



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

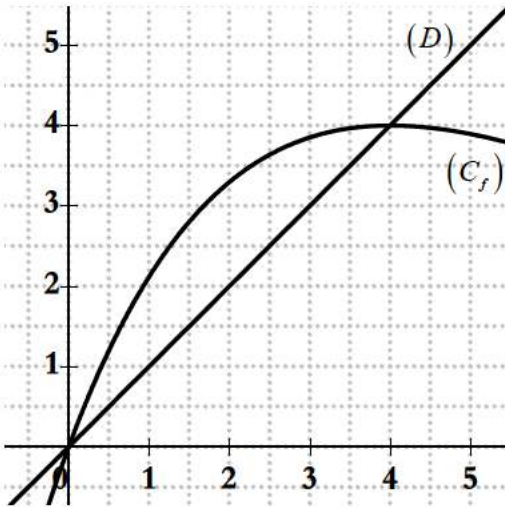
التمرين الأول: (05 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x e^{1-\frac{1}{4}x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = x$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$

(1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0; 4]$ فإن $f(x) \in [0; 4]$



(2) أ- أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 مبرزاً خطوط الإنشاء.

ب- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 < u_n \leq 4$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n = e^{n - \frac{1}{4}S_n}$

ب- استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n} = 4$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 11

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 5^{2024} على 11

(2) نعتبر المعادلة $(E) \quad 5x - 3y = 11 \dots$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ- تحقق أن الثنائية $(1; -2)$ حل للمعادلة (E)

ب- استنتج حلول المعادلة (E)

(3) الثنائية $(x; y)$ حل للمعادلة (E) و $d = PGCD(x; y)$

عين القيم الممكنة لـ d

(4) نضع: $n = 3 \times 16^{2024} + 1$

أ- أوجد باقي القسمة الإقليدية للعدد n على 11

ب- أوجد $PGCD(3 \times 16^{2024} + 1; 5 \times 16^{2024} + 1)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي وعاء غير شفاف على 9 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها كريتين تحملان الرقم 1 وأربع كريات تحمل الرقم 2 وكرية واحدة تحمل الرقم 3 وكريتين تحملان الرقم 4
نسحب عشوائيا من هذا الوعاء كريتين على التوالي دون إرجاع.
نعتبر الحوادث A ، B و C التالية:

A : "الحصول على كريتين مجموع رقميهما يساوي 5"

B : "الحصول على كريتين جداء رقميهما فردي"

C : "الحصول على كريتين رقميهما أوليان فيما بينهما"

(1) أ- أحسب $p(A)$ و $p(B)$

ب- بين أن $p(C) = \frac{7}{12}$

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين، القاسم المشترك الأكبر للرقمين المسجلين عليهما.

أ- برر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1; 2; 4\}$

ب- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $E(X)$

(3) أحسب $p(|X - 2024| < 2024)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(1) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x^2 + \ln x$

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,54 < \alpha < 0,55$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - \frac{1 + \ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = 2x$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن $f(\alpha) = \frac{4\alpha^2 - 1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$

(5) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{e}$

(6) أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f)

(7) أ- أوجد دالة أصلية F للدالة f على $]0; +\infty[$

ب- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين $x = \frac{1}{e}$ و $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04,5 نقاط)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z التالية: $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
- (2) في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C لواحقتها $z_A = \sqrt{3} + i$ ، $z_B = \sqrt{3} - i$ و $z_C = 4 + \sqrt{3} + i$ على الترتيب.

أ- أكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي.

ب- بين أن: $\left(\frac{z_A}{2}\right)^6 + \left(\frac{z_B}{2}\right)^6 = -2$

- (3) أ- أثبت أن: $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ثم استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة.

ب- ما طبيعة المثلث ABC ؟

ج- عين لاحقة النقطة I مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

- (4) لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تختلف عن $2 + i$ حيث: $\arg(\bar{z} - 2 + i) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

(k عدد صحيح)

أ- تحقق أن النقطة I تنتمي إلى المجموعة (E)

ب- عين المجموعة (E)

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول $u_0 = 2\ln 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \ln\left(\frac{2}{3}e^{u_n} + 1\right)$

- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \ln 3$

- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $e^{u_n} - e^{u_{n+1}} = \frac{1}{3}(e^{u_n} - 3)$ ، ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

(3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{u_n} - 3$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$ يطلب تعيين حددها الأول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \ln\left(3 + \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$

ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = e^{u_0} + e^{u_1} + \dots + e^{u_n}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 7
ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد 1445^{2024} على 7
- (2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{651\alpha}$ في النظام العشري.
عين α حتى يقبل العدد $\overline{651\alpha} + 1445^{2024}$ القسمة على 7
- (3) أ- أحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4590 و 2025
ب- عين مجموعة قيم العدد الصحيح x التي تحقق: $34x \equiv 2[15]$
ج- حل المعادلة $4590x + 2025y = 270$ ذات المجهولين الصحيحين x و y
- (4) ما هو رقم آحاد العدد 7^{2024} المكتوب في النظام العشري؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(0)$	$+\infty$

(I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x - x - 1$
يعطى جدول تغيراتها كما هو موضح في الشكل المقابل:

- (1) أحسب $g(0)$
- (2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

(II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+2)e^{-x} + x - 2$
(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ($O, \vec{i}; \vec{j}$)

- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل عند $+\infty$ مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x - 2$
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
- (3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = e^{-x}g(x)$
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
- (4) بين أن O هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)
- (5) أنشئ (Δ) و (C_f)
- (6) λ عدد حقيقي أكبر تماما من -2
 $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمتين (Δ)، $x = \lambda$ و $x = -2$
أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $A(\lambda) = e^2 - (\lambda + 3)e^{-\lambda}$
ب- أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني