الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الرحمان كرزازي – بوقدير –

امتحان بكالوريا تجريبي **دورة :ماي 2024**

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : 0، 1، 2 و سبع كريات حمراء مرقمة بـ : 0، 1، 1، 1، 1، 2، 2، 2 كل الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق

1) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "الكريات المسحوبة تحمل أرقام زوجية "

B " الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل "

C " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها زوجي "

2) بين أن $P(A \cap B)=\frac{2}{15}$ هل الحدثين A و B مستقلتين ؟

3) علما أن الكريات المسحوبة تحمل أرقام زوجية ما احتمال ان تكون منها واحدة على الأقل بيضاء .

4) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات المتحصل عليها التي تحمل أرقام زوجية .

- عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$
- احسب $P(e^X - e \geq 0)$

التمرين الثاني :(05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $(z+1-\sqrt{3})(z^2+2z+4)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D لاحقاتها على الترتيب : $z_A=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-1+\sqrt{3}$ $z_D=iz_C$

1. اكتب z_A على شكل أسي .

2. بين أن $z_B-z_C=i(z_A-z_C)$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3. بين أن النقط C ، D و A على استقامة واحدة .

4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{\sqrt{6}}{z_C-z_A}\right)^n$ تخيلي صرف .

5. بين أن العدد المركب Z حيث $Z=\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2024}+\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1445}$ حقيقي .

6. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي لاحقتها z والتي تحقق :

$$Arg(z_B-z)-Arg(z_A-z)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = \ln 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \ln\left(\frac{1+e^{u_n}}{2}\right)$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e^{u_{n+1}} - e^{u_n} = \frac{1-e^{u_n}}{2}$.

ج) استنتج أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ،ثم استنتج أنها متقاربة .

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{e^{u_n}-1}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب. عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \ln\left(e^{u_0}-1\right) + \ln\left(e^{u_1}-1\right) + \ln\left(e^{u_2}-1\right) + ... + \ln\left(e^{u_n}-1\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I)نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 1 + 2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ حل وحيد α وأن $0,52 < \alpha < 0,53$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II)نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $]0;+\infty[$: $f(x) = -x + \frac{3+2\ln x}{x}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ت) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ث) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم المقارب (Δ).

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

5) أنشئ (T) ، (Δ) و (C_f) (نضع $f(2,11) = 0$ $f(0,22)$)

6) m وسيط حقيقي . ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $3 + 2\ln x - mx = 0$

7) احسب العدد الحقيقي I حيث $I = \int_{e^{-1}}^{e} \frac{3+2\ln x}{x}\,dx$ ، فسر النتيجة.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

يحتوي الصندوق U على أربع كريات بيضاء و ثلاث كريات سوداء و الصندوق V على ثلاث كريات بيضاء و كرة واحدة سوداء كل الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس .

نعتمد طريقة السحب التالية نسحب كرية واحدة من الصندوق U

اذا كانت بيضاء نضعها في الصندوق V و نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق V

اذا كانت سوداء نضعها في الصندوق V و نسحب كرتين بالتتابع دون إرجاع من الصندوق V

1) شكل شجرة احتمالات توضح فيها التجربة

2) احسب احتمال الحوادث الأتية :

A "الكرية المسحوبة من الصندوق U سوداء "

B " الكرتين المسحوبتين من الصندوق V لها نفس اللون "

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من الصندوق V لها نفس اللون ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من الصندوق U سوداء

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بعدد الكريات سوداء المسحوبة من الصندوق V

5) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثاني :(04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة :

1. شكل أسي للعدد z حيث : $z=\dfrac{2-2i}{1+\sqrt{3}}$ هو $z=\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$
2. عمدة العدد المركب : $Z=2i\left(\sin\theta-i\cos\theta\right)$ هي : $Arg\left(Z\right)=-\theta+2k\pi$
3. مجموعة النقط M من المتوي ذات اللاحقة z التي تحقق $2i\overline{z}=2+\left(3+i\sqrt{3}\right)e^{i\theta}$ هي :

   دائرة مركزها A لاحقتها $z_A=-i$ و نصف قطرها $r=\sqrt{3}$
4. من أجل كل العدد الطبيعي n فردي $\left(\sqrt{3}-i\right)^{3n}$ تخيلي صرف

التمرين الثالث :(05 نقاط)

1) $\left(u_n\right)$متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=\alpha$ (حيث α عدد حقيقي) و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=2-\dfrac{4}{u_n+3}$

   أ) عين قيمة α حتى تكون $\left(u_n\right)$متتالية ثابتة .

2) في كل مايأتي نفرض أن $u_0=0$

   أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n<1$.

   ب) بين أن $\left(u_n\right)$ متتالية متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة .

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<1-u_{n+1}\le\dfrac{1}{3}\left(1-u_n\right)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<1-u_n\leq\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$

- بين أن $n+1-\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)\leq S_n<n+1$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=1+xe^{1-x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-0,28<\alpha<-0,27$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{3}x^2e^{2-2x}+\frac{2}{3}xe^{1-x}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=1cm$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ فسر النتيجة هندسيا.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{2}{3}g'(x).g(x)$

ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[1;+\infty[$ و متزايدة على المجال $[1;\alpha]$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

ح) بين أن $f(\alpha)=-\frac{1}{3}$

3) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين احداهما المبدأ O و الأخرى فاصلتها β حيث $-0,8<\alpha<-0,7$.

4) أرسم المنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$.

5) H الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $H(x)=-\frac{1}{4}(2x^2+2x+1)e^{2-2x}$

أ) بين أن الدالة H أصلية للدالة $h\mapsto x^2e^{2-2x}$ على $\mathbb{R}$.

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $\int_0^1xe^{1-x}dx=e-2$.

ت) احسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الثاني

التوفيق في امتحان شهادة البكالوريا