الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الجلفة

ثانوية سي هريف بلحرش- الجلفة -

13ماي 2024

3ع ر ت

المدة:3ساعات ونصف

الاختبار التجريبي في مادة الرياضيات

عالج موضوعا واحدا على الخيار

الموضوع الأول

التمرين الأول:

(u_n)المتتالية المعرفة بـ:$u_0 = e^2 - 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$

1)ا-برهن بالتراجع على انه من اجل كل عدد طبيعي n: $1 + u_n > 0$

ب-بين انه من اجل كل عدد طبيعيn : $u_{n+1} - u_n = (1 + u_n)(e^{-2} - 1$) ثم استنتج اتجاه تغير (u_n):

2)(v_n)المتتالية المعرفة علىNبـ: $v_n = 3(1 + u_n)$

ا-بين إن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب-اكتب v_nبدلالةn واستنتج u_nبدلالةn ، احسب $limu_n$

ج- بين انه من اجل كل عدد طبيعيn : $lnv_0 + lnv_1 + \cdots + lnv_n = (n + 1)(-n + 2 + ln3)$

التمرين الثاني:

يحوي صندوق على4كريات بيضاء تحمل الأرقام:1،1،1،1-و3كريات حمراء تحمل الأرقام:1،1،1

و3كريات سوداء تحمل الأرقام :1،1-،1-،1- (كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس)

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد3كريات من الصندوق

نعتبر الحادثتينA «سحب 3 كريات من نفس اللون»وB « سحب 3 كريات تحمل نفس الرقم»

أ-احسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:A، B، $A \cap B$ و $A \cup B$

ب-احسب احتمال«سحب 3كريات تحمل نفس الرقم علما أنها من نفس اللون»

ج-ليكن Xالمتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة عملية سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة.

-عين قيم المتغير العشوائيX.

-أكتب قانون احتمال المتغير العشوائيXثم احسب أمله الرياضياتي$E(X)$.

2)نسحب الآن 3كريات من الصندوق على التوالي وبدون إرجاع

ماهو احتمال«سحب 3كريات ذات ألوان مختلفة مثنى مثنى»

-اقلب الورقة-

التمرين الثالث:

1)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $i = \frac{\sqrt{3}}{z-1}$ واستنتج حل المعادلة: $\frac{\sqrt{3}}{-iz-1} = i$

2)نعتبر النقط A، B، C و D في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ التي لواحقها على الترتيب هي:

$z_A = -\sqrt{3} - i$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = \sqrt{3} + i$ و $z_D = -1 + i\sqrt{3}$

- جد الطويلة و عمدة لكل عدد من الأعداد المركبة: z_A، z_B، z_C و z_D .

3)أ-عين لاحقة منتصف كل من القطعتين $[AC]$ و $[BD]$.

ب-أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي.

ج-استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$ وعين لاحقة مركز ثقله.

4)عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 8$

التمرين الرابع:

أ) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = x + e^x$

1)ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2)برهن إن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $-0,6 < \alpha < -0,5$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

3)أثبت أن: $\int_{\alpha}^{0} g(x)dx = 1 + \alpha - \frac{1}{2}\alpha^2$

ب) f الدالة المعرفة على المجال $]\alpha;+\infty[$ بـ: $f(x) = ln\left(\frac{1}{g(x)}\right)$

(c) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1)ا-احسب نهايتي f عند α وعند $+\infty$.

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (c) ثم ادرس وضعية (c) بالنسبة إلى (Δ).

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3)بين انه يوجد مماس (T) للمنحنى (c) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

4) ارسم (Δ)، (T) و (c).

5)ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $\ln\left(\frac{e^x}{x+e^x}\right) = m$

6) h الدالة المعرفة على المجال $]-\infty;-\alpha[$ كمايلي: $h(x) = x - \ln(1 - xe^x)$

(γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا-اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-\alpha[$: $h(x) = f(-x)$

ب-بين كيف يمكن انشاء المنحنى (γ) انطلاقا من المنحنى (c) ثم ارسم المنحنى (γ) في المعلم السابق.

الموضوع الثاني ☺☺

التمرين الثاني (4 نقاط):

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس و المباشر $(O,\vec{i},\vec{j})$ نعتبر A ، B ، C و D نقط لواحقها :

$Z_A=\sqrt{3}-i$ ، $Z_B=\overline{Z_A}$ ، $Z_C=2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $Z_D=-Z_B$ على الترتيب.

1/ حلول المعادلة : $Z^2-2\sqrt{3}Z+4=0$ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ هي:

أ/ $\{Z_A,Z_D\}$ ب/ $\{Z_B,Z_D\}$ ج/ $\{Z_A,Z_B\}$

2/ الكتابة الجبرية للعدد المركب : $L=\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ هي :

أ/ $L=-1+i\sqrt{3}$ ب/ $L=\frac{-1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ج/ $L=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

3/ المثلث ABC هو مثلث :

أ/ متساوي الساقين ب/ متقايس الأضلاع ج/ قائم في B

4/ مجموعة النقط M ذات اللاحقة $Z=x+iy$ و التي تحقق: $|\overline{Z}-Z_C|=|Z+Z_D|$ هي مستقيم ذي المعادلة :

أ/ $y=\sqrt{3}x$ ب/ $y=\frac{-x}{\sqrt{3}}$ ج/ $y=x-\sqrt{3}$

التمرين الأول (5 نقاط):

في الشكل تمثيل الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (Δ) مستقيم معادلته $y=x$

1/ أحسب $f(1)$ و $f(\sqrt{3})$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[1;\sqrt{3}]$

2/ أثبت أنه من أجل $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإن : $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$

II/ المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_0=1$ ، $U_{n+1}=f(U_n)$

1/ مثل على حامل محور الفواصل الحدود : U_1 ، U_2 ، U_3، مبرزا خطوط الانشاء في الشكل المرفق (الصفحة 5)

2/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

3/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq\sqrt{3}$.

4/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n\left(2-\sqrt{U_n^2+1}\right)}{\sqrt{U_n^2+1}}$ و استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

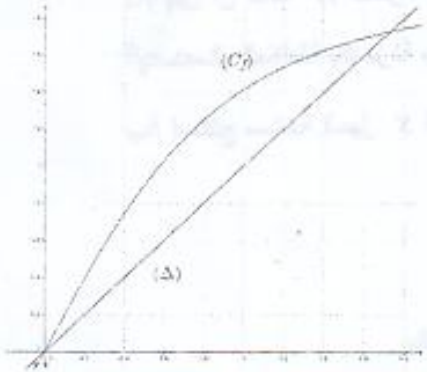
5/ استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

III/ نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ب: $V_n=\frac{U_n^2}{3-U_n^2}$.

أ/ بين أن المتتالية (V_n) ، متتالية هندسية أساسها $q=4$ ثم أحسب حدها الأول V_0.

ب/ أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة U_n بدلالة n. ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}U_n$

ج/ أحسب بدلالة n : $P_n=\frac{(U_0\times U_1\times\cdots\cdots\times U_n)^2}{(3-U_0^2)(3-U_1^2)\cdots\cdots(3-U_n^2)}$



التمرين الثالث (4 نقاط):

وكالة تجارية للإتصالات تتكون من 12 شخص (8 رجال و 4 نساء) ، منهم رجل واحد إسمه منير ، وامرأة واحدة اسمها نادية نريد تشكيل لجنة للتسيير بها 3 أعضاء (كل شخص له الحق أن يكون في اللجنة).

I/ ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة ان الاعضاء لهم نفس المهام .

II/ الآن ، في حالة أعضاء اللجنة متكونة من : الرئيس ، النائب ، الأمين العام

1/ عين عدد اللجان التي يمكن تشكيلها .

2/ أحسب إحتمال الحوادث التالية : A : 'اللجنة تظم منير' . ، B : 'اللجنة تتكون من رجلين و إمرأة'.

C : 'اللجنة تتكون من منير أو نادية '. ، D : 'اللجنة مكونة من إمرأة على الأكثر' .

3/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة مختارة عدد الرجال الذين تم اختيارهم ضمن اللجنة

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ج/ أحسب الامل الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I/ g هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x^2+\ln x$.

1/ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

2/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0.6<\alpha<0.7$

2/ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II/ f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=x^2-1+(\ln(x))^2$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ (مع $OI=1cm$)

1/ أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجال تعريفها

2/تحقق أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x}$

3/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ، ثم أنجز جدول تغيراتها

4/ أ/ أكتب معادلة المستقيم (D) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة $A(1,0)$

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).

5/ أنشئ المستقيم (D) و المنحنى (C_f). مع ($f(\alpha)=-0.4$)

6/أ/بين أن الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $H(x)=x\ln(x)-x$ دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x)=\ln(x)$

أ/باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_1^e \ln^2(x)dx=e-2$

ب/ إستنتج مساحة الحيز S المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيمات (D) و $x=1$ و $x=e$

بالتوفيق للجميع في بكالوريا جوان 2024 إنتهى

الوثيقة المرفقة : اللقب : .....الإسم :.....القسم: .....