على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضـــــــــوع الأول:

التمرين الأول (04 نقاط) :

أجب بصحيح او خطأ مع التبرير في كل حالة :

1) Z عدد مركب حيث $Z = 2\left(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}\right)$

الشكل المثلثي للعدد المركب Z هو $Z = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

2) العبارة $Z' = 2iZ + 5 - i$ تعرف دوران مركزه Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega = \frac{7}{5} + \frac{9}{5}i$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

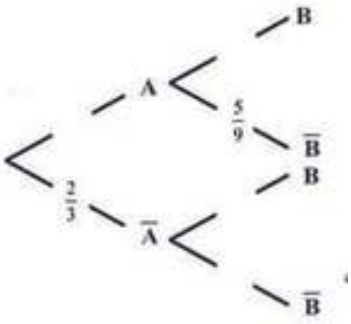
3) $Z_1 = 1 - i$ و $Z_2 = 1 + i$ هما حلان للمعادلة $Z^2 - 2Z + 2 = 0$.

4) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث $|\overline{Z} + 1 - 3i| = |iZ - 2i|$ هي حامل محور الفواصل.

التمرين الثاني (04 نقاط) :

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان يحتوي U_1 على 5 كرات حمراء و 4 بيضاء ويحتوي U_2 على 4 كرات حمراء و3 كرات بيضاء .(الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي زهرة نرد غير مزيفة إذا تحصلنا على رقم مضاعف لـ3 نسحب كرتين في آن واحد من الصندوق U_1 وفي باقي الحالات نسحب كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة من U_2.



نسمي الحدث A : "الحصول على رقم مضاعف لـ3 "

نسمي الحدث B : "الحصول على كرتين من نفس اللون "

1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم اكملها.

2) احسب $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون. أحسب إحتمال أن يكونا من الصندوق U_2

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة العدد 2 في حال كانت الكرتين من نفس اللون ، والعدد 1- في حال كانت الكرتين مختلفتين في اللون.

- عرف قانون إحتمال للمتغير العشوائي X ثم بين أن $E(X) = \frac{205}{441}$.

التمرين الثالث (04 نقاط) :

نعتبر المتتالية الهندسية (V_n) حدودها موجبة تماما و المعرفة على N كالأتي: $\begin{cases} v_0 = e^2 \\ v_4 - 9v_2 = 0 \end{cases}$

1) أ/ أثبت أن أساس المتتالية (V_n) $q = 3$ ثم أكتب v_n بدلالة n وأحسب $\lim\limits_{n\to\infty} V_n$.

ب/ أحسب بدلالة n كلا من S_n و P_n حيث :

$S_n = v_0^2 + v_1^2 + \cdots + v_n{}^2$ و $P_n = v_0 \times v_1 \times \ldots \times v_n$

2) نعتبر المتتالية العددية (W_n) المعرفة على N كالأتي $w_n = \ln(v_n)$.

أ/ برهن أن المتتالية (W_n) حسابية يطلب تعين اساسها وحدها الاول.

ب/ أكتب عبارة الحد العام للمتتالية (W_n) بدلالة n .

ج/ احسب المجموع $T_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$

التمرين الرابع (08 نقاط):

I) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب $g(x) = 1 + (x^2 + x - 1)e^{-x}$

1/ أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2/ أ/ بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ **حلين في** $\mathbb{R}$ أحدهما معدوم والأخر $-1.52 < \alpha < -1.51$.

ب/ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -x + (x^2 + 3x + 2)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$(وحدة الطول 1cm).

1/أ/ أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$.

ج/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$ $(f(\alpha) \approx 0.38)$.

د/عين دون حساب: $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2/أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (C_f) **عند** $+\infty$،

ثم أدرس وضعيته بالنسبة ل (C_f).

ب/ بين أن للمنحنى نقطتي إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتهما.

3/ أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) على المجال $]-2;+\infty[$.

4/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة

$(m - x)e^x + (x^2 + 3x + 2) = 0$ على المجال $]-2;+\infty[$.

III) h و H الدالتان المعرفتان على $\mathbb{R}$ ب:

$h(x) = x + f(x)$ و $H(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

1/ عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون الدالة H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

λعدد حقيقي موجب تماما حيث: $A(\lambda) = \int_0^{\lambda} h(x)$

2/ أحسب التكامل $A(\lambda)$ وفسر النتيجة هندسيا.

الموضـــــــوع الثانـــي:

التمرين الأول (04 نقاط):

يحتوي صندوق على 5 كرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس منها 2 كرية خضراء و 3 كريات حمراء

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الصندوق ونرمز بX للمتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

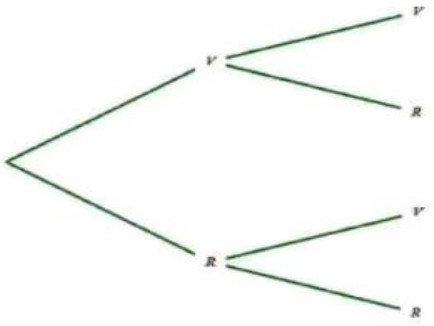
أ/ تحقق أن $P(X=0)=\frac{3}{10}$ ،ثم عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضياتي.

ب/ أحسب إحتمال الحدث A : " الكريتان المسحوبتان من نفس اللون "

2) نسحب الآن من الصندوق كرتين على التوالي بالطريقة التالية : إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء نعيدها إلى الصندوق أما إذا كانت الكرية المسحوبة خضراء لا نعيدها .

نرمز للكرية الخضراء بالرمز V و الحمراء بالرمز R

.



أ/ أنقل شجرة الإحتمالات المقابلة ثم أكملها.

ب/ أحسب إحتمال الحادثتين:

B:" الكرية المسحوبة الاولى خضراء"

C:" إحدى الكريتين المسحوبتين خضراء"

ج/ بين أن إحتمال أن يبقى في الصندوق 2 كرية خضراء هو $\frac{9}{25}$.

التمرين الثاني (05 نقاط):

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N كالأتي : $u_0=11$ و $u_{n+1}=2+\sqrt{u_n-2}$

1) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $3\leq u_n\leq 11$.

2) أثبت أن (U_n) متناقصة و ماذا تستنتج ؟ و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_{n+1}-3\leq \frac{1}{2}(u_n-3)$ ثم

إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\leq u_n-3\leq 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ بطريقة أخرى.

4) (V_n)المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي : $v_n=\ln(u_n-2)$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية ، يطلب تحديد أساسها و حدها الأول v_0 ثم أكتب بدلالة nعبارة v_n

ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ب) أكتب بدلالة n المجموع S_n و P_n حيث :

$S_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$ و $P_n=(u_0-2)\times(u_1-2)\times\ldots\times(u_n-2)$

ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الثالث (04 نقاط):

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$نعتبر النقط A، B و C

التي لواحقها على الترتيب: $Z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $Z_B=-1+\sqrt{3}i$ ، $Z_C=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$

1)أ/ أكتب Z_Aو $Z_E=\frac{Z_A}{1+i}$على الشكل المثلثي.

ب/ أثبت أن $Z_C-Z_B=-\sqrt{3}i(Z_A-Z_B)$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC.

2) عين Z_D لاحقة النقطة Dمرجح الجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$ ثم إستنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

3) أ/ اكتب العدد Z_Eعلى شكله الجبري ثم إستنتج القيم المظبوطة لـ $\sin\frac{\pi}{12}$ و $\cos\frac{\pi}{12}$

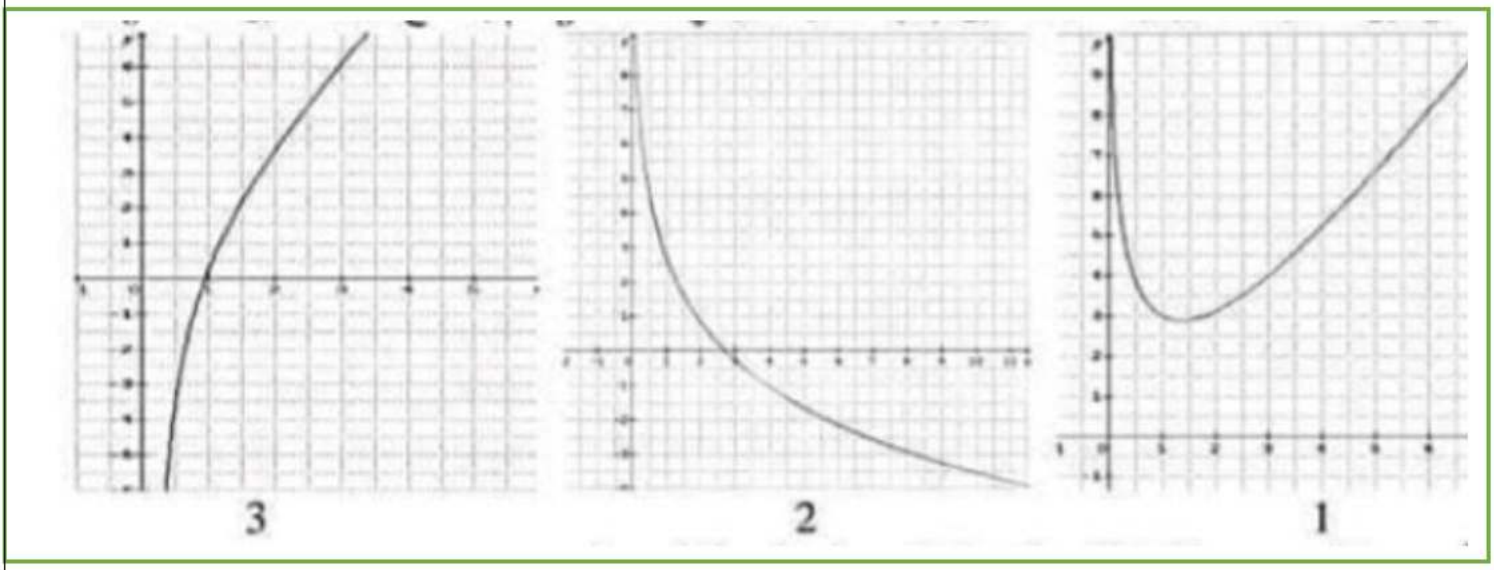
ب/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\sqrt{2}Z_E\right)^n$ عددا حقيقيا.

ج/ عين مجموعة النقط Mمن المستوي ذات اللاحقة Z حيث $arg\left((1+i)Z-Z_A\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I) g الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $g(x)=(x+1)(x+e)-e(x\ln x)$

1/ من بين التمثيلات البيانية الثلاثة عين (C) التمثيل البياني للدالة g' ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة g



2 / أحسب $\lim_{x\to 0} g(x)$، ثم إستنتج ان $g(x)>0$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) نعتبر f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\ln(x+1)+\frac{e\ln x}{x+1}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2/ أ/ بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^2}$.

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3/ أ/ بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0.7<\alpha<0.8$.

ب/ (γ)هو المنحنى الممثل للدالة $x\longmapsto\ln(x+1)$ في المعلم السابق.

أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-\ln(x+1)]$. فسر النتيجة بيانيا ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ).

4/ أنشئ (γ) و (C_f).

III) h الدالة المعرفة على المجال $\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[$ ب: $h(x)=f(-3x+2)$.

دون حساب عبارة $h(x)$ حدد إتجاه تغير الدالة h على مجموعة تعريفها

بالتوفيق للجميع في شهادة البكالوريا