الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية سعيـدة — ثانوية حشمـــان محمد-يوب.

المستوى :الثالثة علوم تجريبية — السنة الدراسية 2024 / 2023

اختبار الفصل الثاني في مادّة الرياضيات — المدة :03سا

ملاحظة هامة ! تؤخذ بعين الاعتبار ، فقط لا غير ، الإجابات الدقيقة و الواضحة .

يمنع منعًا باتًّا استعمال القلم المُصحّح " l'effaceur " و القلم الأحمر.

التمرين الأول: ..... (المدة35د) (04pt)

✍ عين الأقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات التاليـــــة مع التبرير :

❶ حلول المعادلة التفاضلية $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ هي :

أ) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + c$ ب) $y = \sqrt{x^2+1} + C$ ج) $y = 2\sqrt{x^2+1} + c$

❷ قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + (\alpha+2)^n$ متقاربة هي :

أ) $\alpha \in]-3;-1]$ ب) $\alpha \in]-1;1[$ ج) $\alpha \in [-3;-1]$

❸ العدد الحقيقي $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ يساوي :

أ) $-\frac{2}{e}+1$ ب) $\frac{2}{e}-1$ ج) $\frac{2}{e}$

❹ قسم به 24 تلميذ نريد تشكيل لجنة تضم مسؤول ونائب له وثلاث اعضاء لهم نفس المهمة ، عدد اللجان الممكن تشكيلهاهو :

أ) 850080 ب) 42504 ج) 2092

التمرين الثـاني: ..... (المدة40د) (04pt)

✍ لكن المتتاليـــة (u_n) الحسابية متزايدة تماما حدها الأول u_0 وأساسها r حيث : $\begin{cases} u_1 + u_3 = 10 \\ u_1^2 + u_3^2 = 68 \end{cases}$

www.dzexams.com

❶ أحسب u_2 ثم r.

❷ أكتب بدلالة n عبارة الحد العام u_n

★ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة : $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{u_n}$

❶ أثبت أن متتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها q وحدها v_2

❷ بين أن متتالية (v_n) متقاربة .

❸ أحسب الجـــــداء: $P = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^8 \times \cdots \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2021}$

التمرين الثالث: ..... (المدة45د) (05pt)

✍ صندوقان غير شفافين U_1و U_2 ، يحتوي U_1 على 4 كريات حمراء و3 سوداء ،ويحتوي صندوق U_2 على 3 حمراء وكرية 1 سوداء فقـــط.(الكريات كلها متشابهة لانفرق بينها عند اللمس وغير مرقمة)

⋆ نرمي حجر نرد متوازن ذي ست اوجه مرقمة من 1 الى 6 .

• اذ ظهر رقم فردي نحسب كريتين في أن واحد من الصندوق U_1

• اذ ظهر رقم زوجي نحسب كريتين في أن واحد من الصندوق U_2

★ نعتبر الأحداث التالية :

A سحب كرتين حمراوين

B سحب كرتين سوداوين

C سحب كرتين من لونين مختلفين

D سحب كرية حمراء على أقل .

❶ أكمل شجرة الإحتمالات في (وثيقة مرافقة)

❷ أحسب إحتمالات الأحداث : A ، B C، و D

★★ نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

❸ أ) عيّن قيم المتغير العشوائي X

ب) عيّن قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X

❹ أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع: ..... (المدة1سا) (07pt)

www.dzexams.com

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=1+\dfrac{a+b\ln(x)}{x}$ حيث a و b عددين حقيقين .

❶ عين عددان حقيقيان a و b بحيث المنحنى (C_f) يقبل في نقطة $A(1;2)$ مماساموازي لحامل لمحور فواصل.

✍ المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامـدوالمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث وحدتي الطول $(\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=2cm)$, (C_f) هو التمثيل البياني لدالـة f .

II) لتكن الدالـة f المعرفة على المجـال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+\dfrac{1+\ln(x)}{x}$

❶ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$. فسرنتائج بيانيا

❷ بين أن مشتقة الدالـة f تكتب بالشكل $f'(x)=-\dfrac{\ln(x)}{x^2}$

⋆ إستنتج تغيرات الدالـة f

⋆⋆ شكل جدول تغيرات الدالـة f

❸ بين أن معادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد α في المجال $]0.27;0.28[$ $.\alpha\in$

❹ أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذو معادلة $y=1$

❺ أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في نقطة ذات فاصلة 1

❻ أرسم كل من : (T) ; (D) ; (C_f)

III) ليكن العدد الحقيقي $\lambda \succ 1$ ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيمات $y=1$، $x=1$ و $x=\lambda$

❶ أحسب $A(\lambda)$ بدلالة λ

❷ أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

♠ أساتـــذة المادة : بالتوفيق في BAC2024 ♠

www.dzexams.com

تصحيح ــ الإختبار للفصل الثاني شعبة ع ت ــ

المستوى : 3ع ت1و2 المادّة : رياضيّات

التمرين الأول:

✍ تعين الأقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات التاليـــة مع التبرير :

❶ ج) $y = 2\sqrt{x^2+1} + c$

التعليل: الدالة الاصلية لدالة: $x \mapsto \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ هي الدالة

$x \to 2\sqrt{x^2+1} + C$

❷ أ) $\alpha \in]-3;-1]$

ينا $\lim_{n\to+\infty} v_{n\to+\infty} = \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n + \lim_{n\to+\infty}(\alpha+1)^n$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

نضع $q = \alpha + 2$ نجد q^n

$-1 < \alpha + 2 \leqslant 1 \Rightarrow -3 < \alpha \leqslant -1$

$\Rightarrow \alpha \in]-3;-1]$

❸ أ) $-\frac{2}{e} + 1$ التعليل :بتطبيق تكامل بالتجزئة نجد

$$\int_1^e \frac{\ln x}{x^e} dx = \int_1^e \frac{1}{x^2} \ln x dx$$
$$= \left[-\frac{1}{x}\ln x\right]_1^e - \int_1^e -\frac{1}{x} \times \frac{1}{x} dx$$
$$= \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^e - \int_1^e -\frac{1}{x^2} dx$$
$$= -\left[\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x}\right]_1^e = -\frac{2}{c} + 1$$

❹ أ) 850080 التعليل: $A_{24}^2 \times C_{22}^3 = 850080$

التمرين الثاني:

$$\begin{cases} \mu_1 + \mu_3 = 10 \\ \mu_1^2 + \mu_3^2 = 68 \ldots (*) \end{cases}$$

❶ حساب u_2

$\mu_1 + \mu_3 = 2u_2 = 10$

$u_2 = 5$

حساب r

$$\begin{cases} \mu_1 = \mu_2 - r \\ \mu_3 = \mu_2 + r \cdots (1) \end{cases}$$

$(u_2 - r)^2 + (u_2 + r)^2 = 68$

$(5-r)^2 + (5+r)^2 = 68$

$50 + 2r^2 = 68$ نعوض (1) في (*) نجد

$r^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} r = 30,5 \\ r = -3 \end{cases}$

لان متتالية حسابية متزايدة اي ان $r > 0$

❷ كتابة (μ_n) بدلالة n

$\mu_n = \mu_2 + (n-2)r$

$\mu_n = 5 + (n-2)(3)$

$\mu_n = 5 + 3n - 6$

$\mu_n = -1 + 3n$

★❶ اثبات ان ممتالية هندسية:

$\nu_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\mu_n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1+3n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{3n}$

$V_n = \frac{1}{2^{-1}} \times \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^n = 2 \times \left(\frac{1}{8}\right)^n$

V_n متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{8}$ وحدها $v_2 = \frac{1}{32}$

❷ (v_n) متتالية متقاربة لأن $-1 < 9 = \frac{1}{8} < 1$ وعليه

$\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$

❸ حساب الجداء:

$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+8+\cdots-2021}$

$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{5+8+10\ldots+2\cdot11}$

$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{\mu_2+\mu_3+\cdots\mu_{674}} (\mu_2 + \mu_{674}) \left(\frac{674-2+1}{2}\right)$

$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{(5+2021)\left(\frac{674-2+4}{2}\right)}$

$P = \left(\frac{1}{2}\right)^{(5)}$

التمرين الثالث:

❶ اكمال شجرة احتملات

❷ حساب احتمال :

$$P(A) = P(\mu_1) \times P_{\mu_1}(RR) + P(\mu_1) \times P_{u_2}(RR)$$
$$P(A) = \frac{3}{6} \times \frac{6}{21} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6}$$
$$= \frac{18}{126} + \frac{9}{36} = \frac{1}{7} + \frac{1}{4}$$
$$P(A) = \frac{11}{28}$$
$$P(B) = P(\mu_1) \times P_{\mu_1(NN)} + P(\mu_2) P_{\mu_2}(NN)$$
$$= \frac{3}{6} \times \frac{3}{21} = \frac{9}{126}$$
$$P(B) = \frac{1}{14} = \frac{2}{28}$$
$$P(c) = P(\mu_1) \times P_{\mu_2}(NR) \quad + P(\mu_2) \times P\mu_2(NR)$$
$$= \frac{3}{6} \times \frac{12}{21} + \frac{3}{6} \times \frac{3}{6}$$
$$P(c) = \frac{36}{126} + \frac{9}{36}$$
$$P(c) = \frac{2}{7} + \frac{1}{4} = \frac{15}{28}$$

www.dzexams.com

$P(D) = p(C) + P(A)$
$P(D) = \frac{15}{28} + \frac{11}{28} = \frac{26}{28}$

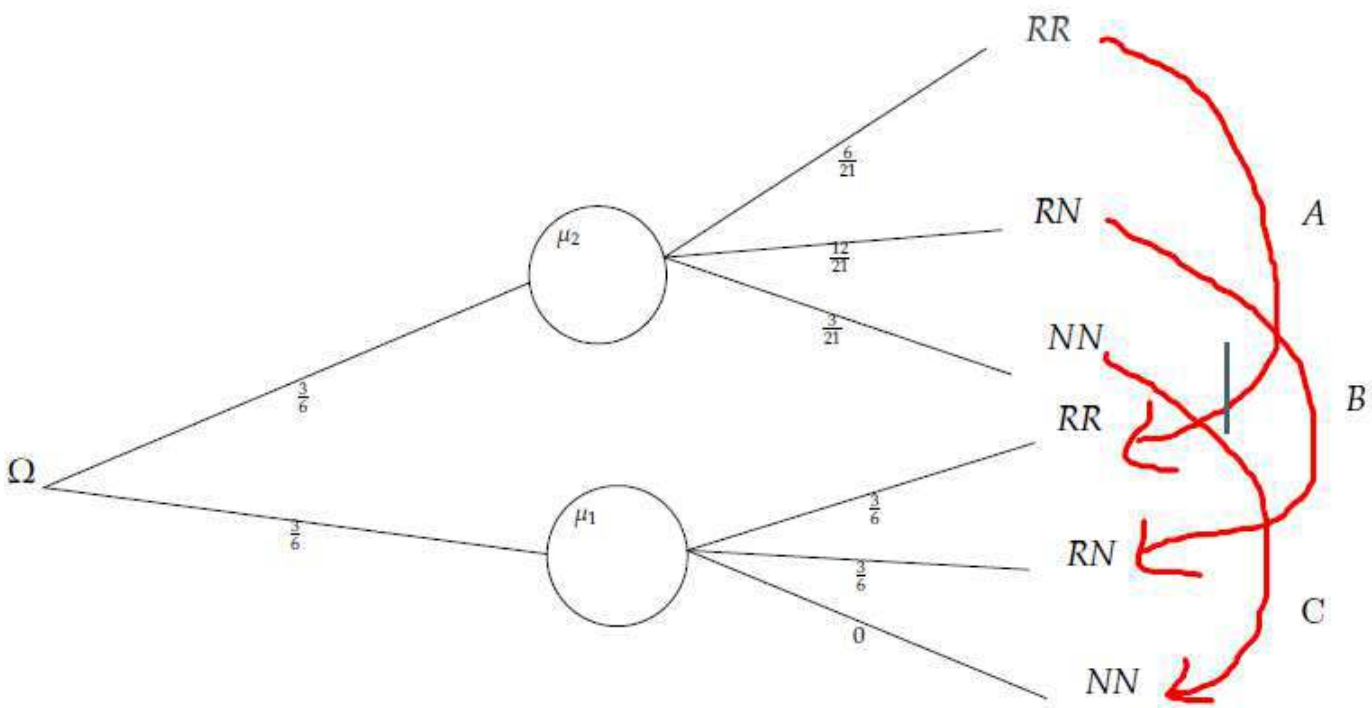
❸ تعين قيم متغير عشوائي : $X = \{0; 1; 2\}$

❹ تعين قانون احتمال :

X	0	1	2	مجموع :
$P(X)$	$P(B)$	$P(C)$	$f(A)$	1

❺ حسب $E(x)$

$E(x) = \sum_{i=1}^{3} x_i p_i$
$E(x) = 0p(B) + p(c) \times 1 + 2p(A)$
$E(x) = p(c) + 2p(1)$
$E(x) = \frac{15}{28} + 2 \times \frac{11}{28}$
$E(x) = \frac{37}{28} \simeq 1,32$



www.dzexams.com

التمرين الرابع:

I. لدينا : $g(x)=1+\dfrac{a+b\ln(x)}{x}$

☜ تعيين قيمة كل من العددين b,a بحيث المنحني $(\mathcal{C}_g)$ يقبل في النقطة $A(1;2)$ مماسا يوازي $(x'x)$:

معناه $g(1)=2$ و $g'(1)=0$

- $g(1)=2$ معناه $1+\dfrac{a+b\ln(1)}{1}=2$ ومنه $1+a=2$ أي $a=1$.
- ولدينا : $g'(x)=\dfrac{\frac{b}{x}\times x-(a+b\ln(x))}{x^2}=\dfrac{b-a-b\ln(x)}{x^2}$ أي $g'(x)=\dfrac{b-a-b\ln(x)}{x^2}$

$g'(1)=0$ معناه $\dfrac{b-1-b\ln(1)}{1^2}=0$ أي $b-1=0$ و منه $b=1$

و بالتالي : $g(x)=1+\dfrac{1+\ln(x)}{x}$

II. لدينا : $f(x)=1+\dfrac{1+\ln(x)}{x}$

1) حساب $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$:

- $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\left(1+\dfrac{1+\ln(x)}{x}\right)=-\infty$ لان $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 0^+}\ln(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1+\ln(x)}{x}=-\infty\end{cases}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1+\ln(x)}{x}\right)=1$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\ln(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln(x)}{x}\right)=0$

☜ التفسير الهندسي للنتيجتين :

المنحني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين : $x=0$ (مستقيم مقارب عمودي) و $y=1$ مستقيم مقارب أفقي .

2) حساب المشتقة : $f'(x)=\dfrac{1-1-\ln(x)}{x^2}=-\dfrac{\ln(x)}{x^2}$ $f'(x)=-\dfrac{\ln(x)}{x^2}$

– دراسة اشارة المشتقة : اشارة $f'(x)$ عكس اشارة $\ln(x)$

x	0		1		$+\infty$
$\ln(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

www.dzexams.com

- جدول تغيرات الدالة f :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	2	↘	1

$$f(1)=1+\frac{1+\ln(1)}{1}=1+1=2$$

3) اثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0.27;0.28[$:

- الدالة f مستمرة و رتيبة تماما على المجال $[0.27;0.28]$
- ولدينا : $f(0.27)=1+\frac{0.27+\ln(0.27)}{0.27}=-0.15$ و

$$f(0.28)=1+\frac{0.28+\ln(0.28)}{0.28}=0.03$$

إذن : $f(0.27)\times f(0.28)<0$

- حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0.27;0.28[$.

4) دراسة الوضعية النسبية للمنحني $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة الى المستقيم (d) ذي المعادلة $y=1$:

ندرس اشارة الفرق $f(x)-y=1+\frac{1+\ln(x)}{x}-1=\frac{1+\ln(x)}{x}$

- $f(x)-y=0$ معناه $\begin{cases}1+\ln(x)=0\\ x\in]0;+\infty[\end{cases}$ أي $\begin{cases}\ln(x)=-1\\ x\in]0;+\infty[\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}e^{\ln(x)}=e^{-1}\\ x\in]0;+\infty[\end{cases}$

وبالتالي : $x=e^{-1}$

- جدول اشارة الفرق :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$1+\ln(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)-y$	‖	$-$	0	$+$	
الوضعية النسبية	‖ $(\mathcal{C}_f)$ تحت (d)		$(\mathcal{C}_f)$ يقطع (d)		$(\mathcal{C}_f)$ فوق (d)

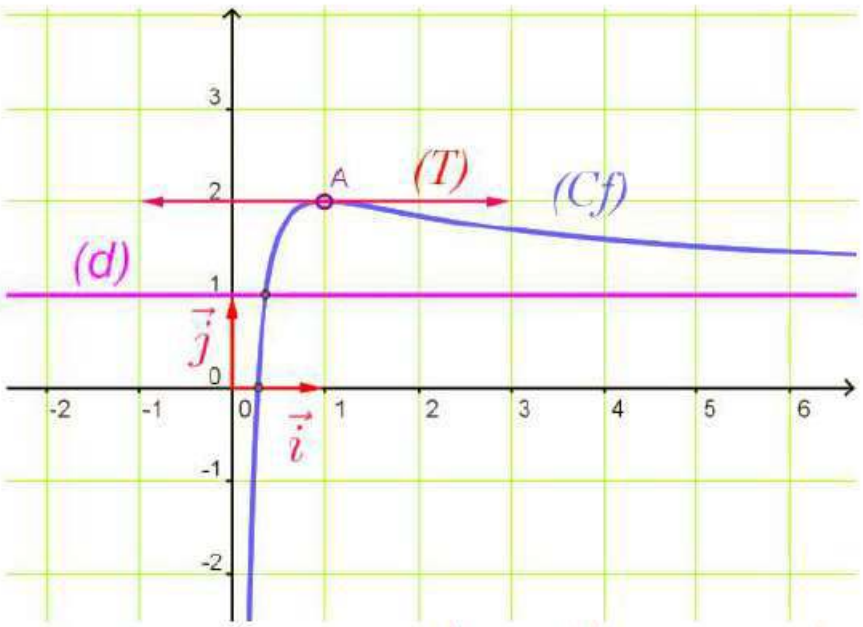
www.dzexams.com

5) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1 أي عند النقطة $A(1;2)$:

$f(1)=2, f'(1)=0$ $\quad y=f'(1)(x-1)+f(1)=0\times(x-1)+2=2$

$(T): y=2$

6) الرسم :



❻

$$[1\ A(\lambda)=\int_1^{\lambda}[f(x)-y]dx=\int_1^{\lambda}\left(1+\frac{\lambda+\ln(x)}{x}-x\right)dx\ (4\ \text{cm}^2)$$

$$=\int_1^{\lambda}\frac{1+\ln x}{x}dx=\int_1^{\lambda}\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}\Big)dx\ (4\text{ma}^2)$$

$$=\left[\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^{\lambda}\ln^2$$

$$=\left(\ln\lambda+\frac{1}{2}(\ln(\lambda))^2\right)4\ \text{cm}^2$$

$$[2\ \lim_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)=+\infty$$

www.dzexams.com