الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة **ثانوية صالح بوجنانة – بوحاتم –**

امتحان البكالوريا التجريبي **دورة: ماي2024 .**

الشعبة : هندسة مدنية

اختبار في مادة : الرياضيات **المدّة :04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 225 و 180 .

2) نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة : $225x - 180y = 90$ ..... (1) .

أ. بيّن أنّ المعادلة (1) تكافئ المعادلة : $5x - 4y = 2$ ..... (E)

ب. بيّن أنّ المعادلة (1) تقبل حلولا في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ثمّ حل المعادلة اذا علمت أن الثنائية $(2;2)$ حل خاص لها .

ج. عيّن الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق : $|x + y - 1| < 7$.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{52}$ في النظام ذي الأساس α ، و $\overline{44}$ في النظام ذي الأساس β حيث : $\alpha < 10$

- عيّن α و β ، ثمّ أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n}$.

1) تحقق من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $u_{n+1} = 2 - \frac{1}{u_n}$.

2) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $1 < u_n \leq 2$.

3) حدد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) واستنتج أنّها متقاربة .

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = 3 + \frac{1}{u_n - 1}$.

أ. بيّن أنّ المتتالية (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب. أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج من أجل كل عدد طبيعي n أنّ : $u_n = \frac{n+2}{n+1}$.

5) أ. تحقق من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أنّ : $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

ب. أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{u_1}{3} + \frac{u_2}{8} + \frac{u_3}{15} + \cdots + \frac{u_n}{n(n+2)}$. حيث : $n \in \mathbb{N}^*$.

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

يحتوي كيس على **خمس** كريات حمراء تحمل الأرقام -1 ، 0 ، 1، 1 ، 2 و **أربع** كريات سوداء تحمل الأرقام -2 ، 0 ، 1 ، 2. الكريات كلها متماثلة ولانفرق بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا ثلاث كريات في آن واحد من الكيس .

1) نعتبر الحدثين : A : " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون "

B : " الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم "

أ. أحسب $P(A)$ احتمال الحدث A و $P(B)$ احتمال الحدث B .

ب. بيّن أن $P(A \cap B) = \frac{3}{28}$ ثمّ استنتج $P(A \cup B)$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في الكيس .

أ. عرّف قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .

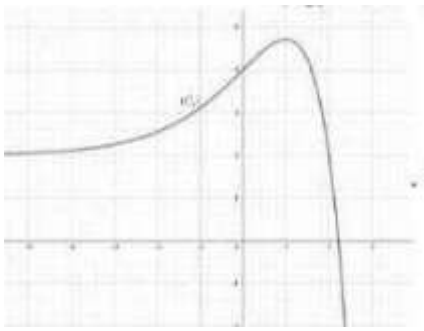
ب. أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ ، ثمّ استنتج $E(1444X + 2023)$.

3) نعيد الكيس الى وضعه الأول ثم نسحب منه ثلاث كريات على التوالي مع الارجاع .

– أحسب احتمال الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها سالب تماما .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2 - x)e^x + 2$. و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. (كما في الشكل)



1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $2{,}21 < \alpha < 2{,}22$.

2) بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

II. f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{1+e^{-x}}$

، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$.

1) أحسب: $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ ثمّ فسر بيانيا نتيجة النهاية الأخيرة .

2) أ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{x.g(-x)}{(1+e^{-x})^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ج. بيّن أنّ $f(-\alpha) = \alpha(\alpha - 2)$ ثمّ أعط حصرا للعدد $f(-\alpha)$

3) أ. بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $1{,}1 < \beta < 1{,}2$.

ب. حل في المعادلة $E(f(x)) = 0$ حيث E هي دالة الجزء الصحيح .

4) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة $x \longmapsto x^2$ على $\mathbb{R}$.

أ. بيّن أنّ : $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x^2] = 0$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ب. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .

5) أنشئ (C_f) و (Γ) . (تعطى : $f(-\alpha) \approx 0.48$)

6) ناقش بيانيا وحسب قيّم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x) = x^2 + ln(m)$.

7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $0 \leq f(x) \leq x^2$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}$ الذي يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نريد تشكيل فرقة استكشاف للبرية تضم 3 أعضاء منهم قائد ومسعف و ومقتفي أثر ، من بين أربع رجال H_1 ، H_2 ، H_3 و H_4 و3 نساء F_1 ، F_2 و F_3 .

1) أحسب احتمال كل حدث من الحوادث التالية :

A : " كل أعضاء الفرقة رجال " B : " الفرقة تضمّ على الأكثر امرأة "

C : " H_1 هو المسعف في هذه الفرقة "

2) بيّن أنّ : $\mathrm{P}(B \cap C) = \frac{24}{210}$.

3) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل فرقة بحث عدد الرجال فيها .

أ. عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي .

ب. أحسب احتمال الحدث : " $|X| < 2$ " .

ج . أحسب الأمل الرياضياتي $\mathrm{E}(X)$ للمتغيّر العشوائي X

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1) أ. أدرس حسب قيّم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كلا من 2^n و 3^n على 5 .

ب. عيّن باقي قسمة $2023^{1444} + 1444^{2023}$ على 5 .

2) نعتبر المتتاليتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$\begin{cases} u_0 = 2 \text{ ، } u_1 = 5 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n \end{cases}$ و $v_n = u_n - 2^n$

أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 3u_n - 2^n$

ب. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ج. أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 3^n + 2^n$.

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $u_n \equiv 0[5]$.

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، العدد u_n فردي .

5) عيّن قيّم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون رقم آحاد u_n هو 3 .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{u}; \vec{v})$.النقط A ، B و C لواحقها:

$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = z_A e^{i\frac{5\pi}{6}}$ على الترتيب .

1) حل في ي مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2) أحسب كلا من $|z_A|$ ، $|z_B|$ و $|z_C|$ ثمّ استنتج أنّ النقط A،B و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3) أ. أكتب كلا من z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

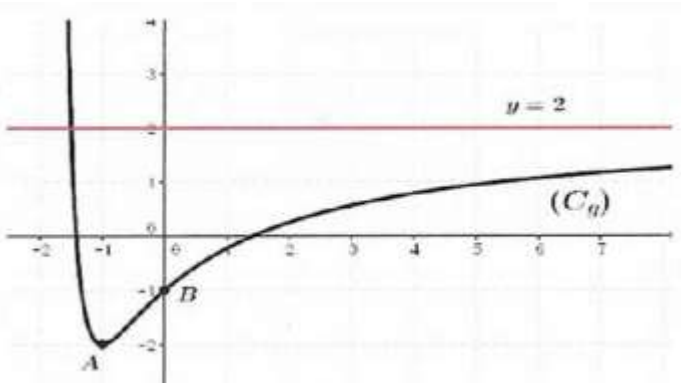
ب. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي ثمّ استنتج طبيعة المثلث ABO .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي موجب تماما ثمّ اكتب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024}$ على الشكل الجبري .

5) عيّن مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\left|\frac{iz-\sqrt{3}-i}{\bar{z}}\right| = 1$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. التمثيل البياني (C_g) المقابل هو لدالة g معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \frac{ax^2+bx+c}{(x+2)^2}$.



(C_g) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 2$ عند $+\infty$ ومماسا أفقيا في النقطة $A(-1;-2)$ ويشمل النقطة $B(0;-1)$.

1) باستخدام المقارب عند $+\infty$ أثبت أنّ : $a = 2$ ثمّ بيّن أنّ : $b = 0$ و $c = -4$.

2) أدرس حسب قيّم x إشارة $g(x)$ على $]-2;+\infty[$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = 2x + 4 - 8ln(x+2) - \frac{4}{x+2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $(\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm)$

1) أ. أثبت أنّ الدالة f أصلية للدالة g على المجال $]-2;+\infty[$ ثمّ استنتج اتجاه تغيّر الدالة f .

ب. باستعمال النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ >}} (x+2)ln(x+2) = 0$ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ >}} f(x)$ وفسّر النتيجة بيانيا .

ج. باستعمال النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{ln(x+2)}{x+2} = 0$ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ شكل جدول تغيّرات الدالة f .

2) أ. بيّن أنّ المستقيم (d) ذي المعادلة $y = -2x - 4$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(-1;-2)$.

ب. أدرس اتجاه تغيّر الدالة h المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $h(x) = f(x) - (-2x-4)$.

ج. أحسب $h(-1)$ ثمّ استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى المستقيم (d) .

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $7 < \alpha < 7{,}1$.

4) أنشئ (C_f) و (d) على المجال $]-2;\alpha]$.

5) نعتبر التكامل : $I = \int_0^1 h(x)\,dx$.

أ. بيّن أنّ الدالة $x \mapsto (x+2)ln(x+2) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto ln(x+2)$ على المجال $]-2;+\infty[$.

ب. أحسب العدد I ثمّ فسر النتيجة هندسيا .

انتهى الموضوع الثاني .