الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية عبد الرحمان كرزازي – بوقدير –

امتحان بكالوريا تجريبي **دورة :ماي 2024**

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات **المدة : 04 سا و 30د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

<u>الموضوع الأول</u>

التمرين الأول :(05 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء مرقمة بـ : 0، 1، 2 و سبع كريات حمراء مرقمة بـ : 0، 1، 1، 1، 1، 2، 2، 2 كل الكريات متماثلة لانفرق بينها عند اللمس

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

1) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "الكريات المسحوبة تحمل أرقام زوجية "

B " الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل "

C " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها زوجي "

2) نعتبر المتغير العشوائي X المرتبط بعدد الكرات المتحصل عليها التي تحمل أرقام زوجية

- عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X
- احسب امله الرياضياتي $E(\mathrm{X})$
- احسب $P\left(e^{\mathrm{X}}-e\geq 0\right)$

التمرين الثاني :(04 نقاط)

2 نعتبر المعادلة (E_1) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية (E_1) ..... $645x-195y=60$

1 – أ) أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 195و 645، ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب) بين أن المعادلة تكافئ (E_2) ..... $129x-39y=12$

2 – أ) تحقق أن الثنائية $(1;3)$ حل للمعادلة (E_2) ، ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_2) .

ب) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على العدد 5

ج) جد كل الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (E_2) التي تحقق $2023^{y-x}\equiv 1[5]$

التمرين الثالث: (04نقاط)

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\ln 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\ln\left(\dfrac{1+e^{u_n}}{2}\right)$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $e^{u_{n+1}}-e^{u_n}=\dfrac{1-e^{u_n}}{2}$.

ج) استنتج أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ،ثم استنتج أنها متقاربة .

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1}{e^{u_n}-1}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=2$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب. عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \ln\left(e^{u_0}-1\right)+\ln\left(e^{u_1}-1\right)+\ln\left(e^{u_2}-1\right)+...+\ln\left(e^{u_n}-1\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I)نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+1+2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن للمعادلة: $g(x)=0$ حل وحيد α وأن $0,52<\alpha<0,53$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II)نعتبر الدالة f المعرفة على المجال بـ $]0;+\infty[$: $f(x)=-x+\dfrac{3+2\ln x}{x}$

$\left(C_f\right)$ المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ $\left\|\vec{i}\right\|=1cm$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ت) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ث) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$

ج) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة الى المستقيم المقارب (Δ)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن $f(\alpha)=2\left(\dfrac{1}{\alpha}-\alpha\right)$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) بين أن $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

5) أنشئ (T) ، (Δ) و $\left(C_f\right)$ (نضع $f(2,11)=f(0,22)=0$)

6) m وسيط حقيقي . ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $3+2\ln x-mx=0$

7) احسب العدد الحقيقي I حيث $I=\int_{e^{-1}}^{e}\dfrac{3+2\ln x}{x}\,dx$ ، فسر النتيجة.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

وحدة إنتاجية بمصنع يسيرها خمس رجال H_1 ، H_2 ، H_3 ، H_4 و H_5 و ثلاث نساء F_1 ، F_2 و F_3

نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاث أعضاء (رئيس فرع و نائب أول و نائب ثاني)

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تكوينها

2) احسب احتمال الحوادث الأتية

A "أعضاء اللجنة من نفس الجنس "

B " اللجنة مكونة من رجلين و امرأة "

C "H_1 رئيس اللجنة "

D " يوجد رجل واحد على الأقل في اللجنة "

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق عدد النساء في اللجنة .

4) عين قيم المتغير العشوائي .

5) عرف قانون احتمال للمتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني :(05 نقاط)

1 – أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 2^n و 3^n على 5.

2 – عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A على 5 حيث : $A = 4\times 1962^{1954} + 3\times 2024^{1445} - 2023^{2024}$

3 – عين مجموعة الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون العدد $2024^{2n+1} + 2n + 3$ مضاعفا للعدد 5.

4 – عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $2^n + 3^n \equiv 0[5]$

5 – عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $2^n + 3^{2n} + 4^{3n} \equiv 0[5]$

التمرين الثالث :(04 نقاط)

1) (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = \alpha$ (حيث α عدد حقيقي) و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2 - \dfrac{4}{u_n + 3}$

أ) عين قيمة α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

2) في كل ماياتي نفرض أن $u_0 = 0$

ح) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n < 1$.

ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

ج) استنتج أن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ،ثم استنتج أنها متقاربة .

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 1 - u_{n+1} \le \dfrac{1}{3}(1 - u_n)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < 1 - u_n \le \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

بين أن $n+1-\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) \leq S_n < n+1$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 + xe^{1-x}$

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $-0,28 < \alpha < -0,27$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{3}x^2e^{2-2x} + \frac{2}{3}xe^{1-x}$.

(C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ فسر النتيجة هندسيا

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2}{3}g'(x).g(x)$

ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجالين $]-\infty;\alpha]$ و $[1;+\infty[$ و متزايدة على المجال $[1;\alpha]$

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) اكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0

4) بين أن $f(\alpha) = -\frac{1}{3}$.

5) أرسم (T) و المنحنى (C_f) .

6) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين احداهما المبدأ O و الأخرى فاصلتها β حيث $-0,8 < \alpha < -0,7$

7) أرسم المنحنى (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$.

8) H الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $H(x) = -\frac{1}{4}(2x^2+2x+1)e^{2-2x}$

أ) بين أن الدالة H أصلية للدالة $h \mapsto x^2e^{2-2x}$ على $\mathbb{R}$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $\int_0^1 xe^{1-x}dx = e-2$

ت) احسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

التوفيق في امتحان شهادة البكالوريا