



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتين:
الموضوع الأول (20ن)

التمرين الأول: (04نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 2 - 2i$ ، $z_B = 1 + 3i$ و $z_C = -3 - 3i$
أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

(1) الشكل الأسّي للعدد $e^{i\frac{3\pi}{2}}$ هو $\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)^{2023}$

(2) لائحة النقط D صورة النقط A بالتحاكي الذي مركزه C ونسبته 2 هي: $z_D = 7 - i$

(3) قيم الأعداد الصحيحة n حتى يكون: $(z_A - \overline{z_B} - z_C)^{2n}$ عددا حقيقيا موجبا هي: $n = 2k + 1$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

(4) المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحة z حيث: $|\overline{z} + 3 - 3i| = |iz + 3 - i|$ هي المستقيم محور القطعة المستقيمة $[BC]$

التمرين الثاني: (04نقاط)

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينهم باللمس منها ثلاث كريات بيضاء، ستة كريات حمراء وواحدة خضراء

(I) نسحب من الكيس على التوالي كرتين دون ارجاع ونعتبر الحادثتين :

A : "الحصول على كرية بيضاء في السحب الثاني" C : "الحصول على كرية حمراء في السحب الأول"

(1) احسب: $P(A)$ ، $P(A \cap C)$ و $P_A(C)$

(2) احسب $P(C)$. هل الحادثتين A و C مستقلتين؟ برر اجابتك

(II) نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة

(1) عرف قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

(2) احسب $P(X^2 - 4X = 0)$

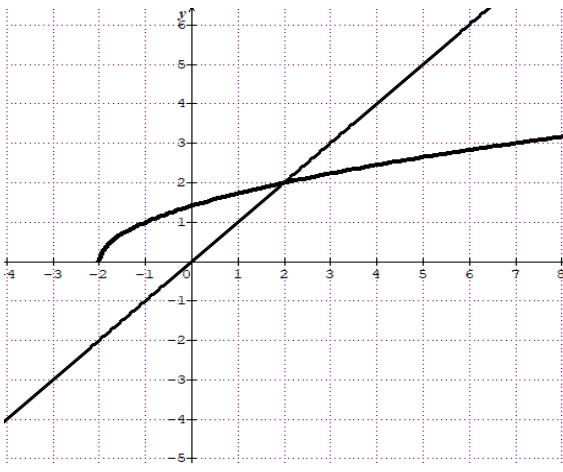
التمرين الثالث: (05نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $I = [-2, +\infty[$ كإيلي: $f(x) = \sqrt{x+2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم

متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كإيلي: $u_0 = 0$

و $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2, +\infty[$



(2) أ) انقل الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود

u_0, u_1, u_2 و u_3 مبرزا خطوط الرسم

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 0 \leq u_n \leq 2$

(4) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

(5) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: 2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x - 2 + \ln x$:

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]0; +\infty[$ ثم تحقق أن: $1,5 < \alpha < 1,6$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، فسر النتيجة هندسياً ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$:

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

ج) بين أن: $f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$ ، عين حصراً للعدد $f(\alpha)$

(3) أ) ليكن المنحنى (Γ) الذي معادلته $y = \ln x$ احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Γ)

ج) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

(4) أنشئ (T) ، (C_f) و (Γ)

(5) أ) بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

ج) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمنحنى (Γ) والمستقيمين

ذو المعادلتين $x = e$ ، $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20ن)

التمرين الأول: (04نقاط)

U_1 و U_2 صندوقين متماثلان ، الصندوق U_1 يحوي كرتين تحملان الرقمين 1 و 2 والصندوق U_2 يحوي أربع كرات تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 2 و 3 جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينهم باللمس .

(I) نختار عشوائيا أحد الصندوقين ثم نسحب منه كرة بطريقة عشوائية

(1) نرمز لكل كرة مرققة بالرمز B_i حيث i رقم الكرة

- انقل ثم اكمل الشجرة المقابلة.

(2) ماهو احتمال سحب كرة تحمل الرقم 1.

(3) اذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال

أن تكون قد سحبت من الصندوق U_1 ؟

(II) نجعل محتوى الصندوقين في صندوق واحد ثم نسحب على التوالي

كرتين دون ارجاع

(1) احسب احتمال سحب كرتين تحملان نفس الرقم .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب $E(X)$

التمرين الثاني: (04نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بمحدها الأول $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$

(2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

(3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln(-u_n + 3)$

(أ) بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $-\ln 3$ ثم احسب حدها الأول استنتج، اتجاه تغيرها

(ب) اكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3 - \frac{3}{3^n}$ ، احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln(-u_{2023} + 3) + \ln(-u_{2024} + 3) + \dots + \ln(-u_n + 3)$

(أ) احسب بدلالة n المجموع S_n

(ب) احسب T_n حيث: $T_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$

التمرين الثالث: (05نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$

(1) (أ) احسب $P(6)$ ثم جد العددين الحقيقيين α و β حيث: $P(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

(ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

(2) في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B و C لواحقتها على الترتيب:

$$z_C = 6 \text{ و } z_B = 3 - i\sqrt{3} , z_A = 3 + i\sqrt{3}$$

أ) اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = 0 \text{ (ب) بين أن:}$$

ج) عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ عددا حقيقيا موجبا

$$(3) \text{ نضع العدد المركب } L \text{ حيث: } L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$$

أ) اكتب L على الشكل الأسّي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب) استنتج أن النقطة A هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عبارته المركبة و تحديد عناصره المميزة

ج) عين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $|z - 6| = |iz + \sqrt{3} - 3i|$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.

(1) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g

(2) بين أن $g\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعيين معادلته

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

(4) أ) اكتب معادلة لـ (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة المدومة.

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثياتها

(5) احسب $f(1)$ ثم أنشئ (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f)

(6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = x + \ln m$

(7) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$

(8) لتكن S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T) والمستقيمين $x=0$ و $x=\frac{1}{2}$ بين أن: $S = (6-2e)cm^2$

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أساتذة المادة لكم بالتوفيق في بكالوريا 2024

تصحيح الاختبار التجريبي الثالثة علوم دورة ماي 2024

ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة-البيض

الموضوع الأول

$$P(A \cap C) = \frac{A_6^1 \times A_3^1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{2}{10}$$

$$P_A(C) = \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

- حساب $P(C)$

$$P(C) = \frac{A_6^1 \times A_9^1}{90} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$$

- هل الحادثتين A و C مستقلتين؟ برر اجابتك

$$\text{لدينا: } P(A) \times P(C) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{50}$$

$$\text{ولدينا: } P(A \cap C) = \frac{2}{10}$$

ومنه: $P(A \cap C) \neq P(A) \times P(C)$

إذا: الحادثتان A و C غير مستقلتان

(II) 1 قانون احتمال X

$$P(X=1) = \frac{C_3^1 \times C_7^1}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}, \quad P(X=0) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{21}{45}$$

$$P(X=2) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{21}{45}$	$\frac{21}{45}$	$\frac{3}{45}$

حساب أمله الرياضيائي $E(X)$

$$E(X) = 0 \times \frac{21}{45} + 1 \times \frac{21}{45} + 2 \times \frac{3}{45} = \frac{27}{45}$$

(2) احسب $P(X^2 - 4X = 0)$

$$P(X^2 - 4X = 0) = P(X = 0) = \frac{21}{45}$$

التمرين الثالث:

- تبين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-2, +\infty[$

لدينا f قابلة للاشتقاق على $[-2, +\infty[$ و:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} > 0 \quad \text{ومنه } f \text{ متزايدة تماما على المجال } [-2, +\infty[$$

التمرين الأول:

الإجابة بصح أو خطأ مع التبرير:

(1) ص لأن:

$$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{(-5-i)(-1-5i)}{(-1+5i)(-1-5i)} = \frac{26i}{26} = i$$

$$\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} \right)^{2023} = e^{i \left(\frac{2023\pi}{2} \right)}$$

$$= e^{i \left(\frac{2022\pi + \pi}{2} \right)} = e^{i \left(1011\pi + \frac{\pi}{2} \right)} = e^{i \frac{3\pi}{2}}$$

(2) ص لأن:

$$\text{لدينا: } z_D - z_C = 2(z_A - z_C) \text{ ومنه: } z'_D - z_w = k(z - z_w)$$

$$\text{ومنه: } z_D = z_C + 2(z_A - z_C) \text{ ومنه: } \boxed{z_D = 7 - i}$$

(3) خ لأن:

$$(z_A - \overline{z_B} - z_C)^{2n} = (2 - 2i - 1 + 3i + 3 + 3i)^{2n}$$

$$= (4 + 4i)^{2n}$$

$$= \left(4\sqrt{2} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \right)^{2n} = (4\sqrt{2})^{2n} e^{i\frac{n\pi}{2}}$$

$$\frac{n\pi}{2} = 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}) \text{ العدد حقيقي موجب معناه:}$$

$$\text{ومنه: } \boxed{n = 4k \quad (k \in \mathbb{Z})}$$

(4) ص لأن:

$$\text{لدينا: } |\overline{z} + 3 - 3i| = |iz + 3 - i|$$

$$\text{ومنه: } |\overline{z} + 3 - 3i| = |i(z - 3i - 1)|$$

$$\text{ومنه: } |z + 3 + 3i| = |i| \cdot |z - 3i - 1|$$

$$\text{ومنه: } |z - (-3 - 3i)| = |z - (3i + 1)|$$

$$\text{ومنه: } MC = MB \text{ إذا: } |z - z_C| = |z - z_B|$$

إذا مجموعة النقط (E) هي محور القطعة المستقيمة $[BC]$

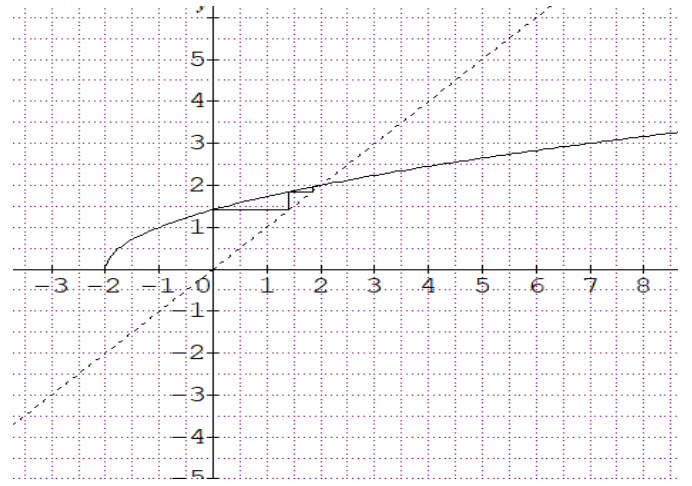
التمرين الثاني:

(1) حساب $P(A)$ ، $P(A \cap C)$ و $P_A(C)$

$$P(A) = \frac{A_3^2 + A_7^1 \times A_3^1}{A_{10}^2} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$



(2) أ) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3



ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية وتقاربها.

المتتالية (u_n) متزايدة ومتقاربة حول نقطة تقاطع منحنى

الدالة مع المنصف الاول

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$0 \leq u_n \leq 2$$

لدينا: $u_0 = 0$ و $0 \leq 0 \leq 2$ إذا الخاصية محققة من أجل

$$n=0$$

نفرض أنه من أجل العدد الطبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$ صحيحة

ونثبت صحة $0 \leq u_{n+1} \leq 2$

لدينا: $0 \leq u_n \leq 2$ ولدينا f متزايدة تماما ومنه:

$$0 \leq \sqrt{2} \leq u_{n+1} \leq 2 \text{ ومنه: } f(0) \leq f(u_n) \leq f(2)$$

إذا: $0 \leq u_{n+1} \leq 2$ ومنه حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

$$0 \leq u_n \leq 2$$

(4) تبين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \sqrt{u_n + 2} - u_n \\ &= \frac{(\sqrt{u_n + 2} - u_n)(\sqrt{u_n + 2} + u_n)}{(\sqrt{u_n + 2} + u_n)} \\ &= \frac{-u_n^2 + u_n + 2}{\sqrt{u_n + 2} + u_n} \end{aligned}$$

$$\Delta = 9 \text{ ومنه: } -u_n^2 + u_n + 2 = 0 \text{ تعني: } u_{n+1} - u_n = 0$$

$$\text{إذا: } u_n = 2, u_n = -1$$

ولدينا: $0 \leq u_n \leq 2$ ومنه: $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ومنه: (u_n) متزايدة

- بما ان: (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 2

فهي متقاربة نحو العدد l

(5) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$$

لدينا:

$$\begin{aligned} 2 - u_{n+1} &= \frac{(2 - \sqrt{u_n + 2})(2 + \sqrt{u_n + 2})}{(2 + \sqrt{u_n + 2})} \\ &= \frac{2 - u_n}{2 + \sqrt{u_n + 2}} \end{aligned}$$

ولدينا: $0 \leq u_n \leq 2$

$$\text{ومنه: } 2 + \sqrt{0+2} \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 2 + \sqrt{2+2}$$

$$\text{ومنه: } 2 \leq 2 + \sqrt{2} \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 4$$

$$\text{ومنه: } 2 \leq 2 + \sqrt{u_n + 2} \leq 4$$

$$\text{ومنه: } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{2 + \sqrt{u_n + 2}} \leq \frac{1}{2}$$

ولدينا: $2 - u_n \geq 0$

$$\text{ومنه: } \frac{1(2 - u_n)}{2 + \sqrt{u_n + 2}} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$$

$$\text{إذا: } 2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

لدينا: $2 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(2 - u_n)$ ومنه:

$$\text{بالضرب طرفا بطرف نجد: } \begin{cases} 2 - u_1 \leq \frac{1}{2}(2 - u_0) \\ 2 - u_2 \leq \frac{1}{2}(2 - u_1) \\ \dots \\ 2 - u_n \leq \frac{1}{2}(2 - u_{n-1}) \end{cases}$$

$$2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \text{ ومنه: } 2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} (2 - u_0)$$



U_n	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$U_{n+1} - U_n$	$-$	$\emptyset$	$+$	$\emptyset$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right) = +\infty$$

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$

$$\text{فإن } f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ و:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{x} - \frac{\frac{1}{x} \times x - 1 \times \ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1 - \ln x}{x^2} - \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{x - 1 + \ln x - 1}{x^2} = \frac{x + \ln x - 2}{x^2} = \frac{g(x)}{x^2} \end{aligned}$$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty, \alpha]$ و متزايدة على المجال $[\alpha, +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

$$\text{ج- بين ان: } f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

$$f(\alpha) = \ln \alpha - \frac{\ln \alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}$$

ولدينا:

$$g(\alpha) = 0 \text{ ومنه: } \alpha - 2 + \ln \alpha = 0 \text{ ومنه: } \ln \alpha = 2 - \alpha$$

$$f(\alpha) = 2 - \alpha - \frac{2 - \alpha}{\alpha} + \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{إذًا: } = 2 - \alpha - \frac{2}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\alpha}$$

$$= 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

$$\text{ومنه: } f(\alpha) = 3 - \alpha - \frac{1}{\alpha}$$

تعيين حصر العدد $f(\alpha)$

لدينا: $1.5 < \alpha < 1.6$ ومنه:

$$\text{بالجمع نجد: } \begin{cases} \frac{-1}{1.5} < \frac{-1}{\alpha} < \frac{-1}{1.6} \\ 3 - 1.6 < 3 - \alpha < 3 - 1.5 \end{cases}$$

$$0.73 < f(\alpha) < 0.875$$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

$$\text{لدينا: } -2 \leq -u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 2 \text{ ومنه: } 0 \leq 2 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\text{ومنه: } 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \leq u_n \leq 2$$

$$\text{ومنه: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right] \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} 2$$

$$\text{ومنه: } \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = 2 \text{ ومنه: } 2 \leq \lim_{x \rightarrow +\infty} u_n \leq 2$$

التمرين الرابع:

الدالة g معرفة على $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x - 2 + \ln x$

1. دراسة اتجاه تغير الدالة g

الدالة g معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$:

$$g'(x) = 1 + \frac{1}{x} > 0 \text{ ومنه الدالة متزايدة تماما على }]0; +\infty[$$

3. تبين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0; +\infty[$

الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]0; +\infty[$ و:

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty, 0 \in]-\infty, +\infty[$$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $]0; +\infty[$

التحقق أن: $1.5 < \alpha < 1.6$

$$g(1.5) \approx -0.09 \text{ و } g(1.6) \approx 0.07 \text{ وبما ان}$$

$$g(1.5) \times g(1.6) < 0 \text{ إذًا: } 1.5 < \alpha < 1.6$$

ج- استنتاج إشارة $g(x)$ حسب قيم x على المجال $]0; +\infty[$

x	0	α	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}$

1. اثبات ان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$: ثم فسر النتيجة هندسيا

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(x-1) \ln x + 1}{x} \right) = +\infty \end{aligned}$$

ومنه المستقيم ذو المعادلة $x = 0$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f)



(5أ) بين أن الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على المجال $]0; +\infty[$

نضع: $k(x) = x \ln x - x$ الدالة k معرفة وقابلة للاشتقاق على $]0; +\infty[$ ولدينا: $k'(x) = \ln x$
 إذا: الدالة $x \mapsto x \ln x - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln x$ على $]0; +\infty[$

(ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ لدينا:

$$f(x) = \ln x - \frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}$$

دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$ هي:

$$F(x) = x \ln x - x + \frac{(\ln x)^2}{2} + \ln x$$

(ج) احسب بالسنتيمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمنحنى (Γ) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=1$ و $x=e$ ،

$$\begin{aligned} S &= \int_1^e [f(x) - \ln x] dx \\ &= \int_1^e \left(\frac{-\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right) dx \\ &= \left[-\frac{(\ln x)^2}{2} + \ln x + c \right]_1^e \times 2 \times 2 = 2 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$



انتهى الموضوع الأول

3أ- حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[-\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} \right] = 0$$

ومنه: (C_f) و (Γ) متقاربان بجوار $+\infty$

أ- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Γ) إشارة الفرق:

$$f(x) - \ln x = -\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{1 - \ln x}{x}$$

x	0	e	$+\infty$
$f(x) - \ln x$	+	0	-

إذا:

$$x \in]0, e[: (C_f) \text{ فوق } (\Gamma)$$

$$x \in]e, +\infty[: (C_f) \text{ فوق } (\Gamma)$$

$$x = e : (C_f) \text{ يقطع } (\Gamma)$$

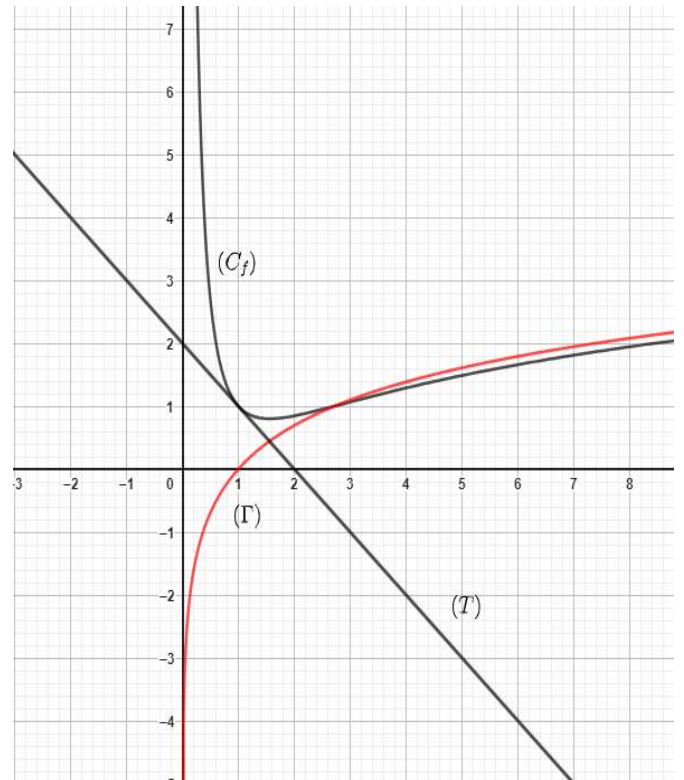
ج- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

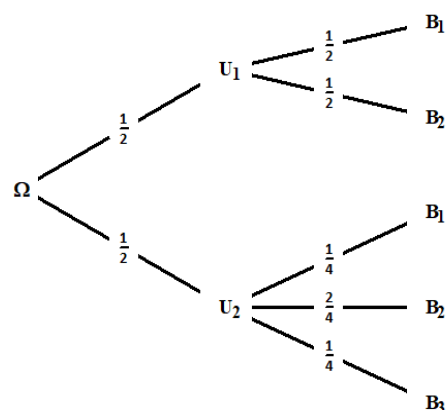
$$= f'(1)(x - 1) + f(1)$$

$$= -x + 2$$

4. أنشئ (T) ، (C_f) و (Γ)



(1) تشكيل شجرة الاحتمالات



(2) ماهو احتمال سحب كرة تحمل الرقم 1.

$$P(B_1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

(3) اذا كانت الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 فما هو احتمال

ان تكون قد سحبت من الصندوق U_1 ؟

$$P_{B_1}(U_1) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} = \frac{2}{3}$$

(4) احتمال سحب كرتين من نفس الرقم

$$P(A) = \frac{A_2^2 + A_3^2}{A_6^2} = \frac{8}{30}$$

- قيم المتغير العشوائي X

$$X = \{2, 3, 4, 5\}$$

قانون احتمال المتغير العشوائي X

$$P(X=3) = \frac{2A_2^1 \times A_3^1}{A_6^2} = \frac{12}{30}, \quad P(X=2) = \frac{A_2^2}{A_6^2} = \frac{2}{30}$$

$$P(X=4) = \frac{A_3^2 + 2A_2^1 \times A_1^1}{A_6^2} = \frac{10}{30}$$

$$P(X=5) = \frac{2A_3^1 \times A_1^1}{A_6^2} = \frac{6}{30}$$

x_i	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{10}{30}$	$\frac{6}{30}$

$$E(X) = 2 \times \frac{2}{30} + 3 \times \frac{12}{30} + 4 \times \frac{10}{30} + 5 \times \frac{6}{30} = \frac{110}{30} = \frac{11}{3}$$

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية عددية بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 : n \text{ طبيعي}$$

(1) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n

$$u_n < 3$$

لدينا: $u_0=0$ و $0 < 3$ إذا الخاصية محققة من أجل $n=0$

نفرض أن الخاصية $u_n < 3$ صحيحة من أجل العدد الطبيعي n

ونثبت صحتها من أجل $(n+1)$:

$$u_{n+1} < 3 : \text{لدينا: } u_n < 3 \text{ ومنه } \frac{1}{3}u_n + 2 < 3 \times \frac{1}{3} + 2 \text{ ومنه: } u_{n+1} < 3$$

اذا حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع $u_n < 3$

بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}u_n + 2 - u_n = \frac{-2}{3}u_n + 2$$

$$\text{ولدينا: } u_n < 3 \text{ ومنه: } \frac{-2}{3}u_n + 2 > 3 \left(\frac{-2}{3} \right) + 2$$

ومنه: $u_{n+1} - u_n > 0$ إذا (u_n) متزايدة

- بما ان (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 3 إذا هي

متقاربة

2.أ. بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 3$ - ثم احسب

حدها الأول واستنتج اتجاه تغيرها

$$v_{n+1} = \ln(-u_{n+1} + 3)$$

$$= \ln\left(\frac{-1}{3}u_n - 2 + 3\right)$$

$$= \ln\left(\frac{-1}{3}u_n + 1\right)$$

$$= \ln\left[\frac{1}{3}(-u_n + 3)\right] = \ln \frac{1}{3} + \ln(-u_n + 3)$$

$$= -\ln 3 + v_n$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln 3$ وحدها الأول

$$v_0 = \ln(-u_0 + 3) = \ln(3)$$

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم بين أن من أجل كل عدد

$$\text{طبيعي } n : u_n = 3 - \frac{3}{3^n}, \text{ احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$v_n = v_0 + nr = \ln 3 - n \ln 3 = \ln 3 - \ln 3^n = \ln \frac{3}{3^n} -$$

$$\begin{cases} \alpha = -6 \\ \beta = 48 - 36 = 12 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} \alpha - 6 = -12 \\ \beta - 6\alpha = 48 \\ -6\beta = -72 \end{cases}$$

$$P(z) = (z-6)(z^2 - 6z + 12) \text{ إذا:}$$

(ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z) = 0$.

$$(z-6)(z^2 - 6z + 12) = 0 \text{ أي:}$$

$$\text{ومنه } z = 6 \text{ أو } z^2 - 6z + 12 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4(12) = -12 = (2\sqrt{3}i)^2$$

$$z_1 = \frac{6 - 2\sqrt{3}i}{2} = 3 - \sqrt{3}i, z_2 = \frac{6 + 2\sqrt{3}i}{2} = 3 + \sqrt{3}i$$

$$\text{ومنه } S = \{6; z_1 = 3 + \sqrt{3}i; z_2 = 3 - \sqrt{3}i\}$$

$$(3) \text{ نضع } z_C = 6 \text{ و } z_B = 3 - i\sqrt{3}, z_A = 3 + i\sqrt{3}$$

(أ) كتابة z_A و z_B على الشكل الأسّي

$$\text{لدينا } |z_A| = 2\sqrt{3} \text{ و } \arg z_A = \frac{\pi}{6} \text{ ومنه } z_A = 2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

$$\text{نلاحظ أن } z_B = \bar{z}_A \text{ ومنه } z_B = 2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

$$(ب) \text{ اثبات أن } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = 0$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} = \left(\frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}}\right)^{2024} = \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{2024} = e^{i\frac{2024\pi}{3}} \text{ لدينا}$$

$$= e^{i\left(674\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = \left(\frac{2\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}}\right)^{1445} = \left(e^{i\frac{\pi}{3}}\right)^{1445} = e^{i\frac{1445\pi}{3}}$$

$$= e^{i\left(481\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{i\left(\pi + \frac{2\pi}{3}\right)} = e^{i\pi}e^{i\frac{2\pi}{3}} = -e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024} + \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1445} = e^{i\frac{2\pi}{3}} - e^{i\frac{2\pi}{3}} = 0 \text{ إذن}$$

$$(ج) \text{ تعيين العدد الطبيعي } n \text{ حتى يكون العدد } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n \text{ عددا حقيقيا موجبا}$$

$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \cos \frac{n\pi}{3} + i \sin \frac{n\pi}{3} \text{ لدينا}$$

$$\sin \frac{n\pi}{3} = 0 \text{ معناه } \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n \text{ عدد حقيقي موجب معناه}$$

$$- \text{ لدينا: } v_n = \ln(-u_n + 3)$$

$$\text{ومنه: } e^{v_n} = -u_n + 3 \text{ ومنه: } u_n = 3 - e^{v_n}$$

$$\text{ومنه: } u_n = 3 - e^{\frac{\ln 3}{3^n}} = 3 - \frac{3}{3^n}$$

$$\text{إذا: } u_n = 3 - 3^{1-n} = 3 - 3 \times 3^{-n} = 3 - \frac{3}{3^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \frac{3}{3^n}\right) = 3$$

4.أ. احسب بدلالة n المجموع S_n

$$S_n = \ln(-u_{2023} + 3) + \ln(-u_{2024} + 3) + \dots + \ln(-u_n + 3)$$

$$= v_{2023} + v_{2024} + \dots + v_n$$

$$= \frac{n - 2023 + 1}{2} (v_{2023} + v_n)$$

$$= -1011 + \frac{n}{2} (-2022 \ln 3 + \ln 3 - n \ln 3)$$

$$= -1011 + \frac{n}{2} (-2021 \ln 3 - n \ln 3)$$

$$(ب) \text{ أحسب } T_n \text{ حيث: } T_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots + e^{v_n}$$

$$\text{لدينا: } e^{v_n} = \frac{3}{3^n} \text{ ومنه:}$$

$$T_n = \frac{3}{3^0} + \frac{3}{3^1} + \dots + \frac{3}{3^n}$$

$$= 3 \left(\frac{1}{3^0} + \frac{1}{3^1} + \dots + \frac{1}{3^n} \right)$$

$$= 3 \left[\left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$$

$$= 3 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{9}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1} \right]$$

التمرين الثالث:

$$P(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$$

(1) أ) حساب $P(6)$ ثم إيجاد العددين الحقيقيين α و β حيث:

$$P(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

$$P(6) = 6^3 - 12(6)^2 + 48(6) - 72 = 0$$

لدينا:

$$P(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$$

$$= z^3 + \alpha z^2 + \beta z - 6z^2 - 6\alpha z - 6\beta$$

بالمطابقة نجد:

أي $\frac{n\pi}{3} = 2\pi k$ حيث $k \in \mathbb{N}$ ومنه $n = 6k$

(4) نضع العدد المركب L حيث: $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$

(أ) كتابة L على الشكل الأسّي ثم استنتاج طبيعة المثلث ABC

$$\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{3+i\sqrt{3}-6}{3-i\sqrt{3}-6} = \frac{-3+i\sqrt{3}}{-3-i\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(-3+i\sqrt{3})(-3+i\sqrt{3})}{(-3-i\sqrt{3})(-3+i\sqrt{3})} = \frac{9-3-6i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$$

ومنه $|L|=1$ و $\arg L = -\frac{\pi}{3}$ أي $L = e^{-i\frac{\pi}{3}}$

استنتاج طبيعة المثلث ABC

بما أن $|L|=1$ أي $AC=BC$ و $(\overline{CB}; \overline{CA}) = -\frac{\pi}{3}$

ومنه المثلث ABC متقايس الأضلاع

(ب) استنتاج أن النقطة A هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عبارته المركبة وتحديد عناصره المميزة

لدينا $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C} = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ ومنه

$$z_A - z_C = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) (z_B - z_C)$$

ومنه A هي صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$

عبارته المركبة $z' - z_C = e^{-i\frac{\pi}{3}}(z - z_C)$

ومنه $z' - z_C = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) (z - z_C)$

ومنه $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z - \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) 6 + 6$

ومنه $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z - 3 + 3i\sqrt{3} + 6$

أي $z' = \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \right) z + 3i\sqrt{3} + 3$

(ج) تعيين المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z

حيث: $|z-6| = |iz + \sqrt{3} - 3i|$ معناه

$$|z-6| = |i(z - \sqrt{3}i - 3)| = |z-6| = |i||z - \sqrt{3}i - 3|$$

ومنه

$$|z-6| = |z - i\sqrt{3} - 3| = |z-6| = |z - (3+i\sqrt{3})|$$

$$= |z - z_c| = |z - z_A|$$

معناه $CM=AM$ ومنه مجموعة النقط M هي محور القطعة المستقيمة $[AC]$

التمرين الرابع:

I. $D = \mathbb{R}$ $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

(1) أ) تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و:

$$g'(x) = 4e^{2x} + 8xe^{2x} = 4e^{2x}(1+2x)$$

(ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة g

إشارة المشتقة من إشارة $(1+2x)$

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

ومنه: g متناقصة على المجال $]-\infty, -\frac{1}{2}]$ ومتزايدة على المجال

$$\left[-\frac{1}{2}; +\infty \right[$$

(2) بين أن $g\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$ ثم استنتاج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$$g\left(\frac{-1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e} > 0$$

لدينا: $g\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$ قيمة حدية صغرى و $g\left(\frac{-1}{2}\right) > 0$

إذا: $g(x) > 0$

II. $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

(1) تبين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(2x-1)e^{2x} + x + 1]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} [2xe^{2x} - e^{2x} + x + 1] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} [(2x-1)e^{2x} + x + 1] = +\infty$$



(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين

احداثياتها

لدينا: $f'(x) = g(x)$ ومنه: $f''(x) = g'(x)$ ومنه إشارة $f''(x)$ من إشارة $g'(x)$

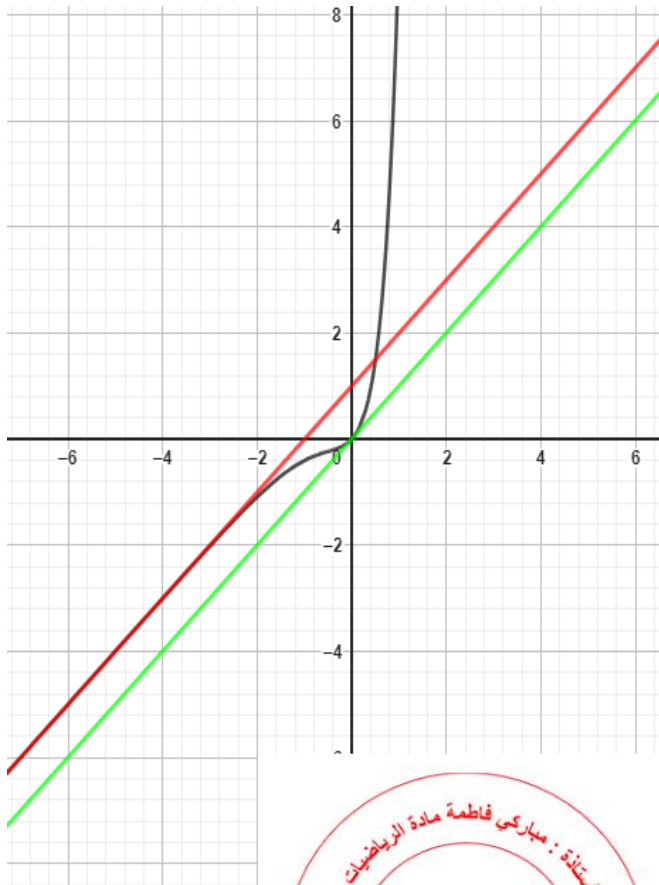
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	-	0	+

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = (-1-1)e^{-1} - \frac{1}{2} + 1 = -2e^{-1} + \frac{1}{2}$$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف احداثياتها:
 $\left(-\frac{1}{2}, -2e^{-1} + \frac{1}{2}\right)$

(5) احسب $f(1)$ ثم أنشئ (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f)

$$f(1) = e^2 + 2$$



(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2e^{2x} + 2e^{2x}(2x-1) + 1 \\ &= 2e^{2x}(1+2x-1) + 1 \\ &= 4xe^{2x} + 1 = g(x) \end{aligned}$$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(3) أ) حساب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل

مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعيين معادلته

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} [2xe^{2x} - e^{2x} + 1] = 1$$

لدينا: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ ومنه: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x - 1] = 0$

ومنه: (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x + 1$ بجوار $-\infty$

ب) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

$$f(x) - y = (2x-1)e^{2x}$$

إشارة الفرق من إشارة $2x-1$ ومنه:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x) - y$	-	0	+
الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ)	(C_f) تحت (Δ) (C_f) يقطع (Δ) (C_f) فوق (Δ) في النقطة (0.5; 1.5)		

(4) أ) كتابة معادلة لـ (T) مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة

ذات الفاصلة المعدومة.

$$\begin{aligned} y &= f'(0)x + f(0) \\ &= x \end{aligned}$$

(6) ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول

$$f(x) = x + \ln m$$

حلول المعادلة $f(x) = x + \ln m$ هي فواصل نقاط تقاطع

المنحنى (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة $y = x + \ln m$ (مناقشة ماثلة)

- من أجل $\ln m < 0$ أي: $0 < m < 1$ المعادلة لا تقبل

حل

- من أجل $\ln m = 0$ أي $m = 1$ المعادلة تقبل حل واحد

- من أجل $0 < \ln m < 1$ أي $1 < m < e$ المعادلة تقبل

حليْن مختلفين

- من أجل $\ln m \geq 1$ أي $m \geq e$ المعادلة تقبل حل واحد

(7) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}$$

نضع:

$$\begin{cases} u(x) = (2x-1) & u'(x) = 2 \\ v'(x) = e^{2x} & v(x) = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = \left[\frac{2x-1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\frac{2\left(\frac{1}{2}\right)-1}{2} e^{2\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{0-1}{2} e^0 \right] - \left[\frac{1}{2} e^{2x} \right]_0^{\frac{1}{2}}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} - \left[\frac{1}{2} e^{2\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} e^0 \right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} e + \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \frac{e}{2}$$

(8) لتكن S مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (T)

والمستقيمين $x=0$ و $x=\frac{1}{2}$ بين أن: $S = (6-2e)cm^2$

$$S = \int_0^{\frac{1}{2}} [f(x) - y] dx = \int_0^{\frac{1}{2}} [(2x-1)e^{2x} + 1] dx =$$

$$= 1 - \frac{e}{2} + \frac{1}{2} - 0 \times \|\vec{i}\| \times \|\vec{j}\|$$

$$= \frac{3-e}{2} (2 \times 2) = (6-2e)cm^2$$



انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق بكالوريا

2024