الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التجريبي — **دورة : ماي 2024**
الشعبة : علوم تجريبية — **ثانوية مسعودي عطية**
اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة : 03 ساعات ونصف**

HELIB ABDELKADER
أ حليب عبـد القـادر

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

تتكون مجموعة أشخاص من ثمانية رجال و أربع نساء من بينهم رجل واحد إسمه **أحمد** ، نريد تكوين لجنة مكونة من ثلاثة أعضاء لهم نفس المهام .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A" تكوين لجنة تضم 3 رجال". B" تكوين لجنة تضم رجلا و امرأتين".

C" تكوين لجنة تضم **أحمد** ". D" تكوين لجنة تضم امرأة على الأقل ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد الرجال في اللجنة المكونة.

أ) عين القيم الممكنة التي يأخذها المتغير العشوائي X و عرف قانون احتماله .

ب) أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) ، (v_n) متتاليتان معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

1) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$

أ) اثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0 .

ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

2) اثبت ان المتتالية (u_n)متناقصة و المتتالية (v_n) متزايدة .

ثم استنتج ان المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متجاورتان .

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 4u_n + 15v_n$.

أ) اثبت أن المتتالية (T_n) ثابتة واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ب) باستعمال $w_n = u_n - v_n$ و $T_n = 4u_n + 15v_n$ وعبارة الحد العام w_n

- أوجد عبارة الحد العام u_n و v_n.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

$P(z)$ كثير الحدود في مجموعة الأعداد المركبة C حيث : $P(z) = (z - 3i)(z^2 - 8z + 25)$

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. A ، B ، C و D أربع نقط من هذا المستوي لواحقها على الترتيب $z_A=-1+2i$; $z_B=4+3i$; $z_C=3i$ و $z_D=4-3i$

ا) اكتب على الشكل الآسي العددين $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}$ و $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_B}$.

ب) استنتج طبيعة المثلثين ACD و BCD .

ج) بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة محددا نصف قطرها و لاحقة مركزها.

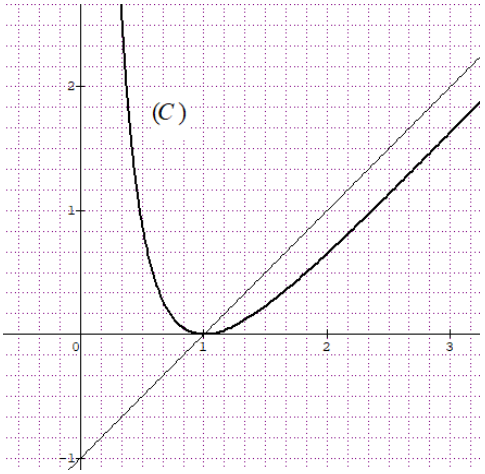
3) لتكن M نقطة من المستوي تختلف عن C و عن D لاحقتها و لتكن (γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي يكون من اجلها $\frac{z_C-z}{z_D-z}$ عددا تخيليا صرفا .

. حدد طبيعة (γ) ثم أنشاها

التمرين الرابع : (08 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-1+\frac{b\ln x}{x}$

حيث a,b عددان حقيقيان وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (انظر الشكل)



الجزء الأول: بقراءة بيانية أجب عن الأسئلة التالية :

1. عين $f(1)$ و $f'(1)$

2. عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم عند 0 من جهة اليمين

3. عين حسب قيم x إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

الجزء الثاني: 1. أثبت أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ لدينا : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

2. أثبت أن (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له ثم ادرس وضعيته بالنسبة إلى (C)

3. ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda\geq 1$. احسب $A(\lambda)$ مساحة حيز المستوي المحدد بـ (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\lambda$

عين قيم العدد الحقيقي λ حتى تكون $A(\lambda)>\frac{1}{2}$

الجزء الثالث: لتكن F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $F(1)=-\frac{1}{2}$.

وليكن (C_F) تمثيلها البياني في المستوي السابق . بدون حساب عبارة $F(x)$ اجب عما يلي :

1. حدد اتجاه تغير الدالة F

2. بين أن (C_F) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

3. بين أن معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_F) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي : $y=-\frac{1}{2}$

استنتج وضعية (C_F) بالنسبة إلى المماس (T)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(04 نقاط)

يضم كيس خمس كرات بيضاء مرقمة من 1 إلى 5 و ثلاث كرات حمراء مرقمة من 6 إلى 8 و كرتين خضراوين يحملان الرقمين 9 و 10 حيث ان الكرات لا نميز بينها باللمس

نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد .

1) ا) احسب احتمال حدوث الحوادث التالية :

A) الكرتان تحملان رقمين فرديتين B) الكرتان من نفس اللون .

C) الكرتان تحملان رقمين فرديين ومن نفس اللون .

ب) هل الحادثتان A و B مستقلتان ؟

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل رقما فرديا .

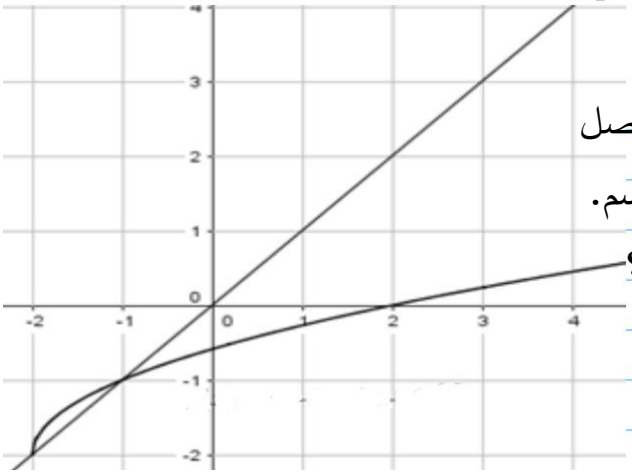
- اكتب قانون المتغير العشوائي X .
- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني :(05 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=-2+\sqrt{x+2}$.

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0=3 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$

1) الشكل الموالي يمثل المنحنى (C) للدالة f على المجال $]-2;+\infty[$



والمستقيم (D) الذي معادلته $y=x$.

أ - أنقل الشكل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود ، u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 .دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

بـ - ما تخمنك حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

2) أ - برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1 \prec u_n \prec 4$.

بـ - بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة، ثم استنتج تقاربها.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على IN كما يلي: $v_n=\ln(u_n+2)$.

أ - بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

بـ - عبّر عن v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$.

ب) أحسب بدلالة n الجداء P_n : $P_n=\frac{1}{u_0+2}\times\frac{1}{u_1+2}\times\ldots\times\frac{1}{u_n+2}$.

التمرين الثالث :(04 نقاط)

نعتبر كثير الحدود P للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z)=z^3-7z^2+24z-18$

1) أ- أحسب $P(1)$ ، ثم اثبت أنّه من أجل كل $z\in C$ لدينا: $P(z)=(z^2+az+b)(z-1)$ حيث a ، b عددين حقيقيين يطلب تعيينهما.

ب – حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة $P(z)=0$ ، ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C, D.

المعرفة بلواحقها: $z_A=3+3i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-z_A$ ، $z_D=-z_B$ على الترتيب .

- بين أن النقط A, B, C, D. تنتمي إلى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(z_A)^n$ حقيقي سالب.

4) عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $z-z_B=z_Ae^{i\theta}$ حيث $\theta\in\mathbb{R}$.

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء I: نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2e^x-x-2$

1) أحسب نهاية g عند $-\infty$ ثم عند $+\infty$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين حقيقيين إحداهما0، نسمي α الحل الثاني، بين أن: $-1,6<\alpha<-1,5$

4)عين إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x

الجزء II: لتكن الدالة f للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

1- عين نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$

2- أحسب $f'(x)$ و عين اتجاه تغير الدالة f

3- بين أن: $f(\alpha)=-\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4- شكل جدول تغيرات الدالة f

5- أرسم (C_f) منحنى الدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس، (الوحدة: $2cm$)

الجزء III: 1) نعتبر m عدد حقيقي سالب فسر بيانيا التكامل $\int_m^0 f(x)dx$

2) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $\int_m^0 xe^x dx$ ثم إستنتج $\int_m^0 f(x)dx$.

3) أحسب نهاية $\int_m^0 f(x)dx$ لما m يؤول إلى $-\infty$.

انتهى الموضوع الثاني