحيح الموضوع الثانى
4x0,25	

www.dzexams.com