

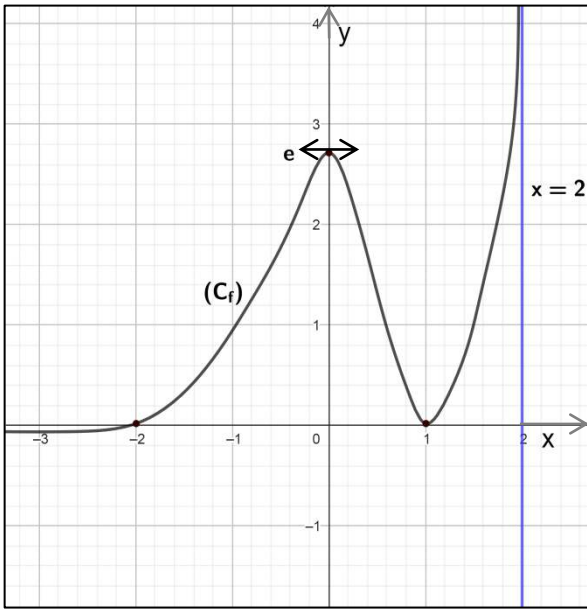


التمرين الأول : (5 نقاط)

يمثل الشكل المقابل منحنى الدالة f المعرفة على $]-\infty; 2[$ حيث المستقيمين (Δ) ذو المعادلة $x=2$ و حامل محور الفواصل مقاربين له.

الدالة العددية المعرفة بـ: $g(x) = \ln[f(x)]$

لكل سؤال جواب واحد صحيح ، اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المقترحة مع التعليل في كل حالة :



(1) الدالة g معرفة على المجال :

(أ) $]-2; 2[$ (ب) $]-2; 1[$ (ج) $]-2; 1[\cup]1; 2[$

(2) الدالة g قابلة للاشتقاق عند "0" و :

(أ) $g'(0) = 1$ (ب) $g'(0) = 0$ (ج) $g'(0) = e$

(3) المعادلة $g(x) = 1$ تقبل :

(أ) حل وحيد (ب) حلين (ج) 3 حلول

(4) نهاية $g(x)$ لما $x \rightarrow 2^-$ هي :

(أ) $-\infty$ (ب) $+\infty$ (ج) 0

(5) المنحنى (C_g) يقبل مستقيماً مقارباً معادلته :

(أ) $x=0$ (ب) $x=2$ (ج) $x=-1$

التمرين الثاني : (6 نقاط)

f دالة معرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 + 2 \ln x$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أدرس تغيرات الدالة f .

(3) برهن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $\alpha < 2$.

(4) استنتج إشارة $f(x)$.

(5) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يشمل النقطة $(0; -2)$.

التمرين الثالث : (9 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (x-1)e^x - 1$

(1) أحسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) احسب g' ثم استنتج تغيرات الدالة g .

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث : $1.2 < \alpha < 1.3$

4 (استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II (لتكن f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{2x}{e^x + 1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
 (1 أ) عين نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

د) بين أن $f(\alpha) = 2(\alpha - 1)$ ثم استنتج حصراً لـ $f(\alpha)$.

(2 أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب لـ (C_f) عند $-\infty$.

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

(3 أ) بين أن : $f(-\alpha) = -2$

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (T) موازي للمستقيم (Δ) في النقطة ذات الفاصلة $-\alpha$ ثم أكتب معادلته .

(4 انشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

(5 ناقش بياناً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $2x \left(\frac{1}{e^x + 1} - 1 \right) = m$

من صريح اختيار

المترية الثاني

$$f(n) = n - 2 + 2 \ln n$$

① حساب النهايات

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} (n - 2 + 2 \ln n) = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (1 - \frac{2}{n} + 2 \frac{\ln n}{n}) = +\infty$$

$$f'(n) = 1 + \frac{2}{n} > 0$$

و من f متزايدة متناهية $[0; +\infty[$

$$f(n) = 2 \ln n \quad \lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = -\infty$$

أي: $-\infty \in]a; +\infty[$ و من حسب مبرهنة القيمة المتوسطة
المعادلة $f(n) = 0$ قابل الحل وحده
 α حيث $\alpha < 2$

n	0	α	$+\infty$
$f(n)$	-	+	+

③ معادلة تانسا (T) الذي يمثل

$$y = f'(n_0)(n - n_0) + f(n_0)$$

$$-2 = \left(1 + \frac{2}{n_0}\right)(-n_0) + n_0 - 2 + 2 \ln n_0$$

$$-2 = -n_0 + 2 + n_0 - 2 + 2 \ln n_0$$

$$2 \ln n_0 = 2, \quad \ln n_0 = 1$$

$$n_0 = e$$

المترية الأول

$$g(n) = \ln[f(n)]$$

① g معرفة لـ $f(n) > 0$

$$I =]-2; 1[\cup]1; 2[$$

الاختيار الصحيح: ج

② الاختيار الصحيح هو: ب

$$g'(n) = \frac{f'(n)}{f(n)}; \quad g'(0) = \frac{f'(0)}{f(0)} = 0$$

③ المعادلة $g(n) = 1$

الاختيار الصحيح هو: ج

$$f(n) = e, \quad \ln[f(n)] = 1$$

و من المعادلة نقل حلين

④ الاختيار الصحيح هو: د

$$\lim_{n \rightarrow -2} g(n) = \lim_{n \rightarrow -2} \ln f(n)$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

⑤ الاختيار الصحيح هو: ب

$$\lim_{n \rightarrow 2} g(n) = \lim_{n \rightarrow 2} \ln f(n) = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow 2} f(n) = +\infty$$

$$f'(n) = \frac{-2gn}{(e^n+1)^2}$$

$$f'(n) = \frac{2(e^n+1) - e^n(2n)}{(e^n+1)^2}$$

$$= \frac{2e^n+2-2ne^n}{(e^n+1)^2} = \frac{-2(e^n(n-1)-1)}{(e^n+1)^2} = \frac{-2g(n)}{(e^n+1)^2}$$

بما أن $(e^n+1)^2 > 0$ ونسأل علامة f' في f' السك

n	$-\infty$	α	$+\infty$
$2g(n)$	+	0	-
$f(n)$			

$$f(\alpha) = 2(\alpha-1)$$

لدينا $g(\alpha) = 0$ إذا $e^\alpha = \frac{1}{\alpha-1}$ بالتعريف

$$f(\alpha) = \frac{2\alpha}{\frac{1}{\alpha-1} + 1} = \frac{2\alpha}{\alpha-1}$$

$$= f(\alpha) \text{ مكرر}$$

$$0.4 < f(\alpha) < 0.6$$

② نبدأ من $y=2x$ من مقارب (f) في

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2x}{e^n-1} - 2n \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{2x-2xe^n+2n}{e^n-1} \right] = 0$$

ومن (د) مستقيم مقارب لـ (f)

لـ (f) ومنه (f) و (f) و (f) ندرس إشارة

$$\frac{2ne^n}{e^n+1}$$

بما أن $e^n > 0$ ، $e^n+1 > 0$ إذن إشارة التفرع

n	$-\infty$	0	$+\infty$
$-2n$	+	0	-
المنطقة	(ف) منفرج	تقاطع (0,0)	(ف) منفرج

$$y = f'(e)(n-e) + f(e) = \left(1 + \frac{2}{e}\right)(n-e) + e - 2 + 2 \ln e$$

$$= n - e + \frac{2}{e}n + 2 + e - 2 + 2$$

$$y = \left(1 + \frac{2}{e}\right)n + 2$$

③ ندرس إشارة g'

$$g(n) = (n-1)e^n - 1$$

① ندرس إشارة g'

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} [(n-1)e^n - 1] = +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} [ne^n - e^n - 1] = -1$$

$$g'(n) = e^n + ne^n = (n+1)e^n$$

بما أن $e^n > 0$ ونسأل علامة g' في g' السك

n	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(n)$	-	0	+
$g(n)$	-1	-1	$+\infty$

منه إشارة g' مستقيمة مقاربة لـ g

$$g(1,2) = -0,33 \text{ و } 1,2 \text{ و } 1,3$$

$$g(1,3) = 0,1$$

بما أن $g(n) = 0$ ونسأل $g(1,2) \times g(1,3) < 0$

نبدأ من $x=1,2$ حيث $x < 1,3$

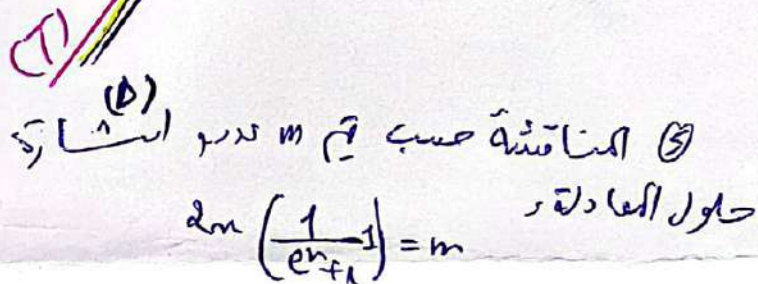
③ ندرس إشارة g'

n	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(n)$	-	0	+

$$f(n) = \frac{2n}{e^n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow -\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow -\infty} \left(\frac{2n}{e^n+1} \right) = -\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x}{n(e^n+1)} \right) = 0$$



$$f(m) = 2m + m \quad \text{57}$$

$\rho_{gms} \propto \propto \propto \propto m=0 \text{ } L_6$

$m=2d-2$ $\hookleftarrow$

6-2-2 // 8. بقیہ - جو

$$\frac{(-1+1+1)^2}{x^2} = -2(-x^2 + x - x + 1 - 1) = 2$$

5