الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

امتحان البكالوريا التجريبي — **ولاية المنيعة**

الشعبة : علوم تجريبية — **دورة : ماي 2023**

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

إختر الإجابة الصحيحة مع التعليل.

1) مجموعة حلول المتراجحة $ln(-2023x+1) < ln(2023)$ ذات المجهول الحقيقي x هي :

أ) $\left]-\frac{2022}{2023};\frac{1}{2023}\right[$ ب) $\left]-\infty;\frac{2022}{2023}\right[$ ج) $\left]-\frac{2022}{2023};+\infty\right[$

2) عدد الأرقام في الكتابة العشرية للعدد $\lambda = \left(\frac{1361}{250}\right)^{1962}$ هي:

أ) 1443 ب) 1444 ج) 2023

3) حل المعادلة التفاضلية $y'' = \frac{1}{x^2}$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال من الشكل:(c_1, c_2 من $\mathbb{R}$)

أ) $y = -\frac{1}{x} + c$ ب) $y = ln|x| + c_1x + c_2$ ج) $y = -ln|x| + c_1x + c_2$

4) يفتح قفل بتشكيل حرفين من المجموعة $\{A, B, C\}$ ثم يتبع ب 5 أرقام من المجموعة $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ عدد الطرق الممكنة لفتح هذا القفل هي :

أ) $A_3^2 \times A_{10}^5$ ب) $A_3^2 \times 10^5$ ج) $3^2 \times 10^5$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]\frac{1}{2};+\infty[$ كمايلي: $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة f.

2) لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$.

ا) برهن بالتراجع ،أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_n > 1$.

ب) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ، ماذا تستنتج ؟

3) ا) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(U_n - 1)$.

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $U_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n) .

4) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \left(\frac{U_n - 1}{2U_n - 1}\right)$.

ا) أثبت ان (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ،و تعيين حدها الأول ثم أكتب V_n بدلالة n

ب) اكتب U_n بدلالة V_n .

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{V_0 - 1}{U_0} + \frac{V_1 - 1}{U_1} + ... + \frac{V_n - 1}{U_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 9 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الأرقام 1 , 0 , -1 وأربعة بيضاء تحمل الأرقام 1, 1 , 0 , -1 وكرتين خضراء تحمل الأرقام 0 , -1.

نسحب عشوائيا وفي أن واحد ثلاث كرات من الكيس.

– نعتبر الحوادث :

A" سحب ثلاث كرات من نفس اللون. "

B" سحب ثلاث كرات مجموعهم منعدم. "

C" سحب ثلاث كرت جداؤهما سالب تماما. "

1) أحسب إحتمال كل حادثة من الحوادث التالية : A , B , C , $A \cap B$ ، هل الحادثتان A و B مستقلتان ?

2) علما أن الكرات المسحوبة جداؤهما عدد سالب ماإحتمال أن تكون من نفس اللون ?

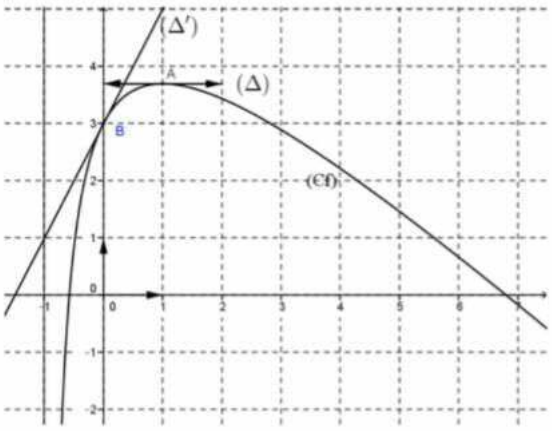
– ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب العدد الأصغر من بين الأعداد المسحوبة(في حالة تساوي الرقمين ناخذ الرقم نفسه).

3) أعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X.

4) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي X.

5) أحسب $P(e^x - 1 \leq 0)$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)



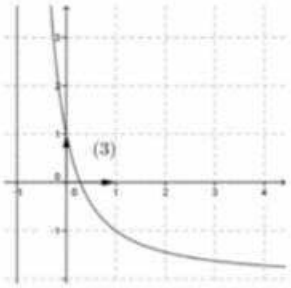
الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ:
$f(x) = ax + 5 + \frac{b}{x+1} + ln(x+1)$ ، حيث a و b عددان حقيقيان و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.
$A(1; 3+ln2)$، $B(0;3)$ نقطتان من (C_f).
(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B

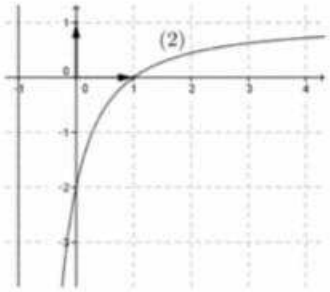
1) بقراءة بيانية

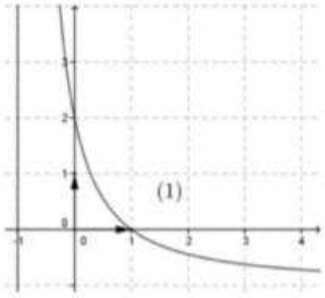
ا) أحسب كلا من $f(0)$, $f'(0)$ و $f'(1)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج) من بين المنحنيات (1), (2) و (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f.







2) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1,+\infty[$: $f(x)=-x+5-\dfrac{2}{x+1}+ln(x+1)$.

3) بين أن المستقيم الذي معادلته $x=-1$ مقارب للمنحنى (C_f).

4) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

5) استنتج حسب قيم x إشارة $f'(x)$.

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة : $5-\dfrac{2}{x+1}+ln(x+1)=3x+m$.

7) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=-x+6-\dfrac{2}{x}+ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

ا) بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $g(x)=f(x-1)$.

ب) بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

ا) $P(Z)$ كثير حدود للمتغير غير المعدوم Z حيث: $P(Z) = Z^3 + \left(1 + 2\sqrt{3}\right) Z^2 + 2\left(2 + \sqrt{3}\right) Z + 4$.

جد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون: $P(Z) = (Z+1)\left(Z^2 + aZ + b\right)$، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$.

اا) المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. A، B و C نقط من المستوي المركب لواحقها على الترتيب: $Z_A = -\sqrt{3} + i$، $Z_B = \overline{Z}_A$ و $Z_C = -i$. (يرمز بـ $\overline{Z}_A$ إلى مرافق Z_A).

1) ا) أكتب العدد المركب Z_A على الشكل الأسي، ثم استنتج الشكل الأسي للعدد Z_B.

ب) بيّن أنّ العدد: $\left[2022 - \left(\frac{Z_A}{2}\right)^{1962}\right]$ حقيقي موجب.

2) ا) أكتب العدد المركب $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري.

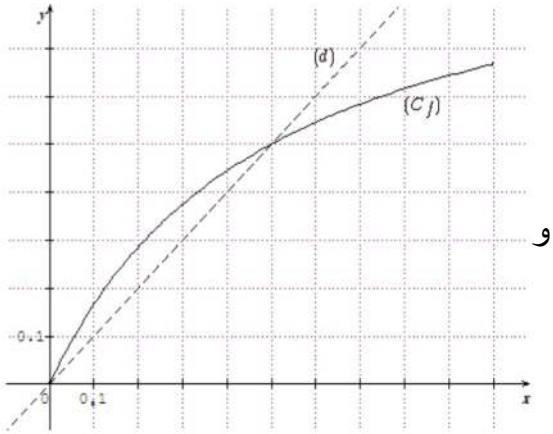
ب) أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ ، ثم حدّد طبيعة المثلث ABC.

3) ا) عيّن Z_D لاحقة النقطة D منتصف القطعة $[AC]$.

ب) بيّن أنّ النقط A، B و C تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

4) بيّن أنّ مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق: $(Z - Z_D)\left(\overline{Z - Z_D}\right) = \frac{7}{4}$ هي نفسها (γ).

التمرين الثاني: (05 نقاط)



نعتبر الدالة f المعرّفة على $[0;1]$ كمايلي: $f(x) = \frac{2x}{2x+1}$.

و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $\left(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الشكل المقابل)

ا) نعتبر المتتالية (U_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $U_0 = \frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$.

1) ا) أعد رسم الشكل على ورقة الإجابة، ثم مثّل الحدود U_0، U_1، U_2 و U_3. على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 < U_n < \frac{1}{2}$.

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنّها متقاربة.

II) لتكن المتتالية (V_n) المعرّفة بحدّها العام من أجل كل عدد طبيعي n: $V_n = 3^n \times \dfrac{U_n}{2U_n - 1}$.

1) بيّن أنّ $V_{n+1} - 6V_n = 0$، ثمّ استنتج أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل.

2) ا) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n.

ب) بيّن انّ: $U_n = \dfrac{2^n}{3 + 2^{n+1}}$، ثمّ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

3) أحسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n = \dfrac{(2U_0 - 1)V_0}{U_0} + \dfrac{(2U_1 - 1)V_1}{U_1} + ... + \dfrac{(2U_n - 1)V_n}{U_n}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

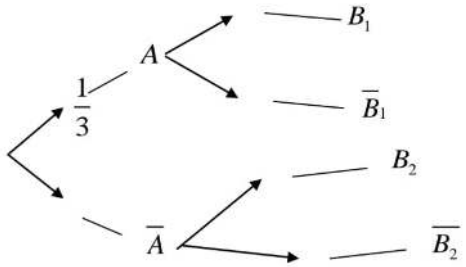
I) نعتبر وعاء U_1 يضم 6 كريات مرقمة كما يلي: 1, 1, 1, 1, 3 و 4 ، وعاء U_2 يضم 4 كريات مرقمة كما يلي: 1, 2, 3 و 4

نسحب من علبة تضم 6 بطاقات مرقمة من 1 إلى 6 بطاقة واحدة، إذا ظهر الرقم 3 أو 5 نسحب كرية واحدة من الوعاء U_1، أما إذا ظهر رقم آخر فإننا نسحب كرية من الوعاء U_2 . (الكريات متماثلة لا نميز بينها عند اللمس)

A الحدث: " اختيار الوعاء U_1 "

B_1 الحدث: " سحب كرية تحمل الرقم 1 من الوعاء U_1 "

B_2 الحدث: " سحب كرية تحمل الرقم 1 من الوعاء U_2 "



1) أنقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أحسب احتمال الحدث B :

" سحب كرية تحمل الرقم 1 ".

II) نجمع الآن الكريات في وعاء واحد U_3

نسحب عشوائيا من الوعاء U_3 ثلاث كريات في آن واحد.

1) أحسب احتمال الحصول على:

ا) ثلاثة كريات تحمل أرقاما فردية.

ب) كرية على الأقل من الكريات الثلاث تحمل رقما فرديا.

ج) كرية على الأكثر من الكريات الثلاث تحمل رقما فرديا.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب بالكيفية السابقة عدد الكريات التي تحمل الرقم 1 .

عيّن قانون المتغير العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضياتي

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,14 < \alpha < 1,15$.

3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x) = 2x - 1 - (x-1)\,e^{-x+2}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتحانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = g(x)$ ، ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) ا) بيّن أنّ : $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \dfrac{2}{\alpha - 2}$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ (C_f).

ج) بين أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

د) أحسب $f(0)$ و $f(2)$ ثمّ أنشئ (T)، (Δ) و (C_f).

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة: $2m - 1 - (x-1)\,e^{-x+2} = 0$.

5) لتكن H الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $H(x) = (ax + b)\,e^{-x+2}$ ، حيث a و b عددان حقيقيان.

ا) عيّن a و b بحيث تكون الدالة H أصلية للدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (x-1)\,e^{-x+2}$.

ب) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x = 1$ و $x = \lambda$, $\lambda > 1$

أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثمّ أحسب $\lim\limits_{\lambda \to +\infty} A(\lambda)$.