



على المترشح حل الموضوع :

التمرين الأول: (06نقاط)

نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث: $\begin{cases} a = 2024 \\ b = 1445 \end{cases}$.

- 1) أ- هل العددان a و b متوافقان بترديد 3؟ (1p)
- ب- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين الطبيعيين a و b على 3. (1p)

2) أ- بين أن: $\begin{cases} a \equiv -1[3] \\ b \equiv -1[3] \end{cases}$. (1p)

ب- إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + b^2 - 2$ على 3. (1p)

3) أ- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: b^{2n} \equiv 1[3]$. (1p)

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $a^2 + b^{2n} + a \times n \equiv 0[3]$. (1p)

التمرين الثاني: (06نقاط)

1) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ ب: $u_n = 3n - 4$.

1) أحسب كلا من u_0 و u_1 و u_2 . (1p)

2) أ- بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r . (0.5p)

ب- إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) . (0.5p)

ج- أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n من أجل كل عدد طبيعي يختلف عن 1. (1p)

3) بين أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم إستنتج رتبته. (1p)

4) أ- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. (1p)

ب- إستنتج قيم المجموع S_{676} . (0.5p)

ج- عين باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{676} على 3. (0.5p)

التمرين الثالث: (08نقاط)

- 1) لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x) = x^3 - 3x^2$.
و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
(الوحدة: $\|\vec{i}\| = 1cm, \|\vec{j}\| = 1cm$)
(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (1p)
- (2) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3x(x-2)$. (1p)
ب-استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0; 2]$. (1p)
ج-أحسب كلا من $f(0)$ و $f(2)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f . (1p)
- (4) عين معادلة المماس (T) عند النقطة $I(3; 0)$. (1p)
- (5) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2(x-3)$. (1p)
ب-استنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و محور الفواصل. (1p)
- (6) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) . (1p)

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) أ- العددان a و b متوافقان بترديد 3 ؟

$a - b = 579$ ونعلم أن $0[3] \equiv 579$ ومنه $0[3] \equiv a - b$. (1p)

ب- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين الطبيعيين a و b على 3.

$a \equiv 2[3]$ و $b \equiv 2[3]$ (0.5p).

2) أ-

$a \equiv 2 - 3[3]$ و $b \equiv 2 - 3[3]$ (0.5p).
 $a \equiv -1[3]$ و $b \equiv -1[3]$ (0.5p).

ب- إستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 + b^2 - 2$ على 3.

$$a^2 + b^2 - 2 \equiv (-1)^2 + (-1)^2 - 2[3]$$

$$a^2 + b^2 - 2 \equiv 1 + 1 - 2[3]$$

$$a^2 + b^2 - 2 \equiv 0[3]$$

3) أ- إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: b^{2n} \equiv 1[3]$.

$$b \equiv -1[3] \Rightarrow b^2 \equiv (-1)^2[3]$$

$$(1p) \Rightarrow b^2 \equiv 1[3] \Rightarrow (b^2)^n \equiv (1)^n[3]$$

$$\Rightarrow (b^2)^n \equiv 1[3] \Rightarrow b^{2n} \equiv 1[3]$$

ب- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $a^2 + b^{2n} + a \times n \equiv 0[3]$.

$$a^2 + b^{2n} + a \times n \equiv 0[3] \Rightarrow (-1)^2 + 1 + 2 \times n \equiv 0[3]$$

$$\Rightarrow 1 + 1 + 2 \times n \equiv 0[3] \Rightarrow 2 + 2 \times n \equiv 0[3]$$

$$(1p) \Rightarrow 2 \times n \equiv -2[3] \Rightarrow n \equiv -1[3]$$

$$\Rightarrow n \equiv -1 + 3[3] \Rightarrow n \equiv 2[3]$$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

I) 1) أحسب كلا من u_0, u_1 و u_2 .

$$(1p) u_0 = -4; u_1 = -1; u_2 = 2$$

2) أ- بين أن (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r .

$$(0.5p) u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 4 - (3n - 4) = 3n + 3 - 4 - 3n + 4 = 3$$

ب- إستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

بما أن $r = 3 > 0$ فإن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. (0.5p)

ج- أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n من أجل كل عدد طبيعي يختلف عن 1.

$$u_n = u_1 + (n-1) \times r$$

$$(1p) u_n = -1 + (n-1) \times 3$$

$$u_n = -1 + 3(n-1)$$

3) بين أن العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم إستنتج رتبته. (1p)

$$u_n = 2024$$

$$3n - 4 = 2024$$

$$(0.5p) 3n = 2028$$

$$n = 676$$

ومنه العدد 2024 حد من حدود المتتالية (u_n) .

$$(1p) \quad f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f'(x) = 3x(x-2)$$

ب-استنتج تغيرات:

$$(0.5p) \quad f'(x) = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$3x = 0 \quad \text{و} \quad (x-2) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+

بما أن $f'(x) > 0$ على $]-\infty; 0[$ و $2; +\infty[$ و $f'(x) < 0$ على $]0; 2[$ فإن الدالة f متزايدة تماماً على $]-\infty; 0[$ و $2; +\infty[$ ومتناقصة تماماً على $]0; 2[$. (0.5p)

ج-أحسب كلا من $f(0)$ و $f(2)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

$$(0.5p) \quad f(0) = 0 \quad \text{و} \quad f(2) = -4$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$

رتبة الحد 2024 هي p : (0.5p)

حالة n من $\mathbb{N}$: $p = 676 - 0 + 1 = 677$

حالة n من $\mathbb{N}^*$: $p = 676 - 1 + 1 = 676$

4) أ-أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

$$S_n = \left(\frac{n-0+1}{2} \right) (u_0 + u_n)$$

$$(1p) \quad S_n = \left(\frac{n+1}{2} \right) (-4 + 3n - 4)$$

$$S_n = \left(\frac{n+1}{2} \right) (3n - 8)$$

ب-إستنتج قيم المجموع S_{676} .

$$(0.5p) \quad S_{676} = \left(\frac{676+1}{2} \right) (3 \times 676 - 8)$$

$$S_{676} = 683770$$

ج-عين باقي القسمة الإقليدية للعدد S_{676} على 3.

$$(0.5p) \quad S_{676} \equiv 1[3]$$

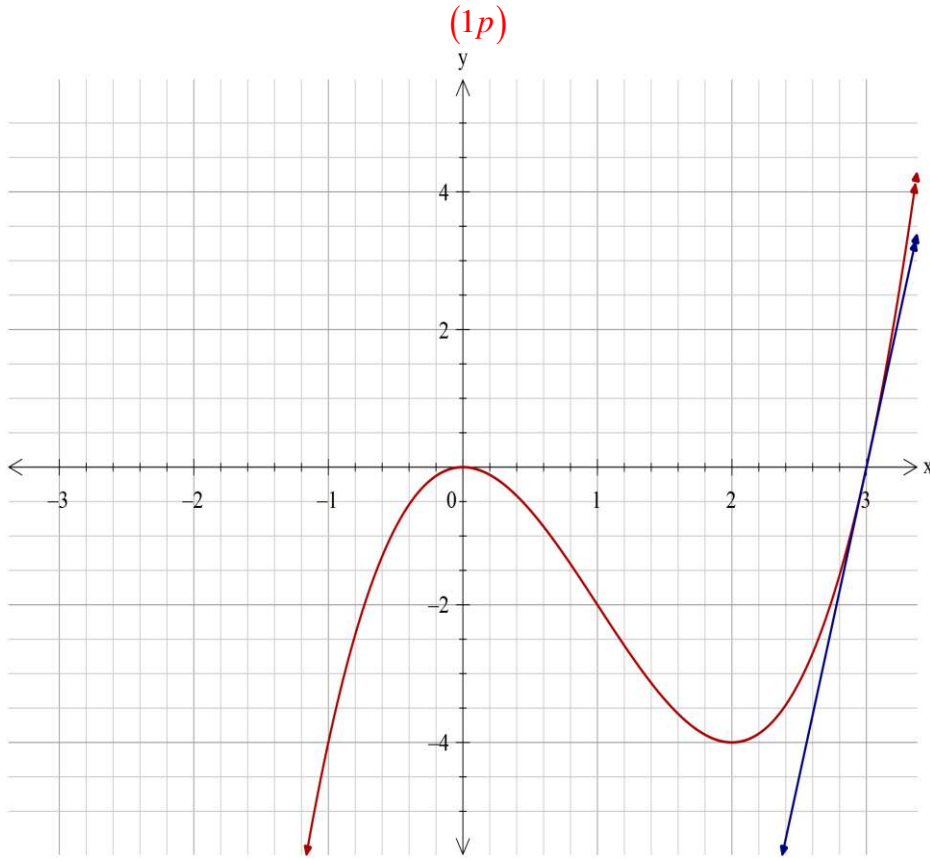
التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) 1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

$$(0.5p) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{و} \quad (0.5p) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

2) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3x(x-2)$.

6) أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .



4) عين معادلة المماس (T) عند النقطة $I(3;0)$. (1p)

(0.5p) $f'(3)=9$ و $f(3)=0$

(0.5p) $(T): y = f'(3)(x-3) + f(3)$

(T): $y = 9(x-3)$

5) أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = x^2(x-3)$.

(1p) $f(x) = x^2(x-3)$

$f(x) = x^3 - 3x^2$

ب-إستنتج نقط تقاطع المنحنى (C_f) و محور الفواصل.

(0.5p) $f(x) = 0$

$x^2(x-3) = 0$

$x^2 = 0$ أو $(x-3) = 0$

$x = 0$ أو $x = 3$

(0.5p) $(C_f) \cap (xx') = \{(0;0), (3;0)\}$