الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — **ثانويتي : بن عون لخضر – علي عون**

امتحان بكالوريا تجريبي — **دورة : ماي 2024**

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 نقاط):

حجر نرد مكعب متوازن يحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، -2 ، -1 وصندوق يحتوي على بطاقتين خضراوين وثلاث بطاقات حمراء لا يمكن التمييز بينها باللمس

نقوم برمي حجر النرد مرتين متتاليتين على التوالي ونهتم بجداء رقمي الوجهين المتحصل عليهما .

- إذا كان جداء الرقمين موجبا نسحب ثلاث بطاقات من الصندوق في آن واحد .
- إذا كان جداء الرقمين سالبا نسحب بطاقتين من الصندوق في آن واحد .

نعتبر الأحداث التاية : A " جداء الرقمين المتحصل عليهما موجب " .

V_0 " لا توجد أي بطاقة خضراء من البطاقات المسحوبة " .

V_1 " توجد بطاقة واحدة فقط خضراء من البطاقات المسحوبة " .

V_2 " توجد بطاقتين خضراوين من البطاقات المسحوبة " .

1- بين أن : $P(A) = \frac{5}{9}$ ثم أنجز شجرة الإحتمالات التي تنمذج هذه التجربة

2- بين أن : $P(V_2) = \frac{19}{90}$ ثم احسب $P_{V_2}(A)$

3- يقترح أحد المتاجر على زبائنه تخفيضا من خلال التجربة السابقة ، يستفيد الزبون من تخفيض 10% على كل بطاقة خضراء يتم سحبها ولا تخفيض على البطاقات الحمراء ، وليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي نسبة التخفيض الذي يتحصل عليه الزبون .

- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثاني (4 نقاط):

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z - \quad)(z^2 + 6z + 34) = 0$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A = 2$ ، $z_B = -3 + 5i$ ، $z_c = \overline{z_B}$.

أ- اكتب على الشكل الجبري العدد المركب $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ ثم على الشكل الأسي .

ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ - عين لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي $ABDC$ متوازي أضلاع ثم حدد بدقة طبيعته .

3- عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $|z - 2| = |\overline{z} - z_B|$.

التمرين الثالث (5 نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم بين انها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول .

ب) اكتب v_n بدلالة n .

جـ) استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln(u_0) + \ln(u_1) + \cdots + \ln(u_n)$

أ- تحقق أن $S_1 = \ln 3$

ب- بين انه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln(n+2)$

جـ - عين أصغر عدد طبيعي n بحيث : $S_n > 8$.

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2x+1)e^x - 1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x(1 - e^{-x})^2$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(\vec{O}; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) أ- بين أن (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) حيث : $y = x$ معادلة له .

ب- ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

3) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = (e^{-x} - 1)g(-x)$ ،

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ- اكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

ب- ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) .

ج- استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها .

5) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $f(x) = mx$

7) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها : $y = x$ ، $x = 0$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 نقاط):

كيس يحتوي على تسعة كريات لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي

أربع كريات بيضاء مرقمة بـ 0 ، 0 ، 1 ، 1 وثلاثة كريات حمراء مرقمة بـ -1 ، 1 ، 1 و كريتان خضراوان مرقمة بـ 1 ، -1 .

نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد .

1) احسب احتمال الأحداث التالية :

A " الحصول على ثلاث كريات تحمل الألوان الثلاثة " .

B " الحصول على كرية حمراء على الأكثر " .

C " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم " .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة .

أ) عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضياتي .

ب) استنتج قيمة $V(-2X+2024)$.

التمرين الثاني (4 نقاط):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية :

1- $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{e}{2}$

2- المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بـ : $f(x) = x^2 - 6x + 8 - \ln(x-3)^2$ يقبل محور تناظر معادلته : $x = 3$.

3- المعادلة $2^{2x} + 2^x - 2 = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$.

4- الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$ هي دالة فردية .

التمرين الثالث (5 نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{3}(u_n - 1)^2$

1) أ) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 4$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم بين انها متقاربة .

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln\left(\frac{u_n - 1}{3}\right)$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول .

ب) اكتب v_n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $P_n = (u_0 - 1)(u_1 - 1) \times \ldots (u_{n-1} - 1)$

- احسب P_n بدلالة n .

التمرين الرابع (7 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) حدد اشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{x-1}{2} + \frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول 2cm)

1) أ) احسب $\lim_{x\to 1} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) بين أنه توجد نقطة وحيدة B يقبل فيها المنحنى (C_f) مماس (T) يوازي المستقيم (Δ) ثم أكتب معادلة للمماس (T).

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1.34 < \alpha < 1.35$.

6) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{m}{2}$

8) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ، $x = 2$ و $x = e^{-1} + 1$

انتهى الموضوع الأول