ثانوية مليكة قايد 2023++2024	اختبار الفصل الثاني في الرياضيات	السنة الثالثة علوم تجريبية المدة : 02 ساعة

التمرين الأول (3 ن):

f **الدالة العددية المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بـ:** $f(x)=2e^{\frac{1}{2}x+1}-x-2$

و (C_f) **تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن المستقيم (Δ) **ذو المعادلة** $y=-x-2$ **مقارب لـ** (C_f) **عند** $-\infty$

2) ادرس إشارة $f(x)-(-x-2)$ **على** $\mathbb{R}$ **و فسر النتيجة**

3) احسب المساحة $A(\alpha)$ **للحيز المستوي المحدد بالمنحني** (C_f) **الممثل للدالة و المستقيمات التي معادلاتها:**

$y=-x-2$ ، $x=-2$ **و** $x=\alpha$ **حيث** $\alpha<-2$

4) أحسب $\lim\limits_{\alpha\to-\infty} A(\alpha)$

التمرين الثاني (6 ن):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1) الحد العاد للمتتالية العددية (u_n) **المعرفة بـ :** $u_0=3$ **و من أجل كل عدد طبيعي** n ، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+3$ **هو :**

$$u_n=-3\left(\frac{1}{2}\right)^n+6$$

2) X **متغير عشوائي قانون احتماله معرف بالجدول التالي**

x_i	-2	β	2	5
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	α	$\frac{7}{15}$

قيمتا كل من α **و** β **حتى يكون** $E(193X+1444)=2023$ **هما :** $\alpha=\frac{1}{3}$ **و** $\beta=5$

3) في $\mathbb{R}$ **الحل الخاص للمعادلة التفاضلية :** $y''=e^{-2x}$ **الذي يحقق :** $y'(0)=1$ **و** $y(0)=\frac{1}{4}$ **هو الدالة** f

حيث : $f(x)=\frac{1}{4}e^{-2x}+\frac{1}{2}x$

4) فريق عمل يتكون من 4 **نساء و** 7 **رجال . نريد تشكيل لجنة عمل تضم رئيسا و نائبا له و أمينا**

عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم اللجنة رجلين و امرأة و يكون الرئيس رجلا يساوي 336

التمرين الثالث (4,5 ن):

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء مرقمة : 1 ، 1 ، 2 ، 2 و ثلاث كرات صفراء مرقمة : 1 ، 2 ، 3 و كرتين خضراوين مرقمتين : 2 ، 2 .

1) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع . أحسب احتمال كلا من الأحداث التالية :

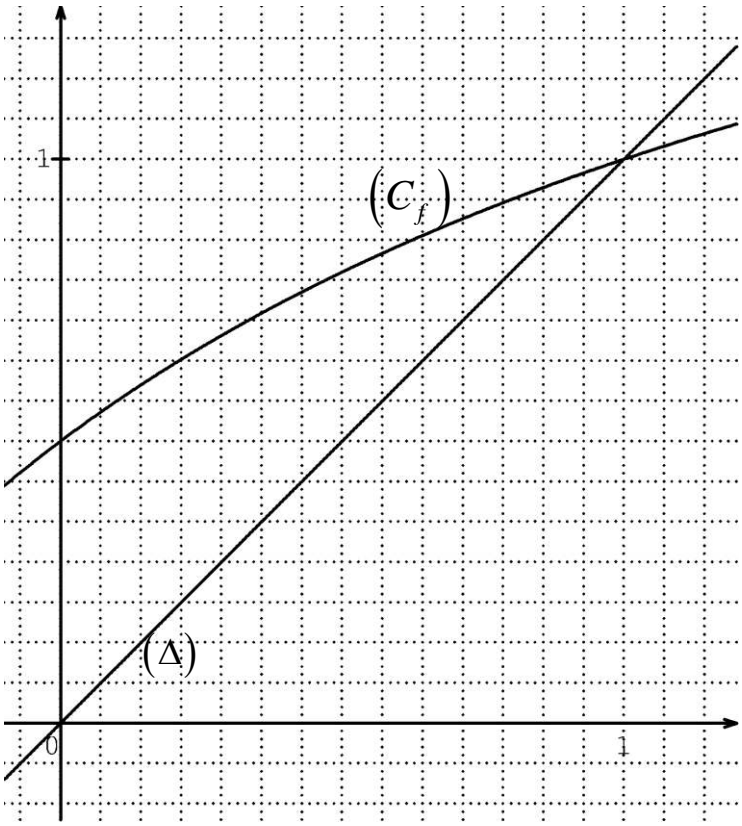
A : الحصول على الألوان الثلاثة
B : الحصول على الأكثر على لونين
C : الحصول على ثلاث كرات تحمل أعدادا مجموعها يساوي 4

2) نعيد الكرات كلها إلى الصندوق و نسحب ثلاث كرات في آن واحد

نعتبر المتغير العشوائي X **الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات أكبر الأرقام المحصل عليها**

أ) برر أن قيم X **هي** $\{1;2;3\}$
ب) عرف قانون احتمال X **و احسب أمله الرياضياتي**

التمرين الرابع(6,5 ن) :



f **الدالة العددية المعرفة على المجال** $]0;+\infty[$ **بـ :**

$$f(x)=\frac{2x+1}{x+2}$$

و (C_f) **تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$
(Δ) **المستقيم ذو المعادلة** $y=x$ **(الشكل المقابل)**

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f **على المجال** $[0;+\infty[$

2) (u_n) **متتالية عددية معرفة بحدها الأول** $u_0=0$
و من أجل كل عدد طبيعي n **،** $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) أعد رسم الشكل على ورقة إجابتك ثم مثل الحدود $u_3;u_2;u_1;u_0$ **على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الانشاء**

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) **و تقاربها**
ج) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n **:** $0\le u_n\le 1$
د) بين أن المتتالية (u_n) **متزايدة . ماذا تستنتج ؟**

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n **المتتالية** (v_n) **بالعبارة :** $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$

أ) برهن أن المتتالية (v_n) **هندسية أساسها** 3 **، ثم أكتب عبارة** v_n **بدلالة** n
ب) استنتج عبارة u_n **بدلالة** n **، ثم احسب** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
ج) احسب بدلالة n **المجموع** S_n **حيث :** $S_n=\dfrac{1}{1-u_0}+\dfrac{1}{1-u_1}+.....+\dfrac{1}{1-u_n}$

$v_n = b_0 q^n = 1 \times 3^n = 3^n$

$u_n = \frac{v_n - 1}{v_n + 1}$ ومنه $v_n = \frac{1+u_n}{1-u_n}$

$u_n = \frac{3^n - 1}{3^n + 1}$

$\lim u_n = \lim \frac{3^n\left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{3^n\left(1 + \frac{1}{3^n}\right)}$ ($\frac{1}{3^n} \to 0$)

$n \to +\infty$

$= 1$

$S_n = \frac{1}{1-u_0} + \frac{1}{1-u_1} + \dots + \frac{1}{1-u_n}$

$= v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$v_n = \frac{1+u_n}{1-u_n} = -1 + \frac{2}{1-u_n}$

$v_n + 1 = \frac{2}{1-u_n}$

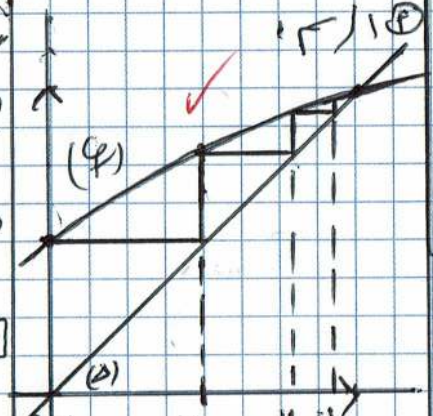
$\frac{1}{1-u_n} = \frac{1}{2}(v_n + 1)$

$S_n = \frac{1}{2}(v_0+1) + \frac{1}{2}(v_1+1) + \dots + \frac{1}{2}(v_n+1)$

$= \frac{1}{2}\left[(v_0 + v_1 + \dots + v_n) + (1 + 1 + \dots + 1)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[1\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right) + n + 1\right]$

$S_n = \frac{\frac{3^{n+1}}{2} + n + \frac{1}{2}}{4}$



1) تمثيل u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل

2) البرهان بالتراجع أن $0 \le u_n \le 1$: $n \in \mathbb{N}$

من أجل $n = 0$: $0 \le u_0 = 0 \le 1$ صحيحة $P(0)$

نفرض أن $0 \le u_n \le 1$ صحيحة $P(n)$

ونبرهن أن $0 \le u_{n+1} \le 1$ صحيحة $P(n+1)$

f متزايدة على $[0; +\infty[$ ومن أجل $0 \le u_n \le 1$

$f(0) \le f(u_n) \le f(1)$ ومنه $0 \le u_{n+1} \le \frac{1}{2}$

$0 \le u_n \le 1$: $n \in \mathbb{N}$ ومنه $P(n)$ صحيحة

من أجل كل $n \in \mathbb{N}$

3) دراسة اتجاه تغير (u_n)

$u_{n+1} - u_n = \frac{(1-u_n)(1+u_n)}{u_n + 2}$

$0 \le 1 - u_n \le 1$ ومنه $0 \le u_n \le 1$

$1 \le 1 + u_n \le 2$

$2 \le u_n + 2 \le 3$

$u_{n+1} - u_n \ge 0$ ومنه (u_n) متزايدة

4) (u_n) متقاربة لأنها متزايدة ومحدودة من الأعلى بالعدد 1

$v_n = \frac{1+u_n}{1-u_n}$

$v_{n+1} = \frac{1+u_{n+1}}{1-u_{n+1}} = \frac{3(1+u_n)}{1-u_n} = 3v_n$

$v_0 = 1$ ، $q = 3$ ومنه (v_n) هندسية

$P(E) = \frac{A_5^1 \times A_3^2 \times 3!}{504} = \frac{5}{28}$ 1+1+2=4

$C_9^3 = 84$ عدد التأليفات الممكنة

X يأخذ القيم 1، 2، 3

$X = 1 \leftarrow 1,1,1$

$X = 2 \leftarrow 2,1,1$ ، $2,2,1$ ، $2,2,2$

$X = 3 \leftarrow$ الأعداد المكونة من 3 أرقام

$1,2,3,4$ من X جدول

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$1/84$	$55/84$	$7/21$

$P(X=1) = \frac{C_3^3}{84} = \frac{1}{84}$

$P(X=2) = \frac{C_5^3 + C_5^2 \times C_3^1 + C_5^1 \times C_3^2}{84}$

$= \frac{55}{84}$

$P(X=3) = \frac{C_4^1 \times C_6^2}{84} = \frac{28}{84} = \frac{7}{21}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{3} p_i x_i = \frac{195}{84}$

التمرين 4 (6 نقاط)

$D_f = [0; +\infty[$ $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$

$f'(x) = \frac{3}{(x+2)^2}$

f متزايدة على $[0; +\infty[$ ومنه $f'(x) > 0$

$u_0 = 0$

$u_{n+1} = f(u_n)$

$= \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$

$\beta = 4$ ومنه $193\beta = 772$

E مجموعة الأعداد الطبيعية التي تقسم 772

$y' = -\frac{1}{2}e^{-2x} + c_1$ ومنه $y'' = e^{-2x}$

$c_1 = \frac{3}{2}$ ومنه $y'(0) = \frac{1}{4}$

ومنه $y(0) = \frac{1}{4}$ ، $y = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x + c_2$

$f(x) = \frac{1}{4}e^{-2x} + \frac{3}{2}x$ ومنه $c_2 = 0$

(حساب احتمال)

E مجموعة الأعداد المكونة من 4 أرقام

أرقام مختلفة أو أرقام متماثلة

أرقام مختلفة أرقام متماثلة

$2 \times A_7^2 \times A_4^1 = 336$

التمرين 3 (4 نقاط)

$2,2,1,1 \leftarrow$ عدد من 4 أرقام

$3,2,1 \leftarrow$ عدد من 3 أرقام

$2,2 \leftarrow$ عدد من 2 أرقام

1) عدد التأليفات الممكنة $A_9^3 = 504$

A: الحصول على عدد زوجي

$P(A) = \frac{4 \times A_3^1 \times A_2^1 \times 6}{504} = \frac{2}{7}$

B: الحصول على عدد فردي

$\overline{B}$: الحصول على عدد زوجي

$\overline{B} = A$

$P(B) = 1 - P(A) = \frac{5}{7}$

احتمال الحصول على عدد فردي $= \frac{5}{7}$

التمرين 1 (3 نقاط)

$\alpha = 0,5$

1) $f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x+1} - x - 2$

$D_f =]-\infty; +\infty[$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) - (-x-2) = 0$

$y = -x - 2$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

$f(x) - (-x-2) = 2e^{\frac{1}{2}x+1} > 0$

(C_f) فوق (Δ) على $\mathbb{R}$

$A(\alpha) = \int_{\alpha}^{-2} f(x) - (-x-2)\,dx$

$= \int_{\alpha}^{-2} 2e^{\frac{1}{2}x+1}\,dx$

$= 4\left[e^{\frac{1}{2}x+1}\right]_{\alpha}^{-2} = 4 - 4e^{\frac{1}{2}\alpha+1}$ ua

$\lim_{\alpha \to -\infty} A(\alpha) = 4$

التمرين 2 (6 نقاط)

$4 \times (0,5+1) = 6$

1) N مجموعة حلول المعادلة

$u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n = -3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 6 - \left(-3\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} + 3\right)$

$= 3$

2) حساب S_{100}

$\alpha = \frac{1}{3}$ ومنه $\frac{2}{15} + \frac{1}{15} + 9 + \frac{7}{15} = 10$

إذن $E(X) = \frac{\beta + 4}{15}$

ثم $E(193X + 1444) = 2023$

$193E(X) + 1444 = 2023$