

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (4ن)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل.

(1) المتتاليتان (u_n) و (v_n) معرفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = 1 - \left(\frac{4}{9}\right)^n$ و $v_n = 1 + \left(\frac{4}{9}\right)^n$ متتالية عددية معرفة

على $\mathbb{N}$ وتحقق $u_n \leq w_n \leq v_n$. نهاية المتتالية (w_n) لما n يؤول إلى $+\infty$ تساوي:

(أ) 1 (ب) $+\infty$ (ج) 0

(2) ليكن الحدثين A و B حيث: $P(A) = 0,4$ ، $P(B) = 0,5$ و $P(A \cup B) = 0,35$

$P(A \cap B)$ يساوي: (أ) 0,1 (ب) 0,25 (ج) 0,3

(3) العدد الحقيقي $I = \int_{-1}^1 \frac{e^x + x - 1}{x^2} dx$ يساوي:

(أ) $\frac{1}{e} + e$ (ب) $\frac{1}{e} - e$ (ج) $\frac{1}{e} - e + 2$

التمرين الثاني: (4.5ن)

(1) صندوق U_1 به كرتان مرقمتان 1 و 2 وصندوق U_2 به أربع كريات مرقمة 1، 2، 3 و 4.

نختار عشوائيا صندوقا ونسحب منه كرية واحدة. (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

أ- ما احتمال سحب كرية تحمل الرقم 1؟ (يمكنك الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب- اذا علمت أن الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1، ما احتمال أن تكون واردة من الصندوق U_1 ؟

(2) نجمع محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق واحد U ، ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الصندوق U .

أ- ما احتمال الحصول على كرتين لهما نفس الرقم؟

ب- ليكن Y المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين. حدد قانون احتمال Y .

(3) لاعبان، أحمد و فريد، يقرران أنه اذا كان مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين فردي فإن أحمد يمنح 10 DA لفريد

أما في الحالة المعاكسة فإن فريد يمنح α DA لأحمد.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة الربح أو الخسارة المحتملة لأحمد.

- أحسب الأمل الرياضي لـ $E(X)$ بدلالة α ، ثم حدد قيمة α لكي تكون اللعبة متكافئة.

التمرين الثالث: (4.5ن)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$

(1) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = (u_n - 1)^2 + 1$ ،

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $1 < u_n < 2$ ،

(2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \ln(u_n - 1)$

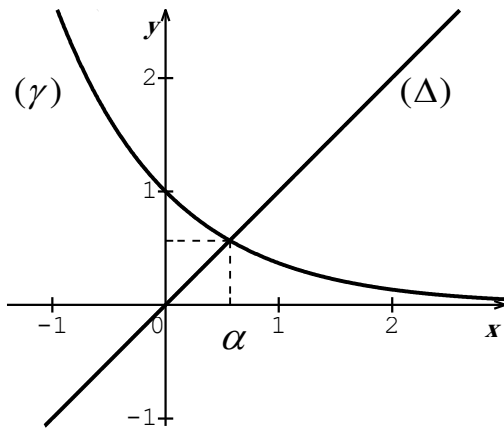
أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدها الأول.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{2^n} + 1$

ج- احسب $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

(4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $(u_0 - 1) \times (u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1) = 2^{(1-2^{n+1})}$

التمرين الرابع: (7ن)



المستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(I) ليكن (γ) التمثيل البياني للدالة $x \mapsto e^{-x}$ و (Δ) المستقيم

ذو المعادلة $y = x$ ، α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ)

1- بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة لـ (Δ) على $\mathbb{R}$

2- الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} - x$

استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

3- تحقق أن: $0,56 < \alpha < 0,57$

(II) الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 + (3x + 3)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) والمنحنى (P) الممثل للدالة مكعب

ج) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x^3]$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

2- أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x \times g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات لدالة f

3- أنشئ المنحنى البياني للدالة مكعب ثم المنحنى (C_f) . تعطى $f(\alpha) \approx 2,8$

(III) 1- باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب العدد $S = \int_{-1}^0 (3x + 3)e^{-x} dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً.

2- من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً β ، نرمز بـ $S(\beta)$ لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين

(C_f) و (P) والمستقيمين ذا المعادلتين $x = 0$ و $x = \beta$

- هل توجد قيمة لـ β تحقق المعادلة: $S(\beta) = S$ ؟ برّر إجابتك.

التمرين الأول: (4ن)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0 = 4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \sqrt{5 + \frac{1}{2}u_n^2}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > \sqrt{10}$

(2) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(3) المتتالية العددية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \beta - u_n^2$ حيث β عدد حقيقي.

- عين قيمة β التي من أجلها تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

(4) نضع فيما يلي: $\beta = 10$

أ- أكتب عبارة u_n بدلالة n ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ب- احسب بدلالة n مجموع S_n حيث: $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$

التمرين الثاني: (4.5ن)

(1) كيس U_1 به 6 كرات بيضاء و5 سوداء كلها مرقمة بالرقم 2. (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب منه عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات.

إن سحب كرة بيضاء يعطي ربحا قدره 5 نقاط ، وسحب كرة سوداء يعطي ربحا قدره n نقطة ، حيث n عدد طبيعي أكبر من 5.

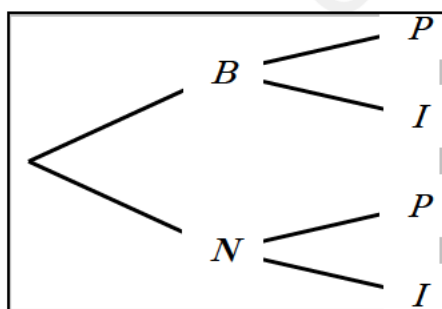
المتغير العشوائي X يرفق بكل عملية سحب مقدار الربح المحصل إليه .

أ- برّر أن قيم المتغير العشوائي X هي: $\{5; 2n+5; 3n; n+10; 15\}$ ، ثم عرّف قانون احتماله.

ب- بين أن: $E(X) = \frac{15}{11}(n+6)$ ، ثم عين أصغر قيمة للعدد n بحيث يكون: $E(X) \geq 30$

(2) كيس U_2 به 5 كرات مرقمة من 1 الى 5. (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب عشوائيا كرة من الكيس U_1 ، اذا كانت سوداء نقوم بسحب كرة واحدة من الكيس U_2 ، وإذا كانت بيضاء ندخلها



في الكيس U_2 ثم نسحب من هذا الأخير كرة . نعتبر الحوادث التالية :

B : سحب كرة بيضاء ، N : سحب كرة سوداء

P : كرة تحمل رقما زوجيا ، I : كرة تحمل رقما فرديا

أ- انقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات التي تتمذج هذه الوضعية.

ب- احسب احتمال سحب كرة تحمل رقما فرديا .

التمرين الثالث: (4.5ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2 - 2z + 5 = 0$

ثم استنتج حلول المعادلة $(z^2 + 1)^2 - 2z^2 + 3 = 0$

(2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ثلاث نقط من

المستوي لاحقاتها : $z_A = 1 + 2i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -1 - i$ ، $z_D = \overline{z_C}$ ، $z_E = 1 + i$

$$\text{أ- بين أن: } \left(\frac{\sqrt{2}z_A}{z_A + z_B + z_E} \right)^{2017} = \frac{z_E}{\sqrt{2}}$$

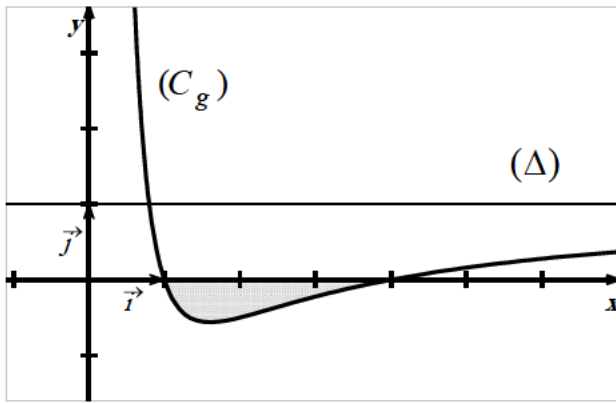
ب- عين زاوية الدوران r الذي مركزه D ويحول C الى E

ج- بين أن: $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_C}$ عدد حقيقي، ثم استنتج أنه يوجد تحاك h يحول D الى A ويحول C الى B ، يطلب تعيين

نسبته و مركزه.

(3) بين أن النقط A ، B ، C و E تنتمي الى الدائرة التي مركزها F ذات اللاحقة $z_F = \frac{3}{4}$

التمرين الرابع: (7ن)



I- المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ التمثيل البياني المقابل (C_g) هو للدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$

بالعبارة: $g(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}$ حيث a, b و c عدنان حقيقيان

حامل محور الترتيب و (Δ) هما مستقيمان مقاربان لـ (C_g) .

(1) حدد قيمة كل من $g(1)$ و $g(4)$.

(2) جذ $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، ثم استنتج قيمة a .

(3) أثبت انه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $g(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2}$.

II- لتكن f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 5 \ln x - \frac{4}{x}$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

(2) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

III- (1) احسب المساحة S للجزء المظلل في الجزء I .

(2) من أجل كل عدد حقيقي α أكبر من أو يساوي 4، نرمز بـ S_α لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى

(C_g) و محور الفواصل و المستقيمين ذو المعادلتين $x = 4$ و $x = \alpha$.

- هل توجد قيمة لـ α بحيث $S_\alpha = S$ ؟ برّر إجابتك .