الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية مديـــــــرية التربية لولاية بسكرة
امتحان البكالوريا التجريبي ثانوية اول نوفمبر 1954 طولقة
الشعبة: تقني رياضي دورة: مـــــــــــاي 2024
اختبار في مادة: الرياضيات المدة: أربع ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول(20ن)

التمرين الأول:(04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}\left(u_n + \frac{1}{u_n}\right)$.

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq 1$.

2)أ- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم إستنتج أنها متقاربة . عين نهاية (u_n) .

3) نعرف المتتالية (v_n) على $\mathbb{N}$ كما يلي $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$.

أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n: $v_{n+1} = v_n^2$.

ب) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < v_n < \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية (v_n).

جـ)برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{2^n}$.

د)إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

4)أحسب بدلالة n الجداء S_n حيث : $S_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ..... \times v_n$

التمرين الثاني: (04نقاط)

1) بين ان العدد 409 أولي ثم استنتج أن 409و 1207 أوليان فيما بينهما

لتكن المعادلة : $409x - 1207y = 20$ ..... x (1) و y مجهولان من N

2) بين أن الثنائية $(1210,410)$ حلا للمعادلة (1)

3) استنتج في $N \times N$ مجموعة حلول المعادلة (1)

4) عين العدد الطبيعي n الذي يكتب $\overline{\alpha\beta020}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 ويكتب $\overline{\beta\alpha\beta50}$ في نظام التعداد ذي الأساس 6 حيث α و β عددان طبيعيان.

التمرين الثالث:(05 نقاط)

1)- $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z) = z^3 - 4z^2 + 8z - 8$

أ)- تحقق أن 2 هو جذر لـ $P(z)$.بـ)- حل في C مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $P(z) = 0$.

2)- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ ، لتكن النقاط : A ، B و C تحقق لواحقها على الترتيب :

$z_A = 2$ ، $z_B = 1 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 1 - i\sqrt{3}$.

أ)- أكتب كل من و z_B، z_C و $\frac{z_B}{z_C}$ على الشكل الأسي .

بـــ)- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

جـ)- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي فردي n : $z_B{}^{3n} + z_C{}^{3n} + 2^{3n+1} = 0$

د)- علم النقاط : A، B و C ، ماهي طبيعة الرباعي $OBAC$؟

3)- M و M' نقطتان من المستوي ذات اللاحقتان : z و z' على الترتيب حيث : $z' = \frac{z_A \times \overline{z} - z_C}{z - z_C}$

أ)- لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $(z - z_B)(\overline{z} - z_C) = 1$ ، عين ثم أنشئ (E) .

بـ)- تحقق أن : $z' = z_A + \frac{z_C}{z - z_C}$

جـ)- بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (E) فإن النقطة M' تمسح دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

التمرين الرابع: (07نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2x+1)e^x - 1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها
2. احسب $g(0)$ ،ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x(e^x - 1)^2$ ، (c_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
2. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (c_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (c_f) بالنسبة إلى (Δ)
3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (e^x - 1)g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة لـ (T) مماس (c_f) المار من مبدأ المعلم
5. أنشئ (T) ; (Δ) والمنحنى (c_f)
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$
7. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

دون حساب عبارة $k(x)$ حدد اتجاه تغيّر الدالة k على مجموعة تعريفها

انتهى الموضوع الأول