

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 06 نقاط

نعتبر العددين الصحيحين a و b بحيث $a \equiv 2024[5]$ و $b - a \equiv 1962[5]$.

- بين أن $a \equiv 4[5]$ وأن $b \equiv 1[5]$.
- تحقق أن $a \equiv -1[5]$ ، ثم بين أن العددين a^{2024} و b^{1445} متوافقان بتريديد 5.
- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على العدد 5.
- بين أن العدد $1962^{1962} + 2b^{1445} + a^{2025}$ مضاعف للعدد 5.
- عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $2^n + a^{2025} + 2b^{1445} \equiv 0[5]$.

التمرين الثاني: 06 نقاط

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحيث $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_2 + u_4 = 10 \end{cases}$.

- احسب الحد u_3 ، ثم بين أن $r = 2$ بحيث r هو أساس المتتالية (u_n) .
- اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
- بين أن العدد 2023 حد من حدود المتتالية (u_n) يطلب تعيين رتبته.
- نعتبر المجموع S_n بحيث $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.
أ) بين أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $S_n = n^2 - 1$.
ب) عين قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $S_n = 2024$.

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -x^3 + 3x^2$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.
- بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = -3x(x - 2)$ ، ثم ادرس حسب قيم x إشارة $f'(x)$.
- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
- بين أن النقطة $I(1; 2)$ نقطة انعطاف لـ (C_f) ، ثم اكتب معادلة للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة A .
- عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.
- احسب $f(-1)$ ثم أنشئ (T) وارسم (C_f) .
- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = m$.

نعتبر المتالتين العدديتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n - 4 \end{cases}$ و $v_n = u_n - 1$.

1. بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 5 يطلب حساب حدها الأول v_0 .
2. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل $n \in \mathbb{N} : u_n = 5^n + 1$.
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
4. بين أن العدد 3126 حد من حدود (u_n) يطلب تعيين رتبته.
5. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$.
6. استنتج بدلالة n المجموع S'_n بحيث $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

التمرين الثاني: 06 نقاط

نعتبر الأعداد الصحيحة a, b و c بحيث $a = 1962, b = -2025$ و $c \equiv a + b [11]$.

1. بين أن $a \equiv 4 [11], b \equiv 10 [11]$ ، ثم استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد c على العدد 11.
2. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 4^n على العدد 11.
3. تحقق أن $b \equiv -1 [11]$ ثم بين أن $a^a + 3b^a + (c+1)^{2023} \equiv 0 [11]$.
4. عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $b^{1445} \times a^n \equiv b [11]$.

التمرين الثالث: 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ: $f(x) = \frac{2x-2}{x-2}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = 2 + \frac{2}{x-2}$.
2. احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$. استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين لـ (C_f) .
3. بين أنه من أجل $x \in \mathbb{R} - \{2\}$: $f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
4. اكتب معادلة للمماس للمماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
5. بين أن النقطة $B(2; 2)$ مركز تناظر لـ (C_f) .
6. عين احداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامي محوري الاحداثيات.
7. أنشئ (T) والمستقيمت المقاربة ثم ارسم (C_f) .