

## الامتحان التجريبي لشهادة البكالوريا دورة: جوان 2024

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

### الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04.5نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.  
(1) المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}; \vec{v})$  ،  $A$  ،  $B$  و  $C$  نقط لواحقها على الترتيب:

$$z_C = -1 \quad , \quad z_B = \overline{z_A} \quad , \quad z_A = \sqrt{3} - 1 + i$$

- العدد المركب  $\alpha$  حيث:  $\alpha = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$  (يساوي: أ)  $\alpha = e^{-i\frac{\pi}{3}}$  (ب)  $\alpha = e^{i\frac{\pi}{3}}$  (ج)  $\alpha = e^{\frac{2\pi}{3}i}$

(2) طبيعة المثلث  $ABC$  هو: أ)  $ABC$  قائم في  $C$  (ب)  $ABC$  قائم في  $B$  ومتساوي الساقين (ج)  $ABC$  متقايس الأضلاع

(3)  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = \sqrt{e^{-x} + 3}$

$V$  حجم الجسم الناتج عن دوران  $(C_f)$  دورة كاملة حول محور الفواصل لما  $x \in [0; 1]$  هو:

أ) 11 (ب) 12 (ج) 15 تعطى النتائج مدور الى الوحدة.

(4) كيس يحتوي على 3 كريات بيضاء و 4 حمراء وواحدة خضراء. نسحب  $n$  كرية عشوائيا على التوالي وبالارجاع.

- احتمال الحصول على الأقل رية بيضاء هو: أ)  $1 - \left(\frac{5}{8}\right)^n$  (ب)  $1 - \left(\frac{3}{8}\right)^n$  (ج)  $1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n$

### التمرين الثاني: (04.5نقاط)

I /  $(u_n)$  متتالية العددية المعرفة ب:  $u_0 = \alpha$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{7u_n - 9}{u_n + 1}$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

(1) حدد قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  ثابتة.

II / نضع  $\alpha = 4$  .

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $3 < u_n < 5$

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  واستنتج انها متقاربة واحسب نهايتها.

(3)  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $n$  ب:  $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- يرهن أن  $(v_n)$  متتالية حساية يطلب أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب كلاً من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$  ، ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  .

ج- نضع  $P_n$  بدلالة  $n$  ، حيث  $n \in \mathbb{N}^*$  :  $p_n = \left(\frac{4-u_1}{u_1-3}\right) \times \left(\frac{4-u_2}{u_2-3}\right) \times \dots \times \left(\frac{4-u_n}{u_n-3}\right)$  : بين أن:  $P_n = \frac{n!}{4^n}$

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق 12 كرية متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها ثلاث كريات حمراء مرقمة ب: 2، 2، 4 وأربع كريات بيضاء مرقمة ب: 0، 0، 4، 2، 0، 0، 2، 2، 4. نُسحب عشوائياً وفي آن واحد 4 كريات من هذا الصندوق.

(1) احسب احتمال الحوادث  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  حيث:  $A$ : "جاء الأرقام في الكريات المسحوبة معدوم".

$B$ : "الحصول على أرقام تشكل السنة الميلادية الحالية"  $C$ : "الحصول على نفس اللون".  $D$ : "الحصول على نفس الرقم".

(2) ننزع الكريات الخضراء من الصندوق السابق ونقوم بالسحب على التوالي وبدون إرجاع 3 كريات.

ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يمثل طويلة العدد المركب  $(a + ib)$  حيث:

$a$ : عدد الكريات الحمراء المسحوبة.  $b$ : عدد الكريات البيضاء المتبقية في الصندوق.

(أ) بين أن قيم  $X$  هي:  $X \in \{1; \sqrt{5}; \sqrt{13}; 5\}$

(ب) عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ ، ثم أحسب الأمل الرياضي  $E(X^2)$ .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

$I$  / لتكن الدالة  $g$  العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:

(1) حدد قيمة العدد الحقيقي  $a$  حتى تكون الدالة  $g$  تحقق:  $g'(x) + g(x) = 1 - 2xe^{-x}$

(2) أدرس اتجاه تغير  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $-1.2 < \alpha < -1.1$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$ .

$II$  / الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كيلي:  $f(x) = x + (x+1)^2 e^{-x}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $2cm$ )

(1) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $f'(x) = g(x)$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكل جدول تغيراتها وبين أن  $f(\alpha) = (\alpha+1)(2e^{-\alpha} + 1)$ .

(3) أكتب معادلة  $(\Delta)$  مماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-1$ .

(4) أ- بين أن  $(\Delta)$  مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

ب- أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  ومستقيمه المقارب المائل  $(\Delta)$ .

(6) أنشئ  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_f)$ . نأخذ  $f(\alpha) = -1$

(7) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) - x = 2 + 2e^{-x} - 2g(x) - g'(x)$

- جد بسنتيمتر مربع المساحة  $S(\alpha)$  لحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما

$$x = 0 \text{ و } x = \alpha$$

$$S(\alpha) = \frac{-16\alpha^2 + 16\alpha + 40}{\alpha^2 - 1} \text{ cm}^2 \quad - \text{ ثم تحقق أن:}$$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04.5 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير:

ليكن المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}; \vec{v})$  ،  $A$  ،  $B$  و  $C$  نقط لواحقها على الترتيب:

$$z_C = i \quad , \quad z_B = -2 - 2i \quad , \quad z_A = 3 - i$$

|    |                                                                                                                         |                                         |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 01 | $(z_A - 2)$ هو حلا للمعادلة :                                                                                           | $z^2 - 6z + 10 = 0$                     |
| 02 | $\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ يساوي                                                                                     | $-i$                                    |
| 03 | قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $\left(\frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}\right)^n$ حقيقي موجب هي                               | $n = 4k \quad / \quad k \in \mathbb{N}$ |
| 04 | التحويل النقطي $T$ الذي مركزه $C$ ويحول $A$ الى $B$ هو                                                                  | دوران زاويته $\frac{3\pi}{2}$           |
| 05 | مجموعة النقط $M(z)$ بحيث $ \bar{z} + 1 - 3i  =  \bar{z}_B + z_C $ هي                                                    | دائرة مركزها $A$ ونصف قطرها $\sqrt{13}$ |
| 06 | $\left(\frac{z_A - 2}{\sqrt{2}}\right)^{2024} - \sqrt{2}\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1445} + (z_C)^{1962}$ يساوي | $\bar{z}_B$                             |

### التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

مؤسسة تربوية مؤلفة من 7 أساتذة رياضيات من بينهم 3 رجال  $H_1$  ،  $H_2$  و  $H_3$  و 4 نساء  $F_1$  ،  $F_2$  ،  $F_3$  ،  $F_4$  نريد تشكيل لجنة مؤلفة من 3 أساتذة مكلفون بالمهام الآتية (رئيس ونائبا له وكاتبا).

(1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها ؟

(2) أحسب احتمال أن تكون اللجنة :  $A$  "  $H_1$  رئيسا لها " .  $B$  " الرئيس ونائبه من الجنسين " .

$C$  "  $F_1$  و  $F_2$  عضوان في اللجنة " .  $D$  " تحتوي على الأقل رجلين " .

(3) نعتبر  $X$  المتغير العشوائي الذي يأخذ القيم :  $-\alpha$  (عند تواجد كل رجل في اللجنة) ،  $2\alpha - 1$  (عند تواجد كل امرأة) حيث  $\alpha$  عدد طبيعي.

(أ) بين أن قيم  $X$  هي :  $\{-3\alpha; -1; 3\alpha - 2; 6\alpha - 3\}$  ثم عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$ .

(ب) حدّد أصغر قيمة لـ  $\alpha$  حتى يكون  $E(X) > 4335$ .

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

$(u_n)$  تتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 2} - 1$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq \frac{1}{2}$

(2) أ- تحقق أنه لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{-2u_n + 1}{u_{n+1} + u_n + 2}$

- ثم استنتج اتجاه تغيرات  $(u_n)$  .

ب- تحقق أن  $(u_n)$  متقاربة.

(3) أ- بين أنه لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $0 \leq u_{n+1} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{3} \left( u_n^2 - \frac{1}{4} \right)$

ب- استنتج أنه لكل  $n \in \mathbb{N}$  :  $0 \leq u_n - \frac{1}{2} \leq \left( \frac{1}{3} \right)^n \left( u_0 + \frac{1}{2} \right) \left( u_1 + \frac{1}{2} \right) \cdots \left( u_{n-1} + \frac{1}{2} \right)$

- ثم حدد نهاية  $(u_n)$  .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

$I/$  نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = x^2 - x - \ln x$  .  
- أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$  ثم بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  فإن:  $g(x) \geq 0$  .

$II/$  لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = x^2 - 1 - (\ln x)^2$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ، ثم أثبت أن  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$  فإن:  $f'(x) = 2 \left( \frac{g(x) + x}{x} \right)$  ، ثم استنتج إشارة  $f'(x)$  .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(2) نعتبر الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $h(x) = x^2 - 1$  . ونسمي  $(\gamma)$  تمثيلها البياني .

أ- بين أن  $L$   $(C_f)$  و  $(\gamma)$  مماسا مشتركا  $(T)$  في النقطة يطلب تعيينها .

ب- اكتب معادلة  $L$   $(T)$  ، ثم ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(T)$  .

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لـ  $(C_f)$  ؟ مبررا إجابتك .

(3) مثل بيانيا  $(T)$  ، والمنحنى  $(C_f)$  .

(4) أ- بين أن:  $P: x \mapsto x(\ln x - 1)$  دالة أصلية لـ  $p: x \mapsto \ln x$  .

ب- باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب التكامل:  $I = \int (\ln x)^2 dx$  .

ج- احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بـ  $(C_f)$  ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = e$  و  $x = e^{-1}$  .

$III/$  نعتبر الدالة  $K$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $K(x) = f(x^2)$  . (عبارة  $K(x)$  غير مطلوبة) .

- ادرس تغيرات الدالة  $K$  .

انتهى الموضوع الثاني



الأستاذ: نوري حمزة 2024