الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية ورقلة — **ثانويات مقاطعتي ورقلة - 1- تقرت -2-**
بكالوريا تجريبية للتعليم الثانوي — **دورة ماي 2024**
الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة : 04 سا و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

1) أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 5^n على 7 .

ب- بين أن $5^{5780}-5^{4050}\equiv 2^{1445}-4^{2025}[7]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $1444^{1445}-2027^{2025}$ على 7.

2) من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر العددين الطبيعيين α و β حيث: $\alpha=5^{n+1}+4$ و $\beta=2\alpha+7$.

أ- عين الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون : $\alpha\equiv 0[7]$

ب- استنتج القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين α و β .

3) أ- بين أن $\alpha\equiv 0[7]$ يكافئ $\beta\equiv 0[7]$.

ب-استنتج الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العددان α و β أوليان فيما بينهما.

التمرين الثاني (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كريات خضراء مرقمة 3،4،4،5،5 و أربع كريات بيضاء مرقمة 3،3،4،4 و ثلاث كريات حمراء مرقمة 3،4،5 .الكريات لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب من الصندوق ثلاث كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الحوادث A,B,C حيث:

A : "سحب ثلاث كريات من نفس اللون"

B : " سحب ثلاث كريات تحمل نفس الرقم"

C : " سحب ثلاث كريات تحمل أرقاما أولية"

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الخضراء المسحوبة.

أ- عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N بـ $U_0=\frac{9}{2}$ و $U_{n+1}=\sqrt{U_n-4}+4$.

1) أ- مثل على حامل محور الفواصل الحدود $U_0;U_1;U_2;U_3$ **(أنظر الوثيقة الملحقة ص 3/5)**

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (U_n) ؟

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4\prec U_n\prec 5$

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_{n+1}-U_n=\frac{-(U_n-4)(U_n-5)}{\sqrt{U_n-4}-4+U_n}$

ب- استنتج أن المتتالية (U_n) متزايدة .

4) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ $V_n=\ln(U_n-4)$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n=4+e^{[-\ln(2)](\frac{1}{2})^n}$ ثم استنتج نهاية (U_n)

ت- أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=(U_0-4)\times(U_1-4)\times\ldots\times(U_n-4)$

التمرين الرابع (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على R كما يلي : $g(x) = xe^{-x} - 1$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) أحسب $g(1)$ و استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على R كما يلي : $f(x) = \dfrac{1 + x + xe^{x}}{e^{x}}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

3) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ مستنتجا تفسيرا بيانيا لذلك.

ب- أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذا المعادلة $x - y = 0$.

4) أ- بين أن المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثييها.

ب- بين أن المنحني (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\dfrac{2}{3} \prec \alpha \prec -0.5$

5) أنشئ كلا من المماس (T) و المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C) .

6) باستعمال المنحنى (C) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x + 1 = me^{x}$

7) أ- بين أن الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية : $y' + y = 1 + x + e^{-x}$.

ب- أحسب بدلالة العدد الحقيقي λ مساحة الحيز المستوي $S(\lambda)$ المحدد بالمنحني (C) و بالمستقيمات ذات المعادلات $x = 0$ ، $x = \lambda$ و $y = x$ حيث $\lambda \succ 0$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس. منها 4 كريات خضراء مرقمة بـ : 1، 1، 1، 2 و ثلاث كريات حمراء مرقمة بـ 0، 1، 2 و كرية واحدة بيضاء رقمها 1.

1) نسحب عشوائيا من الكيس كريتين الواحدة تلو الأخرى دون إرجاع الكرية المسحوبة إلى الكيس و نعتبر الحدثين A و B الآتيين :

A :"الكريتين المسحوبتين مختلفتين في اللون"

B : "الكريتين المسحوبتين تحملان نفس الرقم"

أ- بين أن إحتمال الحدث A يساوي $\frac{19}{28}$.

ب- أحسب احتمال الحدث B .

2) نعيد الكريات إلى الكيس ثم نسحب منه كريتين في آن واحد ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يمثل مجموع رقمي الكريتين المحصل عليهما.

أ- بين أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{1,2,3,4\}$.

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ت- أحسب $p(e^{x+4} \prec 2024)$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر المعادلة $(E)...104x-17y=278$ ذات المجهول (x,y) حيث x و y عددان صحيحان نسبيان.

1) أ- عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 17 و 104 ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في Z^2.

ب- بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن $x \equiv 3[17]$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2) λ عدد طبيعي يكتب بـ $\overline{1\alpha\beta1\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 6 و يكتب $\overline{1\alpha\alpha\beta\beta0}$ في نظام التعداد الذي أساسه 4 حيث α و β عددان طبيعيان.

أ- عين α و β .

ب- أكتب λ في النظام العشري.

التمرين الثالث (05 نقاط)

1) **نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثيري الحدود Q(z) و P(z) حيث :**

$Q(z)=2z^2-2(4+i2\sqrt{3})z+3+i(7\sqrt{3})$ و $P(z)=Q(z)(z^2-3z+2)$.

أ- بين أن $Q(\frac{3}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة $Q(z)=0$.

ب- **استنتج في مجموعة الأعداد المركبة C حلول المعادلة** $P(z)=0$.

2) **نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس** $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A,B,C ذات اللواحق z_A و z_B و z_C حيث : $z_A=1$ و $2z_B=3+i\sqrt{3}$ و $2z_C=5+i3\sqrt{3}$.

أ- بين أن z_B يكتب على الشكل $z_B=\sqrt{3}e^{i(\frac{\pi}{6})}$ ويكتب على الشكل $z_B=1+e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج أن النقطة B تنتمي إلى دائرتين (γ_1) و (γ_2) مركزيهما ω_1 و ω_2 و نصفي قطريهما r_1 و r_2 على الترتيب يطلب تعيين المركزين و نصفي القطرين .

ب- بين أن النقطة C تنتمي إلى الدائرة (γ_3) التي مركزها B ويطلب تعيين نصف قطرها r_3 .

3) أ- أكتب العدد $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على شكله ألأسي ثم استنتج أن النقط A,B,C في استقامية

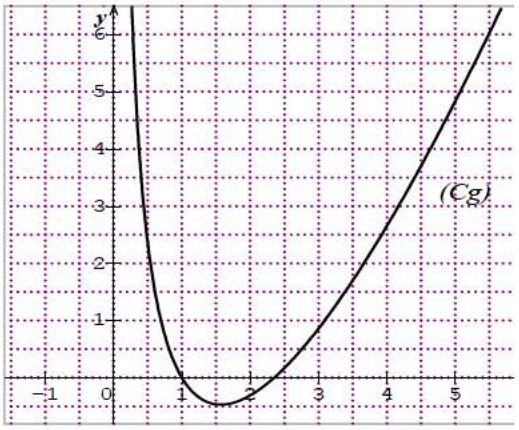
ب- أنشئ الدوائر (γ_1) و (γ_2) و (γ_3) مستنتجا بدقة إنشاء للنقط A,B,C

4) n عدد طبيعي. بين أن $(z_B)^n$ عددا تخيليا صرفا إذا وفقط إذا كان $n=6\lambda+3$ حيث λ عدد طبيعي

التمرين الرابع (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=(x-1)\ln x+\frac{2}{x}-2$.

(C_g) تمثيلها البياني يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما α و 1 (لاحظ الشكل المقابل)



1) بقراءة بيانية حدد حسب قيم x من المجال $]0,+\infty[$ إشارة $g(x)$.

2) تحقق أن $2.3 \prec \alpha \prec 2.4$.

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=(\frac{1}{2}x^2-x+2)\ln(x)-\frac{1}{4}x^2-x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. $(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا ثم بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم انشئ جدول تغيراتها.

3) أ- أنشئ (C_f) (تأخذ القيم : $f(1)=-1.25;\ f(\alpha)=-1.67;\ f(3.87)=0$)

ب- استنتج بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها المعادلة $f(x)=m$ تقبل ثلاث حلول يطلب تعيينها

III. نعتبر الدالة F المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $F(x)=(\frac{1}{6}x^3-\frac{x^2}{2}+2x)\ln(x)-\frac{5}{36}x^3-\frac{x^2}{4}-2x$

1) بين أن F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$.

2) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=4$ و $x=5$.

إنتهى و بالتوفيق في شهادة البكالوريا

الإسم: ..... **القسم:** .....

اللقب:.....

وثيقة تابعة للتمرين الثالث الموضوع الأول .

- **ينجز العمل المطلوب على الورقة و تعاد مع ورقة الإجابة.**