الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

إمتحان البكالوريا التجريبي — **ثانوية ديدوش مراد – ميلة-**

الشعبة: علوم تجريبية — **دورة ماي 2024**

اختبارفي مادة الرياضيات — **المدة:03 س و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الاول:(04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n)المعرفة بحدها الأول $u_0 = \frac{1}{3}$ و لكل عدد طبيعي n لدينا $u_{n+1} = \frac{3}{2}\left(1 - \frac{1}{1+2u_n}\right)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $0 < u_n < 1$

2) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ **ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية** (u_n)

3) بين أن المتتالية (u_n)متقاربة ثم أحسب نهايتها

4) المتتالية العددية (v_n) **معرفة كما يلي:** $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n}$

أ- أثبت أن (v_n) **متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول**

ب- أكتب عبارة v_n **بدلالة** n **ثم استنتج عبارة** u_n **بدلالة** n.

ج-أحسب المجموع التالي: $S = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \cdots + \frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني:(04نقاط)

صندوقان U_1 **و** U_2 **يحتوي الصندوق** U_1 **على كريتين سوداوين و 3 كريات بيضاء و يحتوي الصندوق** U_2 **على 4 كريات سوداء و 3 بيضاء كلها متشابهة الملمس . نسحب عشوائيا كرية من الصندوق** U_1 **و نضعها في الصندوق** U_2 **ثم نسحب من هذا الأخير كريتين في آن واحد .**

نعتبر الحادثتين: A**"الكرية المسحوبة من الصندوق** U_1 **سوداء"** **و** B**"سحب كريتين بيضاوين من الصندوق** U_2**"**

1) أحسب $P(A)$ **ثم بين أن** $P_A(B) = \frac{3}{28}$

2) شكل شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه التجربة العشوائية

3) أحسب$P(B)$ **ثم استنتج احتمال سحب كرية سوداء على الأقل من الصندوق** U_2

4) نكرر هذه التجربة أربع مرات متتالية (بمعنى نعيد الصندوقين إلى وضعهما الأول قبل إعادةالتجربة في كل مرة)

ما هو احتمال الحصول على كريتين بيضاوين من الصندوق U_2 **مرة على الأقل؟**

التمرين الثالث:(05نقاط)

1) أ- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $Z^2 - 4\sqrt{3}\,Z + 16 = 0$

ب- أكتب الحلول على الشكل الأسي

2)المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ **. نعتبر النقطتين** A **و** B **ذات اللاحقتين**

$$Z_A = 2\sqrt{3} - 2i \quad , \quad Z_B = 2\sqrt{3} + 2i$$

علم النقطتين A, B **ثم بين أن المثلث** OAB **متقايس الأضلاع**

3) C **نقطة لاحقتها** $Z_C = -8i$ **و** D **صورتها بواسطة الدوران الذي مركزه** O **و زاويته** $\frac{2\pi}{3}$

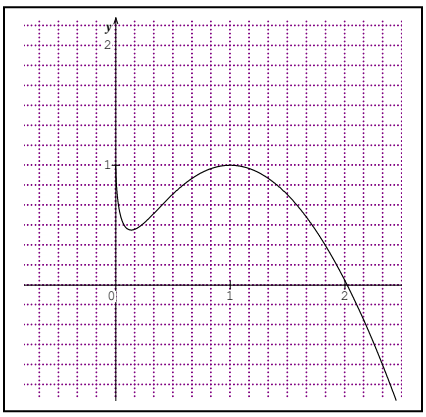
أ- علم النقطتين C **و** D **ثم بين أن** $Z_D = 4\sqrt{3} + 4i$

ب- بين أن D **هي صورة** B **بالتحاكي الذي مركزه** O **يطلب تحديد نسبته**

ج- بين أن المثلث OAD **قائم**

4)بين أن المجموعة(Γ)**للنقط** M **ذات اللاحقة** Z **التي تحقق :** $|Z - Z_B| = |Z_A|$**هي الدائرة المحيطة بالمثلث** OAD

التمرين الرابع:(07نقاط)



I) نعتبر الدالة g **المعرفة على** $]0;+\infty[$ **كما يلي :** $g(x) = 1 - x(lnx)^2$

تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ **كما في الشكل:** (C_g)

1)بين أنه من أجل كل $]0;+\infty[$ $x \in$ **فإن :** $g'(x) = -(2 - lnx)lnx$

2)استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ **و شكل جدول تغيراتها**

3)بين أن المعادلة $g(x) = 0$ **تقبل حلا وحيدا** α **حيث** $2 < \alpha < 2.1$

ثم استنتج إشارة $g(x)$ **على المجال** $]1;+\infty[$

II) **نعتبر الدالة** f **المعرفة على** $]1;+\infty[$ **كما يلي:** $f(x) = -x + e - \frac{1-\ln x}{lnx}$ **.** (C_f)**تمثيلها البياني في معلم م م** $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ **و فسر الثانية هندسيا**

2)بين أنه من أجل كل $]1;+\infty[$ $x \in$ فإن $f'(x) = \frac{g(x)}{x(lnx)^2}$ **ثم استنتج اتجاه الدالة** f **و شكل جدول تغيراتها**

3)بين أنه من أجل كل $]1;+\infty[$ $x \in$ فإن $f(x) = \frac{-1}{lnx} - x + e + 1$ **ثم استنتج أن** (C_f) **يقبل مستقيما مقاربا مائلا** (D)

يطلب تعيين معادلة له ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني(C_f) **و المستقيم** (D)

4)أكتب معادلة المماس (T) **للمنحني** (C_f) **في النقطة ذات الفاصلة** e

5) أرسم المماس (T) **و المنحني** (C_f)**.**

6)ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m **عدد حلول المعادلة** $f(x) = \frac{1-e}{e}x + m$

الموضوع الثاني

التمرين الاول:(04 نقاط)

1) نعتبر العدد المركب $\alpha = \sqrt{2-\sqrt{2}} - i\sqrt{2+\sqrt{2}}$

أ- بين أن : $\alpha^4 = 16i$

ب- أكتب α على الشكل المثلثي ثم استنتج القيم المضبوطة لكل من $cos\left(\frac{13\pi}{8}\right)$ و $sin\left(\frac{13\pi}{8}\right)$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A, B و C ذات اللاحقات

$Z_A = 2$ ، $Z_B = i$ و $Z_C = 16 + 33i$ على الترتيب

3) أ- عين العبارة المركبة و العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه B و الذي يحول A إلى C

ب-استنتج طبيعة المثلث ABC

ج-أحسب مساحة المثلث CBC' علما أن $S(C) = C'$

التمرين الثاني:(05 نقاط)

وحدة إنتاجية يسيرها 12 عاملا منهم 5 نساء و 7 رجال من بينهم العامل "أحمد"

1) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام . أ- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشيلها بهذه الكيفية؟

ب-أحسب احتمال الحوادث التالية "

A"أعضاء اللجنة نساء" ، B "اللجنة تضم على الأكثر امرأة" ، C"اللجنة تضم على الأقل رجل"

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة مشكلة عدد الرجال الموجودين بها

أ-عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب-أحسب $P(e^{2X} - 4e^X + 3 \leq 0)$

3) يريد العمال تشكيل لجنة مؤلفة من رئيس و نائب له وكاتب . أ- ما هو عدد اللجان التي يمكن تشيلها بهذه الكيفية؟

ب- أحسب احتمال الحادثة D"أحمد عضو باللجنة "

التمرين الثالث:(04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{\sqrt{{u_n}^2+1}} \end{cases}$ حيث α عدد حقيقي

1) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة

2) نضع في كل ما يأتي : $\alpha = 1$

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$. (لاحظ أن $u_{n+1} = \sqrt{4 - \frac{4}{{u_n}^2+1}}$)

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $v_n = \frac{(u_n)^2}{3-(u_n)^2}$

أ- أثبت أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n{}^2 = \frac{3\times 4^n}{2+4^n}$

ج-أحسب المجموع التالي $S = \frac{1}{(u_0)^2} + \frac{1}{(u_1)^2} + \cdots + \frac{1}{(u_n)^2}$

التمرين الرابع:(07 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3e^x-1}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f(x) + f(-x) = 2$. ماذا تستنتج؟

2) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

ب- بين أن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها

3)أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة A ذات الفاصلة 0

4)نعتبر الدالة g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = f(x) - (x+1)$

أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g'(x) = -\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g

ب-أحسب$g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

ج-استنتج الوضع النسبي للمنحني(C_f) و المماس (T). ما ذا يمكن القول عن النقطة A؟

5) أرسم كلا من (T) و(C_f)

6) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون $f(x) = a + \frac{be^x}{e^x+1}$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات ذات المعادلات

$y = x+1$ ، $x = 2$ و $x = -2$

نتمنى لكم التوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا2024