الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مؤسسة التربية و التعليم الخاصة
أوبينيا تر
ابتدائي متوسط ثانوي اقامة
Email: saitameur3@gmail.com 023 71 54 67 فاكس: 023 71 54 63 / 0550 47 22 35 قم الهاتف:

المستوى: الثالثة رياضيات **دورة ماي 2023**

بكالوريا تجريبية في مادة الرياضيات المدة : 4:30 سا.

على المترشح أن يحتار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين1 (5 ن)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E) ..... $343x-648y=76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d=76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين 2 (4 ن)

يحتوي كيس على 5 كريات بيضاء و 5 كريات سوداء متماثلة لا نفرق بينها باللمس .

نسحب من الكيس n كرية على التوالي مع الإرجاع حيث n عدد طبيعي $(n\geq 2)$.

نعتبر الحوادث A : " تحصل على كريات من اللونين " B : " تحصل على كرية بيضاء على الأكثر "

C : " تحصل على كريات من نفس اللون " D : " تحصل على كرية بيضاء واحدة فقط "

1) أ) أحسب إحتمال الحادثين C و D .

ب) بيّن أنّ : $P(A)=1-\frac{1}{2^{n-1}}$ ، $P(A\cap B)=\frac{n}{2^n}$ و $P(B)=\frac{n+1}{2^n}$.

2) بيّن أنّ : $[P(A\cap B)=P(A)\times P(B)]$ يكافئ $[2^{n-1}=n+1]$.

3) نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ المعرفة بـ : من أجل $n\geq 2$ يكون $u_n=2^{n-1}-(n+1)$.

أ) أحسب كل من : u_2 ، u_3 و u_4 .

ب) بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq 2}$ متزايدة تماما .

4) إستنتج قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون الحادثان A و B مستقلتان .

التمرين 3 (4 ن)

1) أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z, $z^2 - 6z + 21 = 0$.

ب) استنتج حلول المعادلة : $\left(\bar{z} + 3 + i\sqrt{3}\right)^2 - 6\bar{z} - i\sqrt{108} + 3 = 0.$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ; B ; C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$, $z_B = \overline{z_A}$, $z_C = 3 + 2\sqrt{3}\,i$. $z_D = \overline{z_C}$

أ) بين أن النقط A ; B ; C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها ω ذات اللاحقة $z_\omega = 3$ ويطلب تعيين نصف قطرها.

ب) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O, بين أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج طبيعة المثلث BEC.

3) بين أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول النقطة E إلى C , يطلب تعيين زاويته.

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z النقطة M′ ذات اللاحقة z′ حيث:

$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

أ) عين طبيعة التحويل النقطي S وحدد عناصره المميزة.

ب) عين (γ)مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $(z - z_\omega)(\bar{z} - z_\omega) = -(z_A - z_B)^2$

ج) عين طبيعة المجموعة (γ') صورة (γ) بالتحويل S محددا عناصرها المميزة.

التمرين 4 (7 ن)

m عدد حقيقي غير معدوم، f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_m(x) = 2x + 3 - (x+1)e^{mx}$

نسمي (C_m) المنحنى الممثل للدالة f_m في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

(I) نضع $m = 1$:

1) أحسب $f_1'(x)$ و $f_1''(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f_1'

2) أحسب $f_1'(0)$ واستنتج إشارة $f_1''(x)$.

3) أدرس تغيرات الدالة f_1

4) أ. بين أن المنحنى (C_1) يقبل مستقيم مقارب مائل عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_1)بالنسبة للمستقيم المقارب (Δ)

5) أ. بين أن المعادلة $f_1(x) = 0$ تقبل حلين α و β ، حيث: $0{,}92 < \alpha < 0{,}93$ و $-1{,}56 < \beta < -1{,}55$

ب. جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_1) في النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$

جـ. أنشئ المماس (T) والمستقيم (Δ)والمنحنى (C_1)

د. باستعمال المكاملة بالتجزئة ،احسب بدلالة α المساحة $S(\alpha)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحني (C_1) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $x=0$ ، $x=\alpha$ و $y=2x+3$

هـ. بين أن $S(\alpha)=\frac{2\alpha^2+3\alpha}{\alpha+1}$ ثم جد حصرا للعدد $S(\alpha)$

(II) نفرض أن m كيفي:

1) بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين A و B يطلب تعيين إحداثي كل منهما

2) بين أن المستقيم (Δ) مقارب مائل لجميع المنحنيات (C_m) عند $-\infty$ ثم أدرس وضعية (Δ) بالنسبة إلى (C_m)

3) n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ، $f_m^{(n)}$ المشتق من الرتبة n للدالة f_m

برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$: $f_m^{(n)}(x)=-m^{n-1}e^{mx}(mx+m+n)$

بالتوفيق.

رقم التمرين	الحل	العلامة

التمرين1

1)أ) بواقي قسمة 3^n على 7 .

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$3^n \equiv$	1	3	2	6	4	5

ب) $2019 \equiv 3[7]$ ومنه $2019^{6n+4} \equiv 4[7]$

$2017 \equiv 1[7]$ ومنه $2017^{4n+2} \equiv 1[7]$

إذن $2 \times 2019^{6n+4} + 2017^{4n+2} \equiv 2[7]$.

2) أ) $PGCD(343;648)=1$ و 1 يقسم 76 ومنه المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

$(x;y)=(648k+4;343k+2)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$.

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) d يقسم x و d يقسم y ومنه d يقسم $343x-648y$ أي d يقسم 76 ومنه $d \in \{1;2;4;19;38;76\}$.

ب) $d=76$ معناه $\begin{cases}648k+4 \equiv 0[76]\\343k+2 \equiv 0[76]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}40k+4 \equiv 0[76]\\39k+2 \equiv 0[76]\end{cases}$

و منه $k \equiv 74[76]$ أي $k \equiv 76\alpha+74$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$.

ومنه $(x;y)=(49248\alpha+47956;26068\alpha+25384)$ مع $\alpha \in \mathbb{N}$.

4) $\begin{cases}\lambda=\beta\times7^3+7^2+\alpha\times7+\beta\\\lambda=\alpha\times5^4+5^3+\alpha\times5^2+\alpha\times5+\beta\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\lambda=344\beta+7\alpha+49\\\lambda=655\alpha+\beta+125\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$

أي $\begin{cases}343\beta-648\alpha=76\\0<\alpha<5\\0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta)=(2;4)$.

كتابة λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 : $\lambda=1439=\overline{01355}^6$.

التمرين2

1)أ) احتمال الحادثتين : $P(C)=\frac{1}{2^{n-1}}$; $P(D)=\frac{n}{2^n}$

ب) تبيان أن $P(A)=1-\frac{1}{2^{n-1}}$; $P(A\cap B)=\frac{n}{2^n}$; $P(B)=\frac{n+1}{2^n}$

$$P(A)=1-P(C)=1-\frac{1}{2^{n-1}}$$

$$P(A\cap B)=\frac{n\times5^n}{2^n\times5^n}=\frac{n}{2^n}$$

$$P(B)=\frac{(n+1)\times5^n}{2^n\times5^n}=\frac{n+1}{2^n}$$

التمرين3

2) تبيان أن $P(A\cap B)=P(B)\times P(A)$ تكافئ $2^{n-1}=n+1$

3) أ) حساب الحدود : $u_4=3$; $u_3=0$; $u_2=-1$

ب) تبيان أن المتتالية متزايدة تماما من أجل $n\geq 2$:

$$u_{n+1}-u_n=2^{n-1}-1>0$$

ومنه المتتالية متزايدة تماما من أجل $n\geq 2$

ج) قيمة n حتى يكون الحادثتين AوB مستقلتان هي $n=3$

$S=\{3+2i\sqrt{3}\,,3-2i\sqrt{3}\}$.

ب) استنتاج حلول المعادلة (II): لدينا (II)تكافئ

$$(\bar{z}+3+i\sqrt{3})^2-6(\bar{z}+3+i\sqrt{3})+21=0$$

ومنه $\bar{z}+3+i\sqrt{3}=3+2i\sqrt{3}$ أو $\bar{z}+3+i\sqrt{3}=3-2i\sqrt{3}$

ومنه $\bar{z}=i\sqrt{3}$ أو $\bar{z}=-3i\sqrt{3}$

إذن $z=-i\sqrt{3}$ أو $z=3i\sqrt{3}$ ومنه

$S'=\{-i\sqrt{3}\,,3i\sqrt{3}\}$

2)أ) تبيان أن النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$:

$\Omega A=|z_A-z_\Omega|=|i\sqrt{3}-3|=2\sqrt{3}$. و

$\Omega B=\Omega C=\Omega D=2\sqrt{3}$. ومنه النقط A,B,C و D تنتمي الى نفس الدائرة (C) ذات المركز $\Omega(3)$ و طول نصف قطرها $R=2\sqrt{3}$.

ب) تبيان أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$

لدينا : $z_D=3-2i\sqrt{3}$ ومنه: $z_E=-3+2i\sqrt{3}$.

$$\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

طبيعة المثلث BEC :

لدينا: $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ يعني : $\begin{cases}BC=BE.\\(\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BC})=-\frac{\pi}{3}.\end{cases}$ ومنه

المثلث BEC متقايس الأضلاع.

3) إثبات أنه يوجد دوران r مركزه B و يحول E الى C:

$\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ يعني $z_C-z_B=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z_E-z_B)$ ومنه يوجد دوران r مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ يحول النقطة E الى C.

4)أ) طبيعة S و عناصره:

S تشابه مباشر مركزه $B(-i\sqrt{3})$ و زاويته $-\frac{\pi}{3}$ و نسبته 2.

ب) تعيين (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق: $(z-z_\Omega)(\bar{z}-z_\Omega)=-(z_A-z_B)^2$.....(*):

(*)تكافئ $(z-z_\Omega)\overline{(z-z_\Omega)}=-(2i\sqrt{3})^2$

أي أن $|z-z_\Omega|^2=(2\sqrt{3})^2$ ومنه $|z-z_\Omega|=2\sqrt{3}$

أي أن : $\Omega M=2\sqrt{3}$ ومنه مجموعة النقط (Γ) هي الدائرة

(C) ذات المركز $\Omega(3)$ و نصف قطرها $R=2\sqrt{3}$.

جـ) طبيعة (Γ') صورة (Γ) بـ S و عناصرها:

صورة الدائرة (C) بالتشابه S هي دائرة (C') مركزها Ω'

صورة Ω بـ S إذن $z_{\Omega'}=6-3i\sqrt{3}$

وطول نصف قطرها $R'=2R=2\cdot 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

التمرين4

(I) من أجل $m=1$: $f_1(x)=2x+3-(x+1)e^x$

1) الدالة f_1 قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x : $f_1'(x)=2-(x+2)e^x$

- الدالة f_1' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ومن أجل كل عدد حقيقي x : $f_1''(x)=-(x+3)e^x$
- دراسة تغيرات الدالة f_1' :

أ. حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f_1'(x)=2$ لان: $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+2)e^x=\lim\limits_{x\to-\infty}(xe^x+2e^x)=0$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f_1'(x)=-\infty$ لان : $\lim\limits_{x\to+\infty}e^x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}-(x+2)=-\infty$

ب. اتجاه تغير الدالة f_1' : من أجل كل عدد حقيقي x : $f_1''(x)=-(x+3)e^x$

بما أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x>0$ فإن إشارة $f_1''(x)$ من إشارة $-(x+3)$

نتحصل على إشارة على النحو التالي :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f_1''(x)$	$+$	0	$-$

ينتج أن الدالة f_1' متزايدة تماما على المجال $]-\infty;-3]$ و متناقصة تماما على $[-3;+\infty[$

ب. دراسة وضعية المنحني (C_1) بالنسبة إلى (Δ) : لنعين إشارة $f_1(x)-(2x+3)$

لدينا $f_1(x)-(2x+3)=-(x+1)e^x$ ، و بما أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x>0$ فإن إشارة $f_1(x)-(2x+3)$ من إشارة $-(x+1)$ و عليه :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f_1(x)-(2x+3)$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_1) يقع أعلى (Δ)		(C_1) يقع أسفل (Δ)

(C_1) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1;1)$

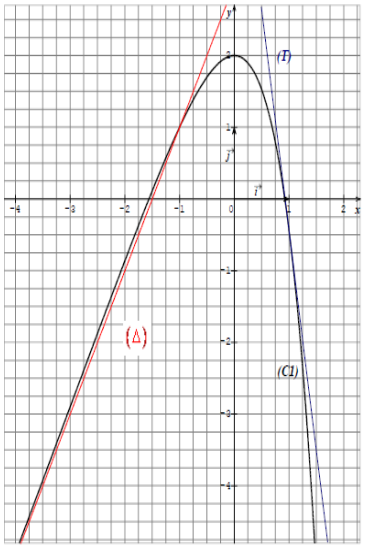
5) أ. بما أن الدالة مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$ فهي مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[0,92;0,93]$ و $f_1(0,92)\approx 0,022$ و $f_1(0,93)\approx -0,032$ فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f_1(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,92<\alpha<0,93$

- بما أن الدالة مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ فهي مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[-1,56;-1,55]$ و $f_1(-1,56)\approx -0,002$ و $f_1(-1,55)\approx 0,017$ فإن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f_1(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1,56<\beta<-1,55$

ب. معادلة المماس (T) للمنحني (C_1) عند النقطة $B(1;5-2e)$ هي : $y=(2-3e)(x-1)+5-2e$

أي هي $y=(2-3e)x+3+e$

جـ. إنشاء (T)، (Δ) و (C_1) :



د. لدينا $S(\alpha)=\int_0^{\alpha}(2x+3-f(x))\,dx$ ومنه $S(\alpha)=\int_0^{\alpha}(x+1)e^x\,dx$

نضع $u(x)=x+1$ نجد $u'(x)=1$ و $v'(x)=e^x$ نجد $v(x)=e^x$ ومنه $S(\alpha)=\left[(x+1)e^x\right]_0^{\alpha}-\int_0^{\alpha}e^x\,dx$

وعليه $S(\alpha)=\left[(x+1)e^x\right]_0^{\alpha}-\left[e^x\right]_0^{\alpha}$ إذن $S(\alpha)=\alpha e^{\alpha}$

هـ. بما أن $f_1(\alpha)=0$ فإن $2\alpha+3-(\alpha+1)e^{\alpha}=0$ ومنه $e^{\alpha}=\frac{2\alpha+3}{\alpha+1}$ وعليه $S(\alpha)=\alpha\times\left(\frac{2\alpha+3}{\alpha+1}\right)$ أي أن $S(\alpha)=\frac{2\alpha^2+3\alpha}{\alpha+1}$

إيجاد حصر للعدد $S(\alpha)$: بما أن $0,92<\alpha<0,93$ فإن $1,69<2\alpha^2<1,73$ و $2,76<3\alpha<2,79$ ومنه $4,45<2\alpha^2+3\alpha<4,52$

و $1,92<\alpha+1<1,93$ ومنه $0,518<\frac{1}{\alpha+1}<0,520$ و عليه $2,30<S(\alpha)<2,35$

(II) 1) نعتبر m و m' عددان حقيقيان حيث $m\neq m'$ و لتكن $M(x;y)$ نقطة من المستوي

$M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x\in\mathbb{R}$ و $f_m(x)=f_{m'}(x)$

لدينا $f_m(x)=f_{m'}(x)$ تكافئ $2x+3-(x+1)e^{mx}=2x+3-(x+1)e^{m'x}$

ومنه $f_m(x)=f_{m'}(x)$ تكافئ $(x+1)e^{mx}=(x+1)e^{m'x}$ إذن $f_m(x)=f_{m'}(x)$ تكافئ $(x+1)(e^{mx}-e^{m'x})=0$

و عليه $M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x\in\mathbb{R}$ و $(x+1)(e^{mx}-e^{m'x})=0$

أي أن $M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x\in\mathbb{R}$ و $(x+1)=0$ أو $e^{mx}=e^{m'x}$ نجد

$M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x\in\mathbb{R}$ و $x=-1$ أو $mx=m'x$ وعليه $M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x\in\mathbb{R}$ و $x=-1$ أو $(m-m')x=0$

و بما أن $m\neq m'$ فإن $M\in(C_m)\cap(C_{m'})$ تكافئ $x=-1$ أو $x=0$

نستنتج أن جميع المنحنيات (C_m) تمر من النقطتين $A(-1;1)$ و $C(0;2)$، لأن $f_1(-1)=1$ و $f_1(0)=2$

2) m عدد حقيقي موجب تماما ، بما أن $f_m(x)=2x+3-(x+1)e^{mx}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+1)e^{mx}=\lim\limits_{x\to-\infty}(xe^{mx}+e^{mx})=0$

(لأن $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{mx}=\lim\limits_{X\to-\infty}e^{X}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{mx}=\lim\limits_{X\to-\infty}\frac{1}{m}(mx\times e^{mx})=\lim\limits_{\alpha\to-\infty}\frac{1}{m}(\alpha\times e^{\alpha})=0$)

فإن جميع المنحنيات (C_m) تقبل المستقيم (Δ) مقارب مائل لها عند $-\infty$

- دراسة وضعية المنحني (C_1) بالنسبة إلى (Δ) : لنعين إشارة $f_m(x)-(2x+3)$

لدينا $f_m(x)-(2x+3)=-(x+1)e^{mx}$ ، و بما أن من أجل كل عدد حقيقي x : $e^{mx}>0$ فإن إشارة $f_m(x)-(2x+3)$ من إشارة $-(x+1)$ و عليه :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f_m(x)-(2x+3)$	$+$	0	$-$
الوضعية	(C_m) يقع أعلى (Δ)	$A(-1;1)$	(C_m) يقع أسفل (Δ)

(C_m) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1;1)$

3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$: $f_m^{(n)}(x)=-m^{n-1}e^{mx}(mx+m+n)$

أ. من أجل $n=2$: نبرهن أن $f_m^{(2)}(x)=-me^{mx}(mx+m+2)$

الدالة f_m قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة الأولى تعطى بـ : $f_m'(x)=2-e^{mx}-m(x+1)e^{mx}$

أي انه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f_m'(x)=2-e^{mx}(mx+m+1)$

كذلك الدالة f_m' قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة الثانية تعطى بـ $f_m''(x)=-me^{mx}-m^2(x+1)e^{mx}-me^{mx}$

أي انه من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f_m''(x)=-2me^{mx}-m^2(x+1)e^{mx}$

و بالتالي من أجل كل عدد حقيقي x ؛ $f_m^{(2)}(x)=-me^{mx}(mx+m+2)$ ومنه الخاصية صحيحة من أجل $n=2$

ب. ليكن n عدد طبيعي كيفي من $\mathbb{N}^*-\{1\}$:

لنفرض أن الخاصية صحيحة من أجل الرتبة n ؛ أي أن $f_m^{(n)}(x)=-m^{n-1}e^{mx}(mx+m+n)$

و نبرهن أن الخاصية صحيحة من أجل الرتبة $n+1$ ؛ أي أن $f_m^{(n+1)}(x)=-m^ne^{mx}(mx+m+n+1)$

إن الدالة $f_m^{(n)}$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة من الرتبة $n+1$ تعطى بـ : $f_m^{(n+1)}(x)=\left(f_m^n(x)\right)'$

أي أن : $f_m^{(n+1)}(x)=-m\times m^{n-1}e^{mx}(mx+m+n)-m\times m^{n-1}e^{mx}$ ومنه $f_m^{(n+1)}(x)=-m^ne^{mx}(mx+m+n)-m^ne^{mx}$

إذن $f_m^{(n+1)}(x)=-m^ne^{mx}(mx+m+n+1)$ و الخاصية صحيحة من أجل الرتبة $n+1$

من أ. و ب. نستنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*-\{1\}$: $f_m^{(n)}(x)=-m^{n-1}e^{mx}(mx+m+n)$