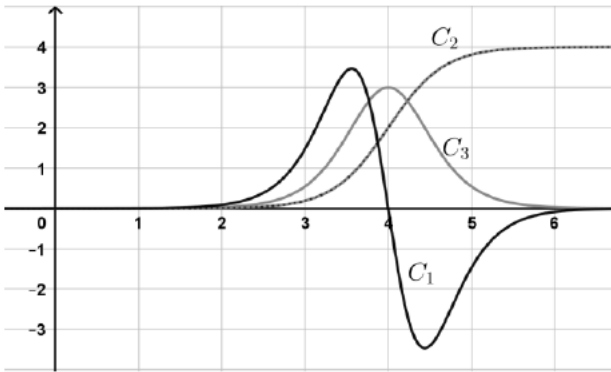




على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول



التمرين الأول: (04 نقط)

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

الشكل المقابل يمثل منحنى دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$ وكذلك منحنى دالتها المشتقة f' والمشتقة الثانية f'' .

(1) انسب، مع التبرير، كل منحنى من المنحنيات (C_1) ، (C_2) و (C_3) الى دالته.

(2) بقراءة بيانية :

(أ) عين معامل توجيه مماس المنحنى (C_2) عند النقطة ذات القاصلة 4

(ب) عين احداثيات نقط انعطاف المنحنى (C_1)

(3) نعتبر A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_3) ، محور الفواصل والمستقيمت الى معادلاتها $x=4$ و

$x=6$ بين أن : $A=2$

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ : $u_1 = 5$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{1 + u_n}$.

(1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > 2$

(2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ : $v_n = \frac{3}{u_n - 2}$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_1

(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ؛ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n = n^2 + 4n$



التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

يراد عشوائيا تشكيل لجنة من بين اربع رجال $H_1; H_2; H_3; H_4$ وخمس نساء $F_1; F_2; F_3; F_4; F_5$ اللجنة مكونة من

ثلاث اعضاء رئيس ونائبان حيث للنائبان نفس المهام

نعتبر الحوادث: $A; B; C; D$ حيث:

A : اللجنة من نفس الجنس
 B : النائبان من جنسين مختلفين
 C : H_1 و H_2 عضوان في اللجنة
 D : اللجنة تضم امرأة واحدة على الاكثر

(1) احسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحادثتين A و B ؛ وبين ان $P(C) = \frac{1}{12}$ و $P(D) = \frac{17}{42}$

(2) علما ان الرئيس رجل؛ ماهو احتمال ان يكون النائبان من نفس الجنس؟

(3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد النائبات (أي النواب نساء) فيها.

(أ) عين قانون احتمال X واحسب امله الرياضي $E(X)$

(ب) احسب $P[\ln(X+1) < 1]$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. الدالة العددية g معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = (2x+1)e^{2x} - 1$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) (أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها

(ب) احسب $g(0)$ استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x(1 - e^{2x}) + 3$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x) = -g(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

(3) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(4) بين ان المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين مختلفتين فاصلتهما α و β حيث $\ln 2 < \alpha < 1$

و $-3.2 < \beta < -3$

(5) أنشئ (Δ) والمنحنى (C_f)

(6) λ عدد حقيقي، حيث: $\lambda < 0$ نرمز بـ: $A(\lambda)$ الى مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_3) ، المستقيم (Δ)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = \lambda$ و $x = 0$ احسب $A(\lambda)$ بدلالة λ ثم احسب $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول



$$u_{n+1} = \frac{n+3+2nu_n}{3(n+1)} \quad \text{بـ: } u_1 = \frac{1}{3} \text{ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم } n$$

- (1) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n : u_n \leq 1$
- (2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة
- (3) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n = n(1 - u_n)$.

$$(أ) \text{ بين أن المتتالية } (v_n) \text{ هندسية أساسها } q = \frac{2}{3} \text{ احسب حدها الأول } v_1$$

(ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ؛ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

$$(4) \text{ احسب } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$$

$$(5) \text{ احسب بدلالة } n \text{ المجموع } S_n \text{ حيث: } S_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$$

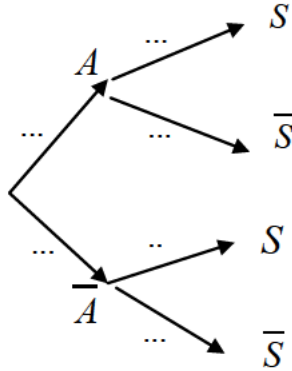
التمرين الثاني : (05 نقاط) (عطي كل القيم بالتقريب الى 10^{-3})

قبيل امتحان البكالوريا قدمت مكتبة تخفيض في سعر نوعين من المراجع الخاصة بالرياضيات احدهما خاص بحلول مواضيع البكالوريات السابقة والاخر ملخص دروس ومقترحات

نقرض ان كل طالب بكالوريا اشترى مرجع واحد

ونعتبر ان 20% من الطلبة اشترى المرجع الخاص بحلول البكالوريات السابقة بحيث 90% منهم اعجبوا بالمرجع و 82% من الطلبة الذين زاروا المكتبة اعجبوا بالمرجع الذي اختاروه

فيما يلي نختار عشوائيا طالب بكالوريا ونعتبر الحادثتين: A : الطالب اشترى مرجع خاص بحلول مواضيع البكالوريات السابقة S : الطالب معجب بمرجه الذي اختاره.



$$(1) \text{ اثبت أن } P_A(S) = 0.8$$

(2) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تنمذج الوضعية

(3) نختار عشوائيا طالب معجب باختياره؛ ما احتمال ان يكون قد اشترى مرجع خاص بحلول مواضيع البكالوريات السابقة ؟

(4) نختار على التوالي خمسة طلاب من الذين اشترى احد المراجع.

ولنعتبر المتغير العشوائي X الذي يعبر عن عدد الطلبة المعجبين بالمرجع الذي اختاروه من بين هؤلاء الخمس طلبة.

$$(أ) \text{ بين ان } X \text{ باخذ القيم: } \{0,1,2,3,4,5\}$$

(ب) عرف قانون احتمال X .

(ج) احسب احتمال ان يعجب بالمرجع اكثر من 3 طلبة.

(5) نختار عشوائيا n طالب من الذين اشترى احد المراجع (n عدد طبيعي) ولنعتبر P_n احتمال ان يكون n طالب معجب بمرجه.

$$- \text{ اذا علمت ان: } P_n = (0.82)^n \text{ ابتداءً من أي قيمة للعدد الطبيعي } n \text{ يكون: } P_n < 0.01$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

$$(I) \text{ حل في مجموعة الاعداد المركبة } \mathbb{C} \text{ ؛ المعادلة } (1) Z^2 + 2Z + 4 = 0$$



(II) المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النفط A, B و C لواحقتها : $Z_A = -2$ ، $Z_C = -1 - i\sqrt{3}$ و $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$

- (1) عين الشكل الأسّي لكل من Z_A ، Z_B . ثم استنتج الشكل الأسّي للعدد المركب Z_C
- (2) استنتج ان النفط A, B و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها
- (3) نعتبر النقطة D ذات اللاحقة Z_D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى النقطة A بين ان : $Z_D = -3 + i\sqrt{3}$.
- (4) اكتب العدد $\frac{Z_C - Z_B}{Z_D - Z_B}$ على شكله الاسي ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

(5) (Δ) مجموعة النفط M من المستوي ذات اللاحقة Z (M تختلف عن A و B) حيث $\left| \frac{iZ + 2i}{-2Z - 2 + 2i\sqrt{3}} \right| = \frac{1}{2}$

عين طبيعة المجموعة (Δ)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. الدالة العددية f معرفة على $] -\infty, 0[\cup] 0, +\infty[$ بـ : $f(x) = 1 - \frac{\ln x^2}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- (1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و فسر النتائج هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها

(2) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y = 1$.

(3) احسب $f(-x) + f(x)$ وماذا تستنتج؟

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0.71 < \alpha < -0.70$

(5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يشمل النقطة $A(0,1)$ ويمس المنحنى (C_f) في نقطتين يطلب حساب

احداثيات كل منهما ثم تحقق ان: $y = -\frac{1}{e}x + 1$ معادلة للمماس (T)

(6) ارسم بعناية المماس (T) والمنحنى (C_f) .

(7) m عدد حقيقي؛ (Δ_m) مستقيم حيث $y = mx + 1$ معادلة له

أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي m النقطة $A(0,1)$ تنتمي الى كل المستقيمات (Δ_m)

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx + 1$

(8) أ) I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) المستقيمات التي معادلاتها $y = 1$ و $x = 1$ و $x = n$ حيث n

عدد طبيعي $(n > 1)$. بين أن : $I_n = \frac{1}{2} \ln^2 n$ ثم عين اصغر عدد طبيعي n_0 بحيث اذا كان $n \geq n_0$ فان : $I_n > \frac{1}{2}$.

انتهى الموضوع الثاني



BAC-MAHROUZ-2023-BOUCHAREB