الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2023 / 2024
اختبار الثلاثي الثالث
المستوى: الثالثة ثانوي. الشعبة: علوم تجريبية

المادة: رياضيات — المدة : 03 ساعات و نصف

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

في كل مما يلي عين الإجابة الصحيحة مع التبرير:

1. يتكون فريق عمل من 4 نساء و 3رجال ، يراد تشكيل لجنة تتكون من 3 أعضاء .
احتمال ان تكون اللجنة من الجنسين هو:

أ. $\frac{6}{7}$ ب. $\frac{12}{35}$ ج. $\frac{18}{35}$

2. β عدد حقيقي ، تكون الأعداد e^{β} ، $e^{\beta}-1$ و $2e^{\beta}$ بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل:

أ. $\beta=1$ ب. $\beta=\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$ ج. $\beta=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$

3. f الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $y'+2y=4$ والذي يحقق الشرط $f(0)=2021$ هو:

أ. $f(x)=2019e^{-2x}+2$ ب. $f(x)=2019e^{2x}+2$ ج. $f(x)=2021e^{-2x}-2$

4. المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_n^{n+1} e^{3-x}dx$ هي متتالية :

أ. حسابية ب. هندسية ج. لا حسابية ولا هندسية

التمرين الثاني:(04 نقاط)

يحتوي كيس على خمس كريات بيضاء مرقمة بـ: 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، -1 و ثلاث كريات خضراء مرقمة بـ: -1 ، 1 ، 0 وثلاث كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، -1 . كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس.
نسحب عشوائيا ثلاث كريات من هذا الكيس في آن واحد ، نعتبر الأحداث التالية :
A :"الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون" و B :" الحصول على ثلاث كريات مختلفة الأرقام مثنى مثنى"
C :"الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم " .

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ ، ثم بين ان $P(A\cap B)=\frac{1}{33}$.

ب) استنتج $P_B(A)$ و $P\left(\overline{A\cup B}\right)$ ، هل الحدثان A و B مستقلان؟ برر إجابتك.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات البيضاء المتبقية في الكيس .
أ) عين قيم المتغير العشوائي X .
ب) عرف قانون إحتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب $E(2024X+1444)$.
ج) احسب $P\left(\left(e^{2X}-e^{10}\right)\left(e^{2X}-e^{8}\right)=0\right)$.

3) نعيد التجربة، نسحب الآن من هذا الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع الكرية المسحوبة الى الكيس.
احسب احتمال الحدث D :"الحصول على الكرية الأولى حمراء" .

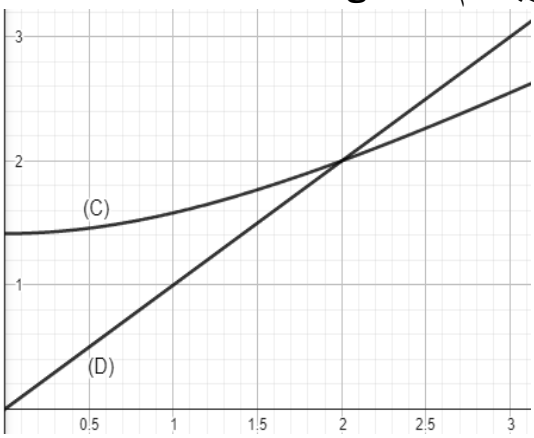
https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

التمرين الثالث:(05 نقاط)

لتكن f الدّالة العددية المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\sqrt{2+\frac{1}{2}x^2}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (D) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما هو مبين في الشكل المقابل

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

ب) **أ)** انقل الشكل المقابل على ورقة ميليمتريه، ثم مثل على



حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n،

$0<u_n<2$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n). هل هي متقاربة؟

برّر إجابتك.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\ln(4-u_n^2)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_{2024}+v_{2025}+...+v_n$.

ب) استنتج بدلالة n الجداء p_n حيث : $p_n=(4-u_{2024}^2)\times(4-u_{2025}^2)\times...\times(4-u_n^2)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: (C) التمثيل البياني للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(ax+b)e^{x+1}+c$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية و المستقيم (D) ذو المعادلة $y=e$ مقارب أفقي للمنحنى (C) عند $-\infty$.

المنحنى (C) يقبل عند النقطة ذات الاحداثيات $(-1;2+e)$ مماسا أفقيا .

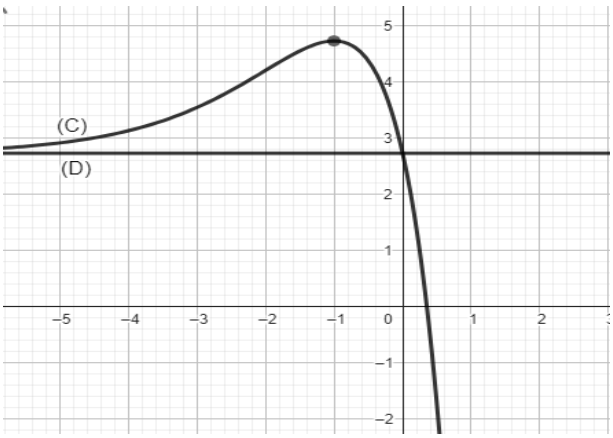
(لاحظ الشكل المقابل)

1) اعتمادا على الشكل المقابل:

أ) بين أن $a=-2$ ، $b=0$ و $c=e$.

ب) برر أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

$0,3<\alpha<0,4$.



2) حدد حسب قيم x إشارة كلا من $g(x)$ و $g(-x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f الدّالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$f(x)=-ex+e-3+(2x+2)e^{-x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

2) أ) بيّن أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=-g(-x)$.

ب) استنتج إتجاه تغيّر الدّالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

3)أ) بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)+ex-e\right]=-3$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-ex+e-3$.

4) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ)، يطلب تعيين معادلة له.

5) عين دون حساب $\lim_{h\to0}\dfrac{f(-\alpha+h)-f(-\alpha)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

6) انشئ (Δ) ، (T) و (C_f). (نأخذ $f(-\alpha)\simeq5,7$ ، $f(1,2)\simeq0$ و $f(-1,1)\simeq0$)

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $2x+2=(3-e+m)e^{x-1}$.

8) λ عدد حقيقي حيث $\lambda\prec-2$.

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب التكامل التالي: $\int_{\lambda}^{-2}(2x+2)e^{-x+1}dx$.

ب) احسب العدد $A(\lambda)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و $x=-2$ ، ثم احسب $\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4نقاط)

يتشكل نادي للفروسية من ثلاث بنات W_1 ، W_2 و W_3 ، وأربع أولاد M_1، M_2 ، M_3 و M_4 .

نختار عشوائيا فريقا من ثلاث فرسان بطريقة عشوائية لتمثيل النادي في منافسة لسباق الفروسية .

1. نعتبر الأحداث التالية: A " الفريق من نفس الجنس"

B " يوجد في الفريق ولدان على الأقل " ، C " البنت W_3 من الفريق "

أ ـ أحسب احتمال كل حدث من الأحداث السابقة .

ب ـ إذا كان الفريق المختار من نفس الجنس ، ما احتمال أن يكون مشكل من بنات ؟ .

2. أحسب الاحتمال $P(C)$ إذا أردنا أن الولد M_1 والبنت W_1 لا يجب أن يكونا معا في نفس الفريق .

3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بعدد البنات خارج الفريق المختار.

أ ـ عين قيم المتغير العشوائي X ،ثم عرف قانون احتماله .

ب ـ احسب $E(X)$.

التمرين الثاني :(4.5 نقطة)

I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=\frac{5}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{8u_n-8}{u_n+2}$

1. أ. أحسب u_1 ، u_2 و u_3 .

ب. برر أن المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية .

2.أ.برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\frac{5}{2}\le u_n\le 4$

ب. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .استنتج تقاربها ، ثم حدد نهايتها .

3.أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $4-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(4-u_n)$

ب. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le 4-u_n\le\frac{3}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقـــة : $v_n=\frac{u_n-4}{u_n-2}$.

أ. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب. أكتب عبارة v_n بدلالـة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالـة n.

ج. أحسب بدلالـة n المجموع S_n حيث : $S_n=v_0u_0+v_1u_1+v_2u_2+...+v_nu_n-(u_0+u_1+u_2+...+u_n)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. أ. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2-4Z+8=0$.

نرمز لحلي هذه المعادلة بـ Z_0 و Z_1 حيث Z_0 هو الحل الذي جزؤه التخيلي سالب .

ب ـ أكتب Z_0 و Z_1 على الشكل الأسي.

ج. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{Z_1}{2\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا .

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

2. A , B و C ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 2+2i$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = \sqrt{2} - i\sqrt{6}$ و $Z_D = \frac{Z_A}{Z_C}$

- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث $0AB$.

3 . أ. عين الطويلة و عمدة للعدد المركب Z_D ، ثم أكتب Z_D على الشكل الجبري .

ب. استنتج $\cos\frac{7\pi}{12}$ و $\sin\frac{7\pi}{12}$.

4. لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = z_A + ke^{\frac{3\pi}{4}i}$.

حدد طبيعة المجموعة (E) عندما K يمسح $\mathbb{R}_+^*$.

التمرين الرابع:(7.5 نقطة)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـــ: $g(x) = x^2 - 2x - \ln(x-1)$

1.أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثم $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} g(x)$.

ب.أدرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2.أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما 2 والآخر α حيث $1,45 < \alpha < 1,46$.

ب . استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على المجال $]1;+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{2+\ln(x-1)}{x-1} + x - 2$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 .أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا.

ج .بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f مشكلا جدول تغيراتها .

2.أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3.بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) ، يطلب كتابة معادلة له .

4. أ. بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - 3 + \frac{1}{\alpha-1}$.

ب. عين $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

5 . أنشئ كلا من (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) = 2,12$)

6. نعتبر الدالة h المعرفة على IR^* كما يلي : $h(x) = f(|x|+1)$ ، و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. أثبت أن الدالة h زوجية .

ب. اعتمادا على (C_f) ، مثل مع الشرح (C_h) في المعلم السابق .

7 . أحسب مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 2$ و $x = 5$.

انتهى الموضوع الثاني

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

التصحيح النموذجي للموضوع الاول –3 ع ت.

التصحيح	التنقط
التمرين الأول04ن:	
1) يتكون فريق عمل من 4 نساء و 3رجال ، يراد تكيل لجنة تتكون من 3 أعضاء . احتمال ان تكون اللجنة من الجنسين هو: $P=\frac{C_3^1C_4^2+C_3^2C_4^1}{C_7^3}=\frac{6}{7}$ **الإجابة الصحيحة " أ "**	01ن
2) β عدد حقيقي ، تكون الأعداد e^{β} ، $e^{\beta}-1$ و $2e^{\beta}$ بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية من أجل: $2e^{\beta}\times e^{\beta}=\left(e^{\beta}-1\right)^2$ معناه $e^{\beta}=-1+\sqrt{2}$ معناه $\beta=\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$ **الإجابة الصحيحة "ب "**	01ن
3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية: $y'+2y=4$ والذي يحقق الشرط $f(0)=2021$ هو: حلول المعادلة التفاضلية هي الدوال من الشكل : $x\mapsto Ce^{-2x}+2$ ولدينا $f(0)=2021$ ومنه $f(x)=2019e^{-2x}+2$ وبالتالي **الإجابة الصحيحة " أ "**	01ن
4) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_n^{n+1}e^{3-x}dx$ لدينا $u_n=\int_n^{n+1}e^{3-x}dx=\left(e^3-e^2\right)\left(e^{-1}\right)^n$ **ومنه** المتتالية (u_n) هندسية اساسها e^{-1} **الإجابة الصحيحة "ب "**	01ن
التمرين الثاني04ن:	
أ) حساب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$: $P(A)=\frac{C_5^3+C_3^3+C_3^3}{C_{11}^3}=\frac{4}{55}$ $P(B)=\frac{C_3^1\times C_5^1\times C_3^1}{C_{11}^3}=\frac{3}{11}$ $P(C)=\frac{C_3^3+C_3^1\times C_3^1\times C_5^1}{C_{11}^3}=\frac{46}{165}$	01ن

التصحيح	التنقيط
اثبات ان $P(A\cap B)=\frac{1}{33}$: $P(A\cap B)=\frac{C_2^1C_2^1C_1^1+C_1^1C_1^1C_1^1}{C_{11}^3}=\frac{5}{165}=\frac{1}{33}$	01ن
ب) استنتاج $P_B(A)$ و $P\left(\overline{A\cup B}\right)$: $P_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{9}$ $P\left(\overline{A\cup B}\right)=1-P(A\cup B)=\frac{113}{165}$	01ن
$P(A)\times P(B)=\frac{12}{605}\neq P(A\cap B)$ ومنه الحدثان A و B غير مستقلان	
2) أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $\{5;4;3;2\}$ **ب)** قانون احتمال المتغير العشوائي X $P(X=5)=\frac{C_6^3}{C_{11}^3}=\frac{4}{33}$ $P(X=4)=\frac{C_5^1\times C_6^2}{C_{11}^3}=\frac{5}{11}$ $P(X=3)=\frac{C_5^2\times C_6^1}{C_{11}^3}=\frac{4}{11}$ $P(X=2)=\frac{C_5^3}{C_{11}^3}=\frac{2}{33}$	01ن
حساب $E(2024X+1444)$ $E(2024X+1444)=2024E(X)+1444=8804$	
ج) حساب $P\left(\left(e^{2X}-e^{10}\right)\left(e^{2X}-e^{8}\right)=0\right)$ $P\left(\left(e^{2X}-e^{10}\right)\left(e^{2X}-e^{8}\right)=0\right)=P(X=5)+P(X=4)=\frac{19}{33}$	01ن
3) نسحب الآن من هذا الكيس ثلاث كريات على التوالي دون ارجاع الكرية المسحوبة الى الكيس. حساب احتمال الحدث D :"الحصول علىالكرية الأولى حمراء"	01ن

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

التمرين الثالث05 ن:

1) أ) تمثيل على حامل محور الفواصل دون حساب الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3.

ب) نخمن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و متقاربة

2) أ) البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n < 2$. 01ن

ب) دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n).

لدينا $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-(u_n)^2 + 4}{2\sqrt{2 + \frac{1}{2}(u_n)^2 + 2u_n}}$

ولدينا $-(u_n)^2 + 4 = 0$ 01ن

معناه $u_n = -2$ او $u_n = 2$

معناه $-(u_n)^2 + 4 = -(u_n + 2)(u_n - 2)$

معناه $-(u_n)^2 + 4 \geq 0$ و

$2\sqrt{2 + \frac{1}{2}(u_n)^2 + 2u_n} \succ 0$

ومنه المتتالية (u_n) متزايدة تماما

- استنتاج انها متقاربة:

بما أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة من أجل كل عددطبيعي n بـ: $v_n = \ln\left(4 - u_n^2\right)$.

أ) اثبات أنّ المتتالية (v_n) حسابية

لدينا $v_{n+1} - v_n = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$ ومنه المتتالية (v_n) حسابية 01ن

أساسها $r = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

حدها الاول: $v_0 = \ln\left(4 - u_0^2\right) = \ln 3$

ب) كتابة v_n بدلالة n:

$v_n = v_0 + nr = \ln 3 + n\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

- استنتاج u_n بدلالة n: لدينا $u_n = \sqrt{4 - e^{v_n}}$

وبالتالي $u_n = \sqrt{4 - e^{\ln 3 + n\ln\frac{1}{2}}}$ 01ن

- حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \sqrt{4 - e^{\ln 3 + n\ln\frac{1}{2}}} = 2$ 01ن

4) أ) حساب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$S_n = v_{2024} + v_{2025} + \ldots + v_n$.

$S_n = \dfrac{n - 2023}{2}\left(2\ln 3 + (2024 + n)\ln\dfrac{1}{2}\right)$

ب) استنتاج بدلالة n الجداء p_n حيث : 01ن

$p_n = \left(4 - u_{2024}^2\right) \times \left(4 - u_{2025}^2\right) \times \ldots \times \left(4 - u_n^2\right)$ 01ن

$p_n = e^{v_{2024}} \times e^{v_{2025}} \times \ldots \times e^{v_n}$

$p_n = e^{v_{2024} + v_{2025} + \ldots + v_n}$

ومنه $p_n = e^{S_n}$

التمرين الرابع07ن:

الجزء الأول:

1) بقراءة بيانية:

أ) اثبات أن $a = -2$ ، $b = 0$ و $c = e$.

ب) اثبات ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,3 < \alpha < 0,4$.

- لدينا الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[0,3;0,4]$
- ولدينا $g(0,3) \times g(0,4) \prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: 01ن

$0,3 < \alpha < 0,4$.

2) استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$. 01ن

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

استنتاج حسب قيم x إشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني:

1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 01ن

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

2) أ) اثبات أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ،

$f'(x) = -g(-x)$.

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-\alpha]$
ومتناقصة تماما على المجال $[-\alpha;+\infty[$

x	$-\infty$		$-\alpha$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-\alpha)$	↘	$-\infty$

01ن

أ)تبيان أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)+ex-e\right]=-3$

- التفسير النتيجة بيانيا

المستقيم ذا المعادلة $y=-ex+e-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب) دراسة وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلىالمستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-ex+e-3$

- **ندرس إشارة الفرق**

$f(x)-\left(-ex+e-3\right)=(2x+2)e^{-x+1}$

لدينا $(2x+2)e^{-x+1}=0$

معناه $2x+2=0$ يكافئ $x=-1$

لما $x\in]-\infty;-1[$ تحت (Δ) (C_f)

لما $x\in]-1;+\infty[$ فوق (Δ) (C_f)

لما $x=-1$ فان (C_f) يقطع (Δ) في النقطة ذات الاحداثيات $(-1;2e-3)$

4)اثبات أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ)

نضع $f'(x)=-e$ معناه $x=0$

ومنه $(T):y=-ex+3e-3$

01ن

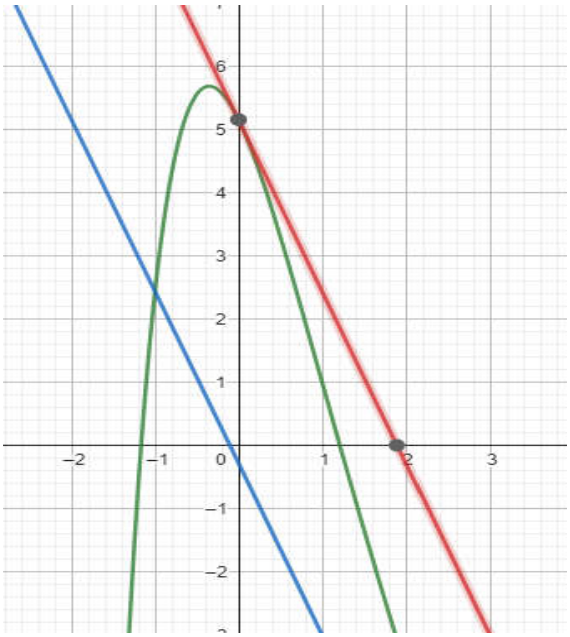
5)تعين دون حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(-\alpha+h)-f(-\alpha)}{h}$

$$\lim_{h\to0}\frac{f(-\alpha+h)-f(-\alpha)}{h}=-g(\alpha)=0$$

- تفسير النتيجة بيانيا

المنحنى (C_f) يقبل مماسا افقيا عند النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$

6)انشاء (Δ) ، (T) و (C_f).



01ن

7)المناقشة البيانية حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة:

$$2x+2=(3-e+m)e^{x-1}$$

لدينا $2x+2=(3-e+m)e^{x-1}$

تكافئ $f(x)=-ex+m$

لما $m\in]-\infty;e-3[$ للمعادلة حل وحيد سالب

لما $m\in]e-3;3e-3[$ للمعادلة حلين

احدهما موجب و الاخر سالب

لما $m=3e-3$ للمعادلة حل وحيد معدوم

لما $m\in]3e-3;+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول

01ن

8) λ عدد حقيقي حيث $\lambda\prec-2$.

أ)باستعمال المكاملة بالتجزئة حساب التكامل التالي: $\int_{\lambda}^{-2}(2x+2)e^{-x+1}dx$

$$\int_{\lambda}^{-2}(2x+2)e^{-x+1}dx=(2\lambda+4)e^{-\lambda+1}$$

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

ب) حساب العدد $A(\lambda)$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=\lambda$ و $x=-2$

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{-2}\left((-ex+e-3)-f(x)\right)dx$$

$$A(\lambda)=\int_{\lambda}^{-2}-(2x+2)e^{-x+1}dx$$

$$A(\lambda)=(-2\lambda-4)e^{-\lambda+1}\times UA$$

- حساب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)$

$$\lim_{\lambda\to-\infty}A(\lambda)=\lim_{\lambda\to-\infty}(-2\lambda-4)e^{-\lambda+1}=+\infty$$

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

التصحيح النموذجي –الموضوع الثاني 3 ع ت

الإجابة النموذجية	التنقيط
التمرين الأول: (4نقاط)	
1. أ. $P(A)=\dfrac{C_3^3+C_4^3}{C_7^3}=\dfrac{1}{7}$	**0,5**
$P(B)=\dfrac{C_4^2\times C_3^1+C_4^3}{C_7^3}=\dfrac{22}{35}$	**0,5**
$P(C)=\dfrac{C_1^1\times C_6^2}{C_7^3}=\dfrac{3}{7}$	**0,5**
ب. $P_A(W)=\dfrac{C_3^3}{C_3^3+C_4^3}=\dfrac{1}{5}$	**0,5**
2. أحسب الاحتمال	
$P(C)=1-P(\overline{C})=1-\dfrac{C_1^1\times C_1^1\times C_5^1}{C_7^3}=1-\dfrac{1}{7}=\dfrac{6}{7}$	**0.5**
3. أ. $X=\{0;1;2;3\}$.	**0,5**
$P(X=0)=\dfrac{C_3^3}{35}=\dfrac{1}{35}$	
$P(X=1)=\dfrac{C_3^2\times C_4^1}{35}=\dfrac{12}{35}$	
$P(X=2)=\dfrac{C_3^1\times C_4^2}{35}=\dfrac{18}{35}$	
$P(X=3)=\dfrac{C_4^3}{35}=\dfrac{4}{35}$.	

$X=x_i$	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{4}{35}$

1

ب. $E(X)=\sum_{i=1}^{4}p_ix_i=\dfrac{12}{7}$	**0,5**

الإجابة النموذجية	التنقيط
التمرين الثاني : (4.5 نقطة)	
I) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\dfrac{5}{2}$ و $u_{n+1}=\dfrac{8u_n-8}{u_n+2}$	
1. أ. أحسب $u_1=\dfrac{8}{3}$, $u_2=\dfrac{20}{7}$, $u_3=\dfrac{52}{17}$.	**0,75**
ب. لدينا $u_0+u_2\neq 2u_1$ وكذلك $u_0\times u_2\neq u_1^{\,2}$ ومنه المتتالية (u_n) ليست حسابية وليست هندسية .	0,5
2.أ.نسمي $P(n)$ الخاصية من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\dfrac{5}{2}\le u_n\le 4$	**0,5**
$n=0$: $\dfrac{5}{2}\le u_0=\dfrac{5}{2}\le 4$ محققة .	
نفرض صحة $P(n)$ من أجل n كيفي ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي $\dfrac{5}{2}\le u_{n+1}\le 4$	
من فرضية التراجع لدينا $\dfrac{5}{2}\le u_n\le 4$ إذن $\dfrac{5}{2}\le 8-\dfrac{24}{u_n+2}\le 4$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة ومنه صحة $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n .	
ب. لدينا $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-\overbrace{(u_n-4)}^{(-)}\overbrace{(u_n-2)}^{(+)}}{u_n+2}\ge 0$ ومنه (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$.	**0,75**
المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة نضع : $l=\dfrac{8l-8}{l+2}$ بحل المعادلة نجد $l=4$ أو $l=2$ مرفوض لأن $\left(u_n\ge\dfrac{5}{2}\right)$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=4$	
3.أ. لدينا $4-u_{n+1}=\dfrac{-4u_n+16}{u_n+2}=\dfrac{4}{u_n+2}(4-u_n)$	**0,25**

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

ولدينا $4 \le u_n \le \frac{5}{2}$ إذن $\frac{4}{u_n+2} \le \frac{8}{9}$

ولدينا $0 \le 4-u_n$

ومنه $\frac{4}{u_n+2}(4-u_n) \le \frac{8}{9}(4-u_n)$

ومنه $4-u_{n+1} \le \frac{8}{9}(4-u_n)$

ب.

$n=0$ $\quad 0 \le 4-u_1 \le \frac{8}{9}(4-u_0)$ — **0,25**

$n=0$ $\quad 0 \le 4-u_2 \le \frac{8}{9}(4-u_1)$

.

.

.

$n-1$ $\quad 0 \le 4-u_n \le \frac{8}{9}(4-u_{n-1})$

بالضرب طرف لطرف والاختزال نجد :

$0 \le 4-u_n \le \frac{3}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$

ج.لدينا $0 \le 4-u_n \le \frac{3}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ومنه — **0,25**

$0 \le \lim_{n\to+\infty}(4-u_n) \le \lim_{n\to+\infty}\frac{3}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n \to 0$

ومنه : $\lim_{n\to+\infty} u_n = 4$

4. أ. $v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n$. — **0,5**

(v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

وحدها الأول $v_0 = -3$.

ب. $v_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، — **0,25**

$u_n = \frac{2}{1-v_n} + 2 = \frac{2}{1+3\left(\frac{2}{3}\right)^n} + 2$ — **0,25**

ج. أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : — **0,25**

$S_n = 2(v_0 + v_1 + \ldots + v_n) - 4 - 4 - \ldots - 4$

$= -12\left[1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right] - 4(n+1)$

التمرين الثالث: (**04** نقاط)

1. أ. $Z_0 = 2-2i$ و $Z_1 = 2+2i$. — **0,5**

ب- $Z_0 = 2\sqrt{2}e^{\frac{-\pi}{4}i}$ و $Z_1 = 2\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ — **0,5**

ج. $\left(\frac{Z_1}{2\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقي يعني $n\frac{\pi}{4} = k\pi$ ومنه — **0,5**

$n = 4k$, $k \in \mathbb{N}$

2. $\frac{z_A}{z_B} = \frac{2+2i}{2-2i}$ ،لدينا $\left|\frac{z_A}{z_B}\right| = 1$ — **0,75**

و $Arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

-لدينا $0A = 0B$ و $\left(\overrightarrow{0B};\overrightarrow{0A}\right) = \frac{\pi}{2}$ ومنه المثلث

$0AB$ قائم في ومتقايس الضلعين .

3. أ. $|Z_D| = \left|\frac{Z_A}{Z_C}\right| = 1$ و $Arg(Z_D) = Arg\left(\frac{Z_A}{Z_C}\right) = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ — **0,75**

$Z_D = \frac{Z_A}{Z_C} = \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}i$

ب. $\begin{cases} \cos\frac{7\pi}{12} = \frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \\ \sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \end{cases}$. — **0,5**

4. . $z = z_A + ke^{\frac{3\pi}{4}i}$ يعني $z - z_A = ke^{\frac{3\pi}{4}i}$ يعني — **0.5**

$k \in \mathbb{R}_+^*$, $\left(\vec{u};\overrightarrow{MA}\right) = \frac{3\pi}{4}$

ومنه المجموعة (E) هي نصف مستقيم مبدؤه النقطة A

ماعدا النقطة A ميله $\tan\frac{3\pi}{4}$.

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

التمرين الرابع:(7.5 نقطة)

$g(x)=x^2-2x-\ln(x-1)$ (I

1.أ. $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} g(x)=+\infty$ — 0,5

ب.أدرس اتجاه تغير الدالة — 0,5

$g'(x)=\dfrac{2x^2-2x+1}{x-1}$ ،

x	1		$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

الدالة g متزايدة تماما على المجال $\left[\frac{2+\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$ ومتناقصة تماما على المجال $\left]1;\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$.

x	1		$\frac{2+\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	↘	$-0,15$	↗	$+\infty$

2.أ. لدينا $g(2)=0$ إذن 2 حلا للمعادلة $g(x)=0$ — 0.5

-ولدينا الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[1,45;1,46]$ و $g(1,45)\simeq 0,001$, $g(1,46)\simeq -0,01$ إذن $g(1,45)\times g(1,46)\prec 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,45;1,46[$.

ب .

x	1		α		2		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

0,5

$f(x)=\dfrac{2+\ln(x-1)}{x-1}+x-2$ (II

1 .أ. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. — 0,25

ب. $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x)=-\infty$. — 0,25

المستقيم ذو المعادلة $x=1$ مقارب عمودي لـ (C_f) .

ج . من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، — 0,75

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه الدالة متزايدة تماما على المجالين $[\alpha;1[$ و $]2;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]\alpha;2[$

x	1		α		2		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	2	↗	$+\infty$

2.أ. $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]=0$ ومنه المستقيم (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ — 0,25

ب. $f(x)-(x-2)=\dfrac{2+\ln(x-1)}{x-1}$ — 0,25

$2+\ln(x-1)=0$ يعني $x=e^{-2}+1$

x	1		$e^{-2}+1$		$+\infty$
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضع النسبي	‖ (C_f) تحت (Δ)		تقاطع		(C_f) فوق (Δ)

3.نحل المعادلة $f'(x)=1$ نجد $x=e^{-1}+1$ ، ومنه يوجد مماس موازي لـ (Δ) معادلة له $y=x+e-2$. — 0,5

4. أ. لدينا $g(\alpha)=0$ يعني $\ln(\alpha-1)=\alpha^2-2\alpha$ — 0,25

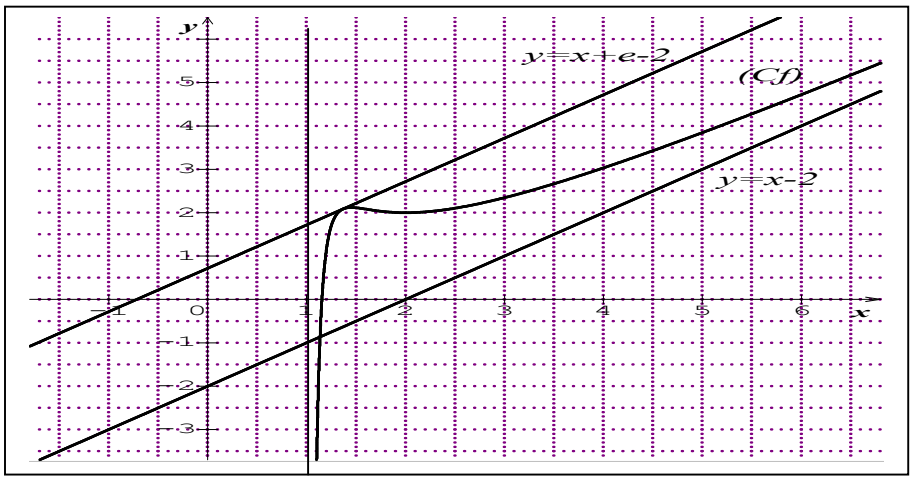
بالتعويض في عبارة $f(\alpha)$ نجد $f(\alpha)=2\alpha-3+\dfrac{1}{\alpha-1}$

ب. f قابلة للاشتقاق عند 2 ومنه : — 0,5

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(2+h)-f(2)}{h}=f'(2)=g(2)=0$ المنحنى يقبل مماسا أفقيا عند النقطة ذات الفاصلة 2.

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com

5 .



0,75

0,5

6. أ. $h(x)=f(|x|+1)$

لدينا مجموعة التعريف متناظرة للـ 0.

$$h(-x)=f(|-x|+1)$$

و

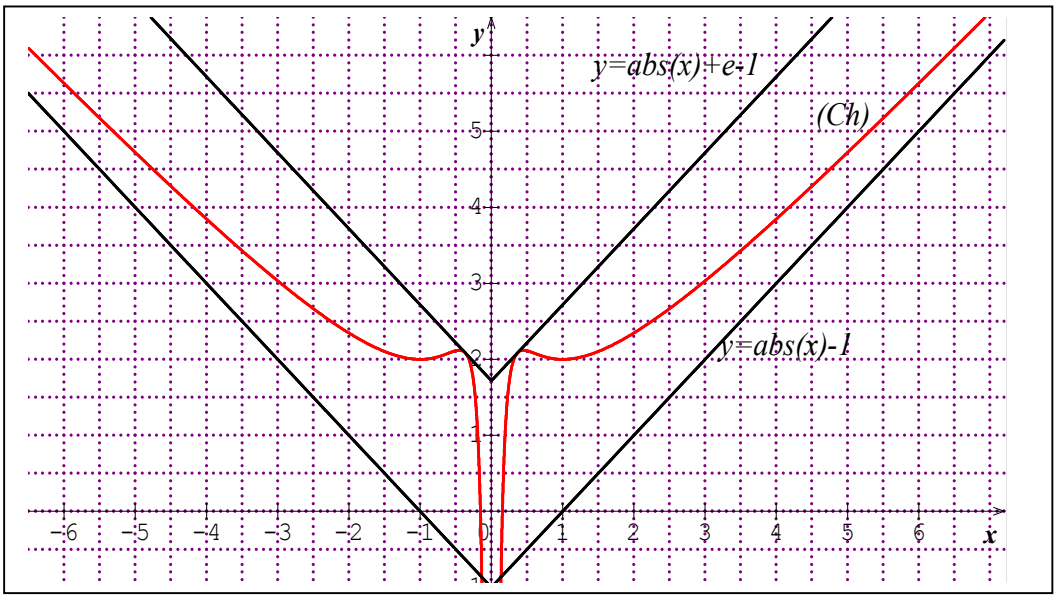
$$=f(|-x|+1)=h(x)$$

ومنه دالة زوجية

0,5

ب. إذا كان $x\succ 0$ ، فإن المنحنى (C_h) هو صورة المنحنى (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}(-1;0)$

إذا كان $x\prec 0$ ، فإن المنحنى (C_h) متناظر بالنسبة لحامل محور التراتيب.



7 .

$$A=\int_2^5 \frac{2+\ln(x-1)}{x-1}dx$$

0,5

$$=\left[2\ln(x-1)+\frac{1}{2}\left(\ln(x-1)\right)^2\right]_2^5$$

$$=2\ln(4)+\frac{1}{2}\left(\ln(4)\right)^2 u.a$$

https://www.facebook.com/groups/algerieeducation
www.dzexams.com