الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات — **ثانوية زاغز جلول – أورلال**

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : علوم تجريبية — **دورة ماي 2024**

اختبار في مادة: الرياضيات — **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة في كل حالة مما يلي مع التبرير :

1) حلول المعادلة التفاضلية $-y' + xe^{-x} - 1 = 0$ هي الدوال y حيث: $(C \in \mathbb{R}$ مع$)$

أ/ $y = -e^{-x}(x+1) - x + c$ ب/ $y = e^{-x}(x+1) - x + c$ ج/ $y = e^{-x}(x+1) + x + c$

2) نعتبر العدد المركب W بحيث : $\mathbf{W = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{4}}$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n المجموع $S_n = |w| + |w^2| + \cdots + |w^n|$ يساوي :

أ) $S_n = 1 - 2^{-n}$ ب) $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-n}$ ج) $S_n = 1 - 2^n$

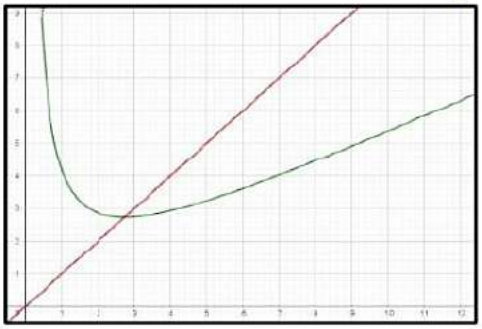
3) يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء و n كرية سوداء حيث $n \in N^*$،جميع الكريات لا نفرق بينها باللمس،نسحب كريتين في آن واحد لتكن الحادثة A "سحب كريتين مختلفتين في اللون " ، احتمال الحادثة A يساوي :

أ) $P(A) = \frac{10n}{(n+5)(n+4)}$ ب) $P(A) = \frac{5n}{(n+1)(n+4)}$ ج) $P(A) = \frac{2n}{(n+5)(n+2)}$

4) معامل x^6 في المنشور $(x+2)^9$ هو :

أ/ 672 ب/ 627 ج/ C_9^3

التمرين الثاني :(04.5 نقط)



لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ب $f(x) = \frac{x^2+e^2}{2x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (Δ) المستقيم ذي المعادلة $y = x$ في نفس المعلم السابق كما هو موضح في الشكل المرفق في الملحق نعتبر (U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_{n+1} = f(U_n)$ و $U_0 = 2e$

1) مثل على محور الفواصل الحدود U_2, U_1, U_0 ثم أعط تخمينا حول رتابة (U_n) و تقاربها.

2) أثبت أن f متزايدة تماما على المجال $]e;+\infty[$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي nأن: $e < U_n$

3) أ-بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $U_{n+1} - U_n = \frac{(e-U_n)(e+U_n)}{2U_n}$ ثم أدرس رتابة (U_n) .

ب-استنتج أن (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها

4) أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ان: $U_{n+1} - e \leq \frac{1}{4}(U_n - e)$

ب- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي أن: $0 < U_n - e \leq e\left(\frac{1}{4}\right)^n$

ج- أحسب نهاية المتتالية (U_n) بطريقة ثانية.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

من أجل تحضير إختبار إستدراكي لمادة الرياضيات أراد مدير الثانوية إختيار لجنة تضم **3** أعضاء من هيئة التدريس التي تتكون من **3** أستاذات و **4** أساتذة.

1) احسب احتمال الأحداث التالية : A" الأعضاء الثلاثة المختارون أستاذات"

، B"من بين الأعضاء توجد أستاذة واحدة" ، C " من بين الأعضاء المختارون يوجد على الأقل أستاذان " .

2) يوجد في هيئة التدريس الأستاذ محمد والأستاذة خديجة ،نسمي الحادثة : D" ألا يكون محمد وخديجة معا في نفس اللجنة المختارة ". والحادثة :E " ألا تكون خديجة في اللجنة المختارة"

أ) بين أن : $P(D) = \frac{6}{7}$ ، ثم احسب $P(E)$.

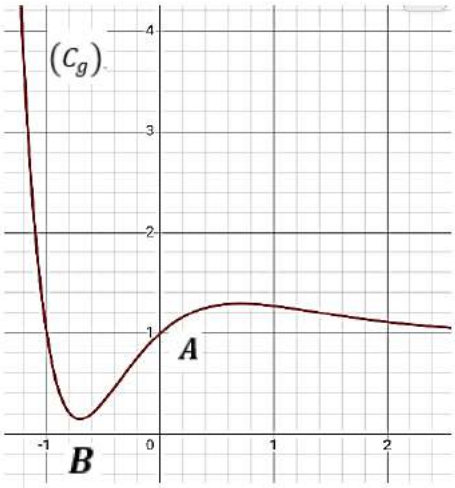
ب) احسب إحتمال ألا يكون محمد في اللجنة علما أن خديجة ليست من ضمنها

3) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الأستاذات اللواتي لم يشاركن فيها.

- عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X واحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

- ثم عين قيمة العدد الحقيقي α حيث : $E(2006X + \alpha) = 2024$

التمرين الرابع : (07 نقاط)



I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $\mathbf{R}$ بـ : $g(x) = a + (bx^2 + x)e^{-2x}$ ،

حيث a و b عددان حقيقيان و (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل :

1- عين العددين a و b بحيث (C_g) يشمل النقطة $A(0;1)$

و يقبل عند النقطة B ذات الفاصلة $\frac{\sqrt{2}}{2}$ مماسا موازي لحامل محور الفواصل .

2- استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbf{R}$ - نضع فيما يلي : $a = 1$ و $b = 1$:

II. لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - \frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{e^x}\right)^2$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ، ثمّ حدد وضعية بالنسبة (C_f) إلى (Δ).

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ (f' هي الدالة المشتقة للدالة f).

ب) استنتج اتجاه تغيّر f ، ثمّ شكّل جدول تغيّرتها.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كلا منهما هو 1 ، ثمّ عيّن معادلة لكل منهما.

5) بيّن أنّ المنحنى (C_f) نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثياتيهما.

6) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α . حيث: $0.43 < \alpha < 0.44$

7) أنشئ كلا من (C_f) و (Δ).

III. ليكن λ عدد حقيقي موجب تماما.

1) عيّن الأعداد الحقيقة a ، b و c حتى تكون الدالة $x \longmapsto (ax^2 + bx + c)e^{-2x}$ دالة أصلية للدالة $x \longmapsto (x+1)^2e^{-2x}$ على $\mathbb{R}$.

2) أ) أحسب بدلالة λ المساحة للحيّز من المستوي $A(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 0$ ، $x = \lambda$ و $y = x$.

ب) أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

I) عيّن العددين المركّبين α و β حيث : $\begin{cases} 2\alpha - \beta = -3 \\ 2\overline{\alpha} + \overline{\beta} = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$ مع $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β .

II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A ، B و C النقط التي لواحقها على الترتيب :

$z_A = -\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_A = z_C e^{i\frac{\pi}{3}}$.

1) أ- أكتب z_A و z_C على الشكل الأسّي ثم عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^n$ حقيقيا سالبا .

ب- تحقق أن العدد المركّب $2\left(\frac{z_A}{\sqrt{3}}\right)^{2024} - \left(\frac{z_B}{\sqrt{3}}\right)^{1962}$ تخيلي صرف موجب

ج- احسب $|z_B - z_A|$،ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D = 1 + i$.

أ- حدّد النسبة و زاوية للتشابه S الذي مركزه O و يحوّل D إلى A .

ب- أكتب $\frac{z_A}{z_D}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

3) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z و التي تحقق : $z = \sqrt{3}e^{i\theta}$ عندما يتغير θ على R،ثم تحقق أن $A \in (E)$.

التمرين الثاني (04.5 نقاط) :

يحتوي صندوق U_1 على **7 كريات** منها خمس كريات بيضاء و كريتين سوداوين، و يحتوي صندوق U_2 على **8** كريات منها خمس كريات مرقمة بـ : **1** و ثلاث كريات مرقمة بـ : **2** ،جميع الكريات لا نفرق بينها باللمس.

<u>الجزء 01)</u> نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 **ثلاث كريات في آن واحد.**

- ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات السوداء المتبقية في الصندوق .

1) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X , ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2) احسب $P\left(|X| \leq \sqrt[4]{10}\right)$

<u>الجزء 02)</u>

- نسحب الآن عشوائيا كرية من الصندوق U_1، إذا كانت سوداء نسحب عشوائيا **كريتين على التوالي دون إرجاع** من الصندوق U_2، أما إذا كانت بيضاء فنسحب عشوائيا **كريتين على التوالي بإرجاع** من نفس الصندوق U_2 نسمي الأحداث التالية :

"A_1 الكرية المسحوبة من الصندوق U_1 سوداء "

"A_2 الكرية المسحوبة من الصندوق U_1 بيضاء "

"B الحصول على كريتين من نفس الرقم "

3) احسب $P(B)$, ثم استنتج $P_B(A_1)$. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n , $3u_{n+1} = 2u_n - 4$

(v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : من أجل كل عدد طبيعي n, $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي.

I) عين قيمة α التي من أجلها تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\left(\frac{2}{3}\right)$ يطلب تعيين حدها الأول.

II) نضع فيما يلي $\alpha = 4$

1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 5\left(\frac{2}{3}\right)^n - 4$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$, ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) لتكن (w_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = \frac{5}{v_n + 5} - 5$

(ا) بين أن المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

(ب) بين أن المتتاليتين (u_n) و (w_n) متجاورتين. ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$

(ج) أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = \frac{1}{w_0+5} + \frac{1}{w_1+5} + \ldots + \frac{1}{w_n+5}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) g الدالة المعرفة و المتزايدة تماما على $]0;+\infty[$ بـ :

$$g(x) = (x+1)(x+e) - e(x\ln x)$$

احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \ln(x+1) + \frac{e\ln x}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ ، ثم بين ان $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) اكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها α

ب) تحقق ان : $0.7 < \alpha < 0.8$

4) (Γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$ على المجال $[0;+\infty[$

ا) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x) - \ln(x+1)\right)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (Γ)

ج) ارسم المماس (T) و (Γ) ثم (C_f)

5) m وسيط حقيقي، عين قيم m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = \frac{1+e}{2}x - m$ حلين متمايزين.

6) نقبل انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $\ln x < x+1$

ا) بين انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$:

$$\ln 2 < f(x) < e + \ln(x+1)$$

ب) تحقق انه من اجل كل x من المجال $]1;+\infty[$ الدالة : $x \mapsto (x+1)\ln(x+1) - x$ هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto \ln(x+1)$

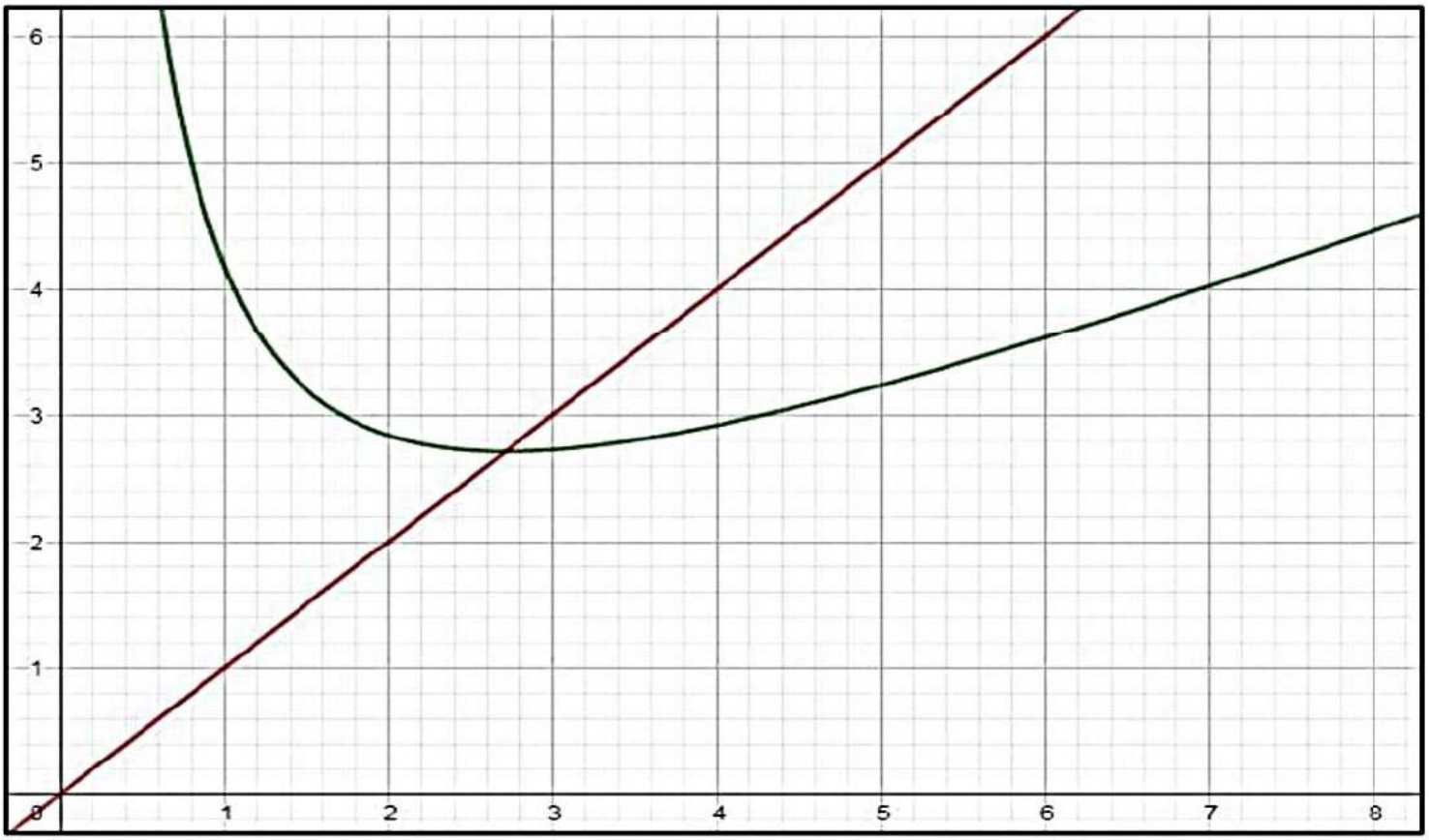
ج) S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x = e-1$ $\quad$ $x = e^2-1$

- باستخدام جواب السؤال 6-أ)، بين ان :

$$(e^2-e)\ln 2 < S < e^3$$

ملحق التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسـم: . . . . . اللقب: . . . . . القسـم: . . . . . .



ملحق التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسـم: . . . . . اللقب: . . . . . القسـم: . . . . . .