



دورة ماي 2024

امتحان بكالوريا تجريبي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساء 30د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) المعرفة ب: $u_0 = 2$, و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - n) - 1$.

1- أحسب كلا من u_1 و u_2 .

2- أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n + n > 0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

3- المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = u_n + n$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

ج) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

4- من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $S_n = \ln u_0 + \ln(u_1 + 1) + \ln(u_2 + 2) + \dots + \ln(u_n + n)$

♦ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = (n+1)(2-n) \ln \sqrt{2}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على: ثلاث كريات تحمل الرقم 1 و أربع كريات تحمل الرقم 2 , و يحتوي كيس U_2 على: ست كريات بيضاء و أربع كريات حمراء ,

كل الكريات متماثلة و لا يمكن التمييز بينها عند اللمس

1- نسحب عشوائيا من U_2 كرتين على التوالي وإرجاع, أحسب احتمال كل من الحدثين الآتيين :

♦ الحدث A : "الحصول على كرتين من نفس اللون" ♦ الحدث B : "الحصول على كرية حمراء على الأكثر"

2- نسحب عشوائيا كرية من U_1 , إذا كانت تحمل الرقم 1 نسحب عشوائيا من U_2 كرتين على التوالي بدون إرجاع, و إذا كانت تحمل الرقم 2 نسحب

عشوائيا من U_2 : ثلاث كريات في آن واحد

نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من U_2 عدد الكريات البيضاء المسحوبة

أ) عين قيم المتغير العشوائي X

ب) بين أن $P(X=1) = \frac{2}{5}$ و $P(X=2) = \frac{3}{7}$.

(ج) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-2i)(z^2+2z+4)=0$.

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C, D التي لاحقاً z_A, z_B, z_C, z_D على الترتيب حيث: $z_A = -1+i\sqrt{3}$, $z_B = \overline{z_A}$, $z_C = 2i$ و $z_D = 2$.

1- أ) أكتب كلا من z_A, z_B, z_C على الشكل الأسّي .

ب) بين استنتاج أن النقط A, B, C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها نصف قطرها .

2- أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABD .

3- لتكن نقطة من المستوي لاحقاً z

أ) عين (Γ_1) مجموعة النقط M حيث: $z = 2i + e^{i\theta}$ و θ يسمح $\mathbb{R}$.

ب) عين (Γ_2) مجموعة النقط M حيث: $|\bar{z} + 2i| = |iz + \sqrt{3} + i|$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^3 - 1 + 2 \ln x$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g على $]0; +\infty[$

2- أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

(II) الدالة العددية f معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) - بين أنه أجل كل عدد x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

2- أ) بين أن للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) - ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) .

3- أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) .

4- أ) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$.

ب) - أحسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $x = 1, y = x - 1$ و $x = e$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C التي لواحقتها: $z_A = -\sqrt{3}i$, $z_B = 1 + \sqrt{3}i$, و $z_C = \overline{z_B}$ على الترتيب .

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z - \sqrt{3}i)(z^2 - 2z + 4) = 0$.

2- أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي .

ب) استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

3- أكتب العدد $\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ على الشكل المثلثي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4- بين أن: $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{2023} = \left(\frac{z_B}{z_C}\right)^{1444} = \frac{z_B}{z_C}$.

5- عين (E) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z التي من أجلها يكون: $\frac{z - z_A}{z - z_B}$ عددا تخيليا صرفا .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{4}{\alpha}u_n + 1$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1- عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) حسابية.

⊗ فيما يلي نأخذ $\alpha = 9$.

2- أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < \frac{9}{5}$.

3- أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

4- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \sqrt{u_{n+1} - u_n}$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n .

5- أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$.

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على n كرة حمراء و 3 كرات بيضاء و كرتين سوداويتين (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس) و n عدد طبيعي

1- نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع إرجاع الكرة المسحوبة

- عين قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كرتين حمراوتين يساوي $\frac{1}{4}$

2- نضع $n = 5$ و نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة

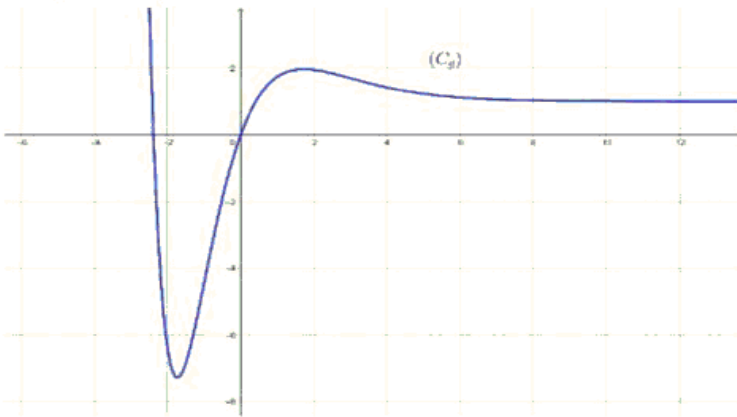
- علما أن الكرة الأولى المسحوبة حمراء أحسب احتمال الحصول على آخر كرتين من نفس اللون

3- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الشكل المقابل هو (C_g) المنحنى الممثل للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = a + (x^2 + 2x - b)e^{-x}$ في المستوي



المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) عين a و b حتى يقبل (C_g) مستقيم مقارب

معادلته $y = 1$ بجوار $(+\infty)$ و يقبل مماسا معامل

توجيهه 3 عند المبدأ.

فيما يلي نضع $a = b = 1$:

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما

معدوم و الثاني α حيث: $-2.5 < \alpha < -2$.

(3) بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x - \frac{x^2 + 4x + 3}{e^x}$ و ليكن (C_f) منحنىها البياني.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقاط فواصلها x_0 و x_1 و x_2 بحيث: $-3 < x_0 < -2.9$.

$-1.1 < x_1 < -1.3$ و $2 < x_2 < 2.1$.

(4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y = x$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(5) أنشئ كلا من (Δ) و (C_f) . نأخذ $f(\alpha) = 6$.

(6) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_g) و (Δ) و المستقيمات ذات المعادلات التالية: $x = -2$ ، $x = 2$.

انتهى الموضوع الثاني.